文章编号：1004-4353（2024）01-0092-09

基于让步博弈方法的中美贸易关税的动态博弈分析

潘素娟[1]，李时银[2]

（1. 福建商学院 信息工程学院，福州 350012；2. 厦门大学 数学科学学院，福建 厦门 361005）

摘要： 基于让步博弈的方法，对中美贸易双边关税问题进行了动态博弈分析，并建立了一个中美贸易双边关税的市场模型．研究表明，在让步规则的前提下，贸易双方不需要合约就可得到不少于最大输赢同酬出标的最优出标，以及得到让步均衡下的两国支付函数．该结果可为各贸易国之间的关税调整提供参考．

关键词： 中美贸易；纳什均衡；让步均衡；动态博弈；回归分析

中国分类号： O175；F830.9　　　**文献标志码：** A

Dynamic game analysis of China-US trade tariffs based on concession game methodd

PAN Sujuan[1]， LI Shiyin[2]

(*1.College of Information Engineering Fujian Business University Fuzhou 350012 China 2.School of Mathematical Sciences Xiamen University，Xiamen 361005，China*)

Abstract: Based on the concession game method，a dynamic game analysis was conducted on the bilateral tariff issue of China-US trade，and a market model for bilateral tariffs on China-US trade was established. The study shows that under the premise of concession rules，the trading parties can obtain an optimal bid that is not less than the maximum win or loss equal reward without the need for a contract，and can also obtains the payment function of the two countries under concession equilibrium that is better than Nash equilibrium.This result can provide references for tariff adjustments among trading countries.

Key words: Sino-US trade；Nash equilibrium；concession equilibrium；dynamic game；regression analysis

0 引言

中美贸易问题一直受到众多学者的关注．近年来，一些学者从博弈论的角度研究了中美贸易问题，并取得了较好的研究成果．例如：屈有明等[1]建立了中美之间的多阶段动态博弈模型，并分析了我国在不同风险偏好下的应对策略．邝艳湘[2]基于中美两国经贸关系的现状，构建了多阶段动态博弈模型，并对中美两国间的相互依赖经济如何影响两国之间的贸易摩擦的内在机理进行了分析．孟亮等[3]根据中美经贸关系的实际情况，从动态的角度分别构建了中美基于对抗竞争条件下和合作竞争条件下的多阶段动态博弈模型，并通过博弈论理论对中美贸易摩擦进行了分析．但目前为止，相关研究大多是基于静态博弈分析[4]和对动态博弈的纳什均衡进行研究的[5]，而利用动态博弈中的让步均衡对中美经贸双边关税问题进行分析的研究尚未出现．基于此，本文利用动态博弈中的让步博弈方法[6]对中美贸易的双边关税问题进行研究，以为研究中美关

投稿日期： 2023-12-20
基金项目： 福建省自然科学基金 (2021J011253)；福建省社会科学基金 (FJ2021B031)
作者简介： 潘素娟 (1982—)，女，副教授，研究方向为国际贸易、金融工程与金融数学．

税对中美贸易的影响提供参考 .

1　理论分析与研究假设

1.1 模型假设

让步博弈是促使参与者作出让步的一种博弈，且每个让步博弈都是建立在一个非合作的静态博弈基础之上 . 假定用 $i, j \in \{1,2\}$，$i \neq j$ 分别表示两个不同的博弈参与者 . 若参与者 i 所获取的信息是完全和完美的，且其策略空间 X_i 是凸和紧致的，以及其支付函数 u_i（u_i 是参与者 i 的策略 x_i 的严格凹函数，并且符合唯一性定理 [7]）是参与者 j 博弈策略 x_j 的非递增函数，则一定存在一个唯一的纳什均衡 (x_1^N, x_2^N)，使得 $x_i^N = \arg\max\{u_i(x_i, x_j^N) | x_i \in X_i\}$，且该非合作静态博弈中的纳什均衡为让步博弈的起步点 . 由于在非合作静态博弈中的纳什均衡效率较低，因此本文将非合作静态博弈转换为一个动态的让步博弈（动态让步博弈可有效提高博弈双方的利益获取）. 该动态让步博弈分为两个阶段：第 1 阶段是每个参与者都为在第 2 阶段的让步进行谈判；第 2 阶段是每个参与者都根据第 1 阶段的谈判结果作出让步 .

1.2 让步规则

由于每位参与者 i 的让步量只能比其在原本纳什均衡中的决策变量 x_i^N 低，因此有：

$$s_i = \begin{cases} \alpha_i s_j, & 当 \alpha_i s_j \leqslant x_i^N; \\ x_i^N, & 当 \alpha_i s_j > x_i^N. \end{cases} \tag{1}$$

其中：$s_j \in [0, x_j^N]$ 为参与者 j 的让步量，α_i 为参与者 i 给予对方的出标 [6]，i，$j \in \{1,2\}$，$i \neq j$. 由式 (1) 可知参与者 i 有两个决策变量，即让步量 s_i 和出标 α_i . 由于两个参与者都必须遵循双方都同意的让步规则，因此本文借鉴文献 [6] 中的研究方法制定了如下规则：

规则 1　当式 (2) 成立时，参与者 i 的出标 α_i 是较吸引的 [8] . 若将式 (2) 中的不等号 (>) 改为相反方向，则参与者 j 的出标 α_j 是较吸引的，即上述两种情形下赢家的出标（相对于他在原本的纳什均衡中的决策变量）和输家的相对让步都有较高的让步比例，因此此时对双方是较为吸引的 .

$$\frac{\alpha_i s_j}{x_i^N} \Big/ \frac{s_j}{x_j^N} > \frac{\alpha_j s_i}{x_j^N} \Big/ \frac{s_i}{x_i^N} \Leftrightarrow \frac{\alpha_i x_j^N}{x_i^N} > \frac{\alpha_j x_i^N}{x_j^N} \Leftrightarrow \alpha_i > \frac{\alpha_j \left(x_i^N\right)^2}{\left(x_j^N\right)^2}. \tag{2}$$

规则 2　当双方同时出标时（在第 1 阶段中），出标较吸引的一方成为谈判中的赢家 . 而此时作为输家的一方必须接受赢家的出标，但输家可以根据赢家的出标来最优化自己的支付函数的让步量 . 与此同时，赢家必须兑现他的出标，即根据输家的让步量和他的出标作出相应的让步 .

规则 3　当 $\dfrac{\alpha_i x_j^N}{x_i^N} = \dfrac{\alpha_j x_i^N}{x_j^N}$ 时，对于参与者 i（$i \in \{1,2\}$）若有 $\left\{U_i^{\mathrm{W}}(\alpha_i), U_j^{\mathrm{L}}(\alpha_i)\right\} \geqslant \left\{U_i^{\mathrm{L}}(\alpha_j), U_j^{\mathrm{W}}(\alpha_j)\right\}$ 成立，则参与者 i 即为赢家 . 在该条件中：$U_i^{\mathrm{W}}(\alpha_i)$ 和 $U_i^{\mathrm{L}}(\alpha_j)$ 分别为参与者 i 作为赢家和输家的支付函数，$U_i^{\mathrm{W}}(\alpha_i) = u_i\left(x_i^N - \alpha_i s_j(\alpha_i), x_j^N - s_j(\alpha_i)\right)$，$U_j^{\mathrm{L}}(\alpha_i) = u_j\left(x_i^N - \alpha_i s_j(\alpha_i), x_j^N - s_j(\alpha_i)\right)$；$U_j^{\mathrm{W}}(\alpha_j)$ 和 $U_j^{\mathrm{L}}(\alpha_i)$ 分别为参与者 j 作为赢家和输家的支付函数，$U_j^{\mathrm{W}}(\alpha_j) = u_j\left(x_i^N - s_i(\alpha_j), x_j^N - \alpha_j s_i(\alpha_j)\right)$，$U_i^{\mathrm{L}}(\alpha_j) = u_i\left(x_i^N - s_i(\alpha_j), x_j^N - \alpha_j s_i(\alpha_j)\right)$；$s_j(\alpha_i)$ 为参与者 j 对于赢家的出标 α_i 的最优对策；i，$j \in \{1,2\}$，$i \neq j$.

如果上述条件不成立，则以随机方法决定谁为赢家 . 此时，如果参与者 i 作为赢家的支付不少于他作为

输家的支付，同时参与者 j 作为输家的支付不少于他作为赢家的支付，则参与者 i 为赢家，而参与者 j 为输家．由于上述安排对双方都有利，故此时双方都希望参与者 i 成为谈判中的赢家．

1.3 博弈双方的支付分析

1.3.1 固定一方为赢家或输家时的支付情况

假设参与者 j 是输家，参与者 i 是赢家，则以下设想成立：当赢家 i 的出标等于零时，输家 j 的最优让步量也等于零，且双方的支付也都等于各自在原本的纳什均衡中的支付；输家 j 的支付随着赢家 i 出标的不断增加而增加，而赢家 i 的支付则随着赢家 i 出标的不断增加出现先增加后下降的趋势（甚至可降到低于其在原本纳什均衡中的支付 U_i^N）．

1.3.2 博弈双方各作为赢家或输家时的支付情况

为了防止参与者过低出标，本文制定如下两个特殊的出标方式：

$$\alpha_i^0 \equiv \max\left\{\alpha_i \in R^+ \middle| U_i^W\left(\alpha_i\right) = U_i^L\left(\alpha_i\left(\frac{x_j^N}{x_i^N}\right)^2\right)\right\}, \tag{3}$$

$$\alpha_i^m \equiv \underset{\alpha_i \geqslant \alpha_i^0}{\arg\max}\left\{U_i^{\mathrm{W}}\left(\alpha_i\right)\right\}. \tag{4}$$

其中：α_i^0 为最大输赢同酬出标 [9]，α_i^m 为参与者 i 的不少于最大输赢同酬出标的最优出标．$U_i^{\mathrm{W}}\left(\alpha_i\right)$ 为参与者 i 作为赢家时的支付；$U_i^L\left(\alpha_i\left(\frac{x_j^N}{x_i^N}\right)^2\right)$ 为参与者 i 作为输家时的支付，$i,\ j \in \{1,2\}$，$i \neq j$．

图1为 $\alpha_i^0 < \alpha_i^m$ 时参与者 i 作为赢家或输家的支付与出标的关系，图2为 $\alpha_i^0 = \alpha_i^m$ 时参与者 i 作为赢家或输家的支付与出标的关系．由图1和图2可以看出：当参与者 i 的出标 α_i 处于一个较低水平时，参与者 i 的支付多于参与者 j；当参与者 i 的出标 α_i 提高到一定水平时，其支付可与参与者 j 的支付相等；当参与者 i 的出标 α_i 继续增大时，其支付则低于参与者 j 的支付（甚至低于他在原本的纳什均衡中的支付 U_i^N）．

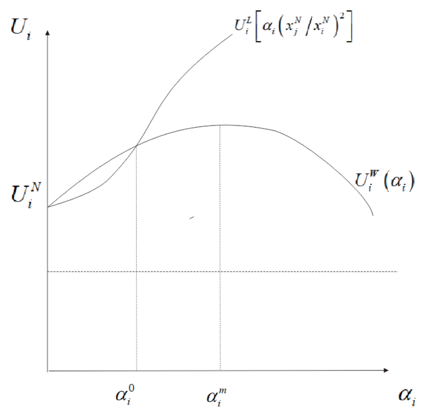

图1 $\alpha_i^0 < \alpha_i^m$ 时参与者 i 作为赢家和输家的支付与出标的关系

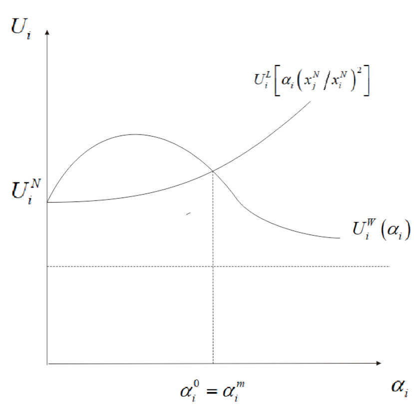

图2 $\alpha_i^0 = \alpha_i^m$ 时参与者 i 作为赢家和输家的支付与出标的关系

2 市场模型及参数估计

2.1 市场模型

本文参考文献[6]中的研究方法，用 $x_{\mathrm{C}}\left(x_{\mathrm{A}}\right)$ 代表中国（美国）施加于美国（中国）的关税税率，并以10个百分点作为计算单位．由于中国为发展中国家，致力于为国民提供就业机会，因此其支付函数 U_{C} 是就业

率的单调递增函数 . 假设中国的支付函数 U_C 为：

$$U_C = u_C(q) = u_C\left(k_1 + ax_C - x_C^2 - x_C x_A\right). \tag{5}$$

其中：q 为依赖于两国关税税率的函数，表示就业率；k_1 为常数；a 为正常数 . 而由于美国为发达国家，致力于使进口关税和出口补贴的结余维持在一个正的水平，因此其支付函数 U_A 是结余的单调递增函数 . 假设美国的支付函数 U_A 为：

$$U_A = u_A(g) = u_A\left(k_2 + bx_A - x_A^2 - x_C\right)\ . \tag{6}$$

其中：g 为致力维持进口关税和出口补贴的结余，$g = k_2 + bx_A - x_A^2 - x_C$；$\left(k_2 + bx_A - x_A^2\right)$ 为关税的收益率；$-x_C$ 为出口补贴；k_2 为常数；b 为正常数 .

2.2 模型含义

对中国的就业率分别关于两国关税税率进行一阶求导和二阶求导可得：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial q}{\partial x_C} = a - 2x_C - x_A,\ \dfrac{\partial^2 q}{\partial^2 x_C} = -2 < 0; \\ \dfrac{\partial q}{\partial x_A} = -x_C < 0,\ \dfrac{\partial^2 q}{\partial^2 x_A} = 0. \end{cases} \tag{7}$$

由式 (7) 可知：当美国增加对中国的关税税率时，中国的就业率就会下降 . 这是因为美国的高关税率可增加中国企业的生产成本，进而会减少企业的生产规模，并由此导致就业率下降；而中国增加对美国的关税时，初始阶段会增加中国的就业率，但增加到一定程度后会降低就业率，即中国增加对美国的关税，对中国的就业率来说其表现的是一个严格凸函数 .

对美国进口关税和出口补贴的结余分别根据两国关税税率进行一阶求导和二阶求导可得：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial g}{\partial x_C} = -1 < 0,\ \dfrac{\partial^2 g}{\partial^2 x_C} = 0; \\ \dfrac{\partial g}{\partial x_A} = b - 2x_A,\ \dfrac{\partial^2 g}{\partial^2 x_A} = -2 < 0. \end{cases} \tag{8}$$

由式 (8) 可知：美国进口关税和出口补贴的结余随着中国关税税率的增加而减少，这说明美国降低进口关税或增加出口补贴可以提高美国进口关税和出口补贴的结余；增加美国的关税会对美国的动态让步博弈结余产生负向影响 (因结余对美国关税税率的曲率为负数).

由以上可知，由于中美两国的贸易目标不同，因此两国的支付函数无法直接相互转移和比较 .

2.3　参数估计

为了对模型 (5) 和模型 (6) 进行分析，本文利用回归的方法对参数 k_1、a、k_2 和 b 进行估计 . 参数估计时就业数据采用 2000—2018 年的我国就业数据 [10]，关税数据采用 2000—2018 年的中美两国的双边关税数据 [11] (其中缺少 2012 年和 2013 年的中国关税数据，故舍去这两年的相关样本)，详见表 1.

表 1　2000—2018 年中国的就业率和中美两国双边关税的情况 (关税取 AHS 简单平均值)

项目	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2014	2015	2016	2017	2018
经济活动人口 / 万人	73 992	74 432	75 360	76 075	76 823	77 877	78 244	78 645	79 243	77 510	783 88	78 579	79 690	80 091	80 694	80 686	80 567

续表

项目	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2014	2015	2016	2017	2018
总就业人员 / 万人	72 085	73 025	73 740	74 432	75 200	75 825	76 400	76 990	77 480	75 828	76 105	76 420	77 253	77 451	77 603	77 640	77 586
就业率 /%	97.42	98.11	97.85	97.84	97.89	97.37	97.64	97.90	97.78	97.83	97.09	97.25	96.94	96.70	96.17	96.22	96.3
中国关税 /10%	1.68	1.58	1.31	1.12	1.03	0.96	0.97	0.99	0.95	0.94	0.96	0.96	0.96	1.11	1.09	1.07	0.98
美国关税 /10%	0.42	0.41	0.41	0.39	0.38	0.38	0.37	0.37	0.38	0.38	0.38	0.38	0.36	0.36	0.36	0.41	0.42
美国关税收益率 /%	41.05	41.04	41.02	41.01	41.14	41.17	40.96	40.95	40.97	40.98	40.97	40.98	40.94	40.94	40.93	40.64	41.19

2.3.1 参数 k_1 和 a 的估计

参数 k_1 和 a 的估计方法为：首先，利用一元线性回归建立就业率的回归方程 (由此建立的回归方程为 $\hat{y}_1=\hat{k}_1+\hat{a}x_C$，其中 $\hat{y}_1=q+x_C^2+x_Cx_A$)；其次，根据表 1 中的数据作回归分析，得出 $\hat{y}_1$ 的残差及置信区间 (如图 3 所示)；最后，去掉每一次回归结果中的残差置信区间 (不包括零点的异常点)，并对有效样本作回归分析以得出 $\hat{y}_1$ 的残差和置信区间 (如图 4 所示). 利用图 4 中的有效样本对参数 k_1 和 a 进行估计的结果见表 2. 由表 2 可以看出，P 值接近于 0，a 的置信区间不含零点，$F_{0.95}(1,10)=4.9646<F$ 4.964 6<F (利用有效样本对 $\hat{y}_1$ 进行回归的结果为 F =96.900 1，分位点 $F_{0.95}(1,10)$ 的值通过查询 F 分布表得到). 由表 2 和图 4 可知，模型 (5) 是有效的 .

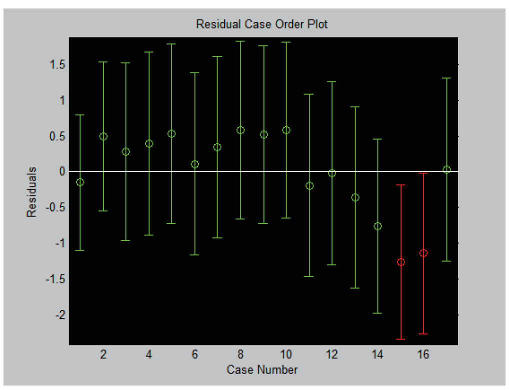

图 3　修正前 $\hat{y}_1$ 的残差及置信区间

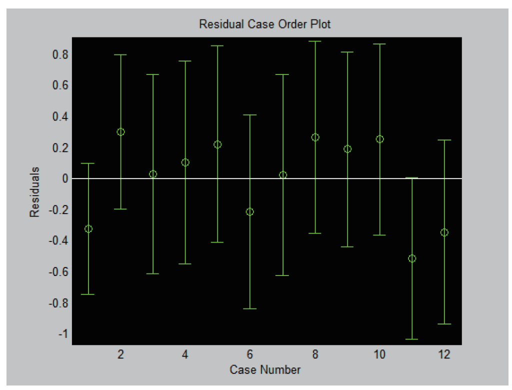

图 4　修正后 $\hat{y}_1$ 的残差及置信区间

表 2　参数 k_1 和 a 的估计结果

回归系数	回归系数的估计值	回归系的数置信区间
k_1	95.7	[94.821 0，96.552 1]
a	3.3	[2.576 4，4.084 0]
$R^2=0.9065$，$F=96.9001$，$p<0.0001$		

2.3.2 参数 k_2 和 b 的估计

参数 k_2 和 b 的估计方法为：首先，利用一元线性回归建立结余的回归方程 (由此建立的回归方程为

$\hat{y}_2=\hat{k}_2+\hat{b}x_{\mathrm{A}}$，其中 $\hat{y}_2=g+x_{\mathrm{A}}^2+x_{\mathrm{C}}$)；其次，利用表 1 中的数据作回归分析，由此得出 $\hat{y}_2$ 的残差和置信区间 (如图 5 所示)；最后，去掉每一次回归结果中的残差置信区间 (不包括零点的异常点)，并对有效样本作回归分析以得出 $\hat{y}_2$ 的残差及置信区间 (如图 6 所示). 利用图 6 中的有效样本对参数 k_2 和 b 进行估计的结果见表 3. 由表 3 可以看出，P 值接近于 0，b 的置信区间不含零点，$F_{0.95}(1，9)$=5.117 4 $<$ F(利用有效样本本对 $\hat{y}_2$ 进行回归的结果为 F =504.640 8，分位点 $F_{0.95}(1,9)$ 的值通过查询 F 分布表得到). 由表 3 和图 6 可知，模型 (6) 是有效的 .

表 3　参数 k_2 和 b 的估计结果

回归系数	回归系数的估计值	回归系数的置信区间
k_2	40.3	[40.154 6 ，40.324 6]
b	1.8	[1.765 0 ，2.160 3]
$R^2=0.982\,5$，F=504.640 8，$p<0.000\,1$		

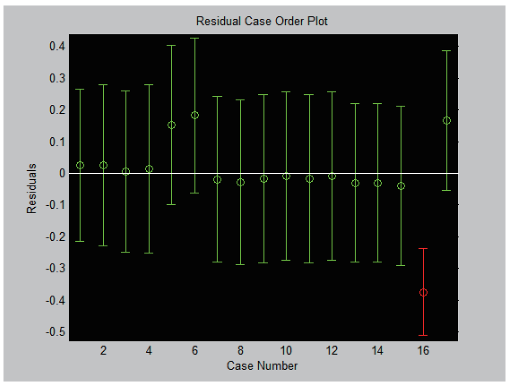

图 5　修正前 $\hat{y}_2$ 的残差及置信区间

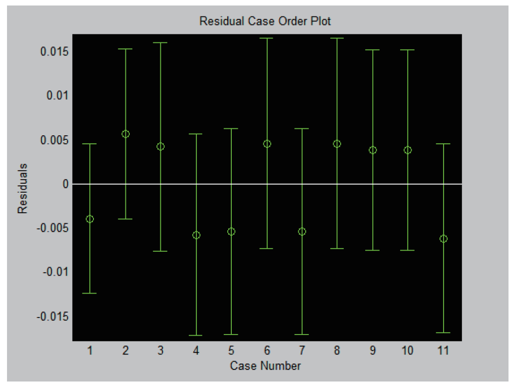

图 6　修正后 $\hat{y}_2$ 的残差及置信区间

由表 2 和表 3 的估计结果可得，中国的支付函数 U_{C} 和美国的支付函数 U_{A} 可分别表示为：

$$U_{\mathrm{C}}=u_{\mathrm{C}}\left[q\right]=u_{\mathrm{C}}\left[95.7+3.3x_{\mathrm{C}}-x_{\mathrm{C}}^2-x_{\mathrm{C}}x_{\mathrm{A}}\right], \tag{9}$$

$$U_{\mathrm{A}}=u_{\mathrm{A}}\left[g\right]=u_{\mathrm{A}}\left[40.3+1.8x_{\mathrm{A}}-x_{\mathrm{A}}^2-x_{\mathrm{C}}\right]. \tag{10}$$

3　中美两国贸易的双边关税的让步均衡

3.1 纳什均衡价格的计算及相关分析

首先根据式 (9) 和式 (10) 分别求出就业率 q 和结余 g 的驻点 . 经计算得：

$$x_{\mathrm{C}}^N=\frac{a}{2}-\frac{b}{4}=1.2，x_{\mathrm{A}}^N=\frac{b}{2}=0.9 . \tag{11}$$

由式 (11) 可知，中美两国支付函数的纳什均衡点分别为 12% 和 9%(关税税率). 由式 (5) 和式 (6) 可知，在纳什均衡下中美两国的支付函数分别为：

$$U_{\mathrm{C}}^N=u_{\mathrm{C}}\left[97.14\right]，U_{\mathrm{A}}^N=u_{\mathrm{A}}\left[97.21\right] . \tag{12}$$

由以上分析可知，中美两国在纳什均衡时其关税均较高，所以双方都愿意削减税率 . 但由于按照惯常做法 (如一方减少 β 量值的关税，另一方减少 γ 量值的关税) 难以取得双方可接受的方案，因此本文利用策略性让步的方法对其进行分析 .

3.2 让步均衡价格的计算及相关分析

本文在中美两国都同意 1.2 的让步规则下和愿意共同削减税率的基础上计算两国支付函数的让步均衡 .

3.2.1 两国分别成为赢家和输家的支付

1) 中国成为赢家、美国成为输家时两国支付函数的计算. 由让步规则 2 可知, 若美国削减一个百分点的税率, 中国将削减 α_{C} 个百分点的关税. 利用最优化问题的解法[6]求解最优的美方支付函数得:

$$\max_{s_{\mathrm{A}}\in\mathbf{R}^+} u_{\mathrm{A}}\left[40.3+1.8\left(x_{\mathrm{A}}^N-s_{\mathrm{A}}\right)-\left(x_{\mathrm{A}}^N-s_{\mathrm{A}}\right)^2-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\alpha_{\mathrm{C}}s_{\mathrm{A}}\right)\right], \tag{13}$$

其中 $s_{\mathrm{A}}\in\left[0,\ x_{\mathrm{A}}^N\right]$ 表示美国对于他在原本纳什均衡中的决策变量 x_{A}^N 的削减, 即表示美国的让步量. 在式 (13) 中对 s_{A} 进行一阶求导并令其等于零, 由此可得美国的让步量为:

$$s_{\mathrm{A}}=s_{\mathrm{A}}\left(\alpha_{\mathrm{C}}\right)=\frac{\alpha_{\mathrm{C}}}{2}. \tag{14}$$

根据式 (2), 中国的相应让步量可表示为 $s_{\mathrm{C}}=\alpha_{\mathrm{C}}s_{\mathrm{A}}\left(\alpha_{\mathrm{C}}\right)=\frac{\alpha_{\mathrm{C}}{}^2}{2}$. 由以上可知此时两国的支付函数分别为:

$$U_{\mathrm{C}}^{\mathrm{W}}\left(\alpha_{\mathrm{C}}\right)=u_{\mathrm{C}}\left[q\right]=u_{\mathrm{C}}\left[95.7+3.3\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}^2}{2}\right)-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}^2}{2}\right)^2-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}^2}{2}\right)\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}}{2}\right)\right], \tag{15}$$

$$U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{L}}\left(\alpha_{\mathrm{C}}\right)=u_{\mathrm{A}}\left[g\right]=u_{\mathrm{A}}\left[40.3+1.8\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}}{2}\right)-\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}}{2}\right)^2-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{C}}^2}{2}\right)\right]. \tag{16}$$

2) 美国成为赢家、中国成为输家时两国支付函数的计算. 由让步规则 2 可知, 若中国削减一个百分点的税率, 美国将削减 α_{A} 个百分点的关税. 利用最优化问题的解法[6]求解最优的中方支付函数得:

$$\max_{s_{\mathrm{C}}\in\mathbf{R}^+} u_{\mathbf{C}}\left[95.7+3.3\left(x_{\mathbf{C}}^N-s_{\mathbf{C}}\right)-\left(x_{\mathbf{C}}^N-s_{\mathbf{C}}\right)^2-\left(x_{\mathbf{C}}^N-s_{\mathbf{C}}\right)\left(x_{\mathbf{A}}^N-\alpha_{\mathbf{A}}s_{\mathbf{C}}\right)\right], \tag{17}$$

其中 $s_{\mathrm{C}}\in\left[0,\ x_{\mathrm{C}}^N\right]$ 表示中国对于他在原本纳什均衡中的决策变量 x_{C}^N 的削减, 即表示中国的让步量. 在式 (17) 中对 s_{C} 进行一阶求导并令其等于零, 由此可得中国的让步量为:

$$s_{\mathrm{C}}=s_{\mathrm{C}}\left(\alpha_{\mathrm{A}}\right)=\frac{\alpha_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}. \tag{18}$$

根据式 (2), 美国的相应让步量可表示为 $s_{\mathrm{A}}=\alpha_{\mathrm{A}}s_{\mathrm{C}}\left(\alpha_{\mathrm{A}}\right)=\frac{\alpha_{\mathrm{A}}^2x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}$ 由以上可知此时两国的支付函数分别为:

$$\begin{aligned}&U_{\mathrm{C}}^{\mathrm{L}}\left(\alpha_{\mathrm{A}}\right)=u_{\mathrm{C}}\left[q\right]=\\&u_{\mathrm{C}}\left[95.7+3.3\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)^2-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}^2x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)\right],\end{aligned} \tag{19}$$

$$U_{\mathrm{A}}^{\mathrm{W}}\left(\alpha_{\mathrm{A}}\right)=u_{\mathrm{A}}\left[g\right]=u_{\mathrm{A}}\left[40.3+1.8\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}^2x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)-\left(x_{\mathrm{A}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}^2x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)^2-\left(x_{\mathrm{C}}^N-\frac{\alpha_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{C}}^N}{2\left(1+\alpha_{\mathrm{A}}\right)}\right)\right]. \tag{20}$$

3.2.2 让步均衡价格的推导

1) 出标参数. 由于当 $\left(\frac{x_{\mathrm{C}}^N}{x_{\mathrm{A}}^N}\right)^2=\frac{16}{9}$ 时, 中国的出标 α_{C} 与美国的出标 α_{A} ($\alpha_{\mathrm{A}}=\frac{9}{16}\alpha_{\mathrm{C}}$) 的吸引力相等, 因此通过求取函数 $U_{\mathrm{C}}^W\left(\alpha_{\mathrm{C}}\right)$ 和 $U_{\mathrm{C}}^L\left(\frac{9}{16}\alpha_{\mathrm{C}}\right)$ 的交点, 即可得到中国的最大输赢同酬出标 (为 $\alpha_{\mathrm{C}}^0=1.021$) 和不低于中国的最大输赢同酬出标的最优出标 (为 $\alpha_{\mathrm{C}}^m=1.021$). 类似地, 因为函数 $U_{\mathrm{A}}^W\left(\alpha_{\mathrm{A}}\right)$ 和 $U_{\mathrm{A}}^L\left(\frac{16}{9}\alpha_{\mathrm{A}}\right)$ 的交点为 $\alpha_{\mathrm{A}}=0.698$, 所以可求出美国的最大输赢同酬出标 (为 $\alpha_{\mathrm{A}}^0=0.698$) 和不低于美国的最大输赢同酬

出标的最优出标 (为 $\alpha_{\mathrm{A}}^{m}=\alpha_{\mathrm{A}}^{0}=0.698$).

2) 让步均衡价格 . 根据本文的让步均衡规则以及参考文献 [12] 中的让步博弈的求解方法，本文对让步博弈给出了以下解法：当 $\alpha_i^0=\alpha_i^m$ 和 $\alpha_j^0=\alpha_j^m$ 时，若 $\alpha_i^0 \geqslant \left(\dfrac{x_i^N}{x_j^N}\right)^2 \alpha_j^0$，则在让步博弈中存在一个均衡，其中参与者 j 的出标为 $\alpha_j^*=\alpha_j^0$，参与者 i 的出标为 $\alpha_i^*=\alpha_i^S \equiv \underset{\alpha_i\in\left[\left(x_i^N/x_j^N\right)^2\alpha_j^0,\alpha_i^0\right]}{\arg\max}\left\{U_i^W\left(\alpha_i\right)\right\}$.

由于 $\alpha_{\mathrm{C}}^{0}=\alpha_{\mathrm{C}}^{m}=1.021<\left(\dfrac{x_{\mathrm{C}}^N}{x_{\mathrm{A}}^N}\right)^2\alpha_{\mathrm{A}}^0=\left(\dfrac{x_{\mathrm{C}}^N}{x_{\mathrm{A}}^N}\right)^2\alpha_{\mathrm{A}}^m=\dfrac{16}{9}\times 0.698=1.241$，$U_{\mathrm{A}}^W\left(0.698\right)=u_{\mathrm{A}}\left(32.79\right)<U_{\mathrm{A}}^W\left(\dfrac{9}{16}\times 1.021\right)=U_{\mathrm{A}}^W\left(0.574\right)=u_{\mathrm{A}}\left(33.16\right)$，所以根据上述解法可得此时博弈的让步均衡为 $\alpha_{\mathrm{C}}^*=\alpha_{\mathrm{C}}^0=1.021$，$\alpha_{\mathrm{A}}^*=\alpha_{\mathrm{A}}^S=\dfrac{16}{49}\times 1.734=0.574$. 由于两国的出标吸引力相等，因此根据让步规则 3 可知，如果参与者 i 作为赢家的支付不少于他作为输家的支付，同时参与者 j 作为输家的支付也不少于他作为赢家的支付，则参与者 i 为赢家，参与者 j 为输家 . 由上述分析可知，在此时的让步博弈中，中国为输家 (此时作出的关税削减为 2.19% ($s_{\mathrm{C}}^*=\dfrac{a_{\mathrm{A}}^* x_{\mathrm{C}}^N}{2(1+a_{\mathrm{A}}^*)}=0.219$)), 美国为赢家 (此时作出的相应关税削减为 1.26% ($s_{\mathrm{A}}^*=s_{\mathrm{C}}^*\times 0.574=0.126$)).

综述可知，当双方的支付分别由 $U_{\mathrm{C}}^N=u_{\mathrm{C}}\left[97.14\right]$ 升至 $U_{\mathrm{C}}=u_{\mathrm{C}}\left[97.21\right]$ 和由 $U_{\mathrm{A}}^N=u_{\mathrm{A}}\left[39.91\right]$ 升至 $U_{\mathrm{A}}=u_{\mathrm{A}}\left[40.11\right]$ 时，共同让步是一个双赢的结果 .

4 实证结果及其分析

假设所取的样本是中美两国同时互加 25% 的关税税率 . 根据让步博弈的方法，利用式 (9) 和式 (10) 进行计算即可得到中美两国分别对对方加征 25% 关税后双方的支付结果（见表 4）由表 4 可以看出，当以中美双方关税的纳什均衡为基点进行计算时，加征 25% 的关税税率可使双方的支付分别由 $U_{\mathrm{C}}^N=u_{\mathrm{C}}\left[97.14\right]$ 降至 $U_{\mathrm{A}}^N=u_{\mathrm{A}}\left[39.91\right]$ 和由 $U_{\mathrm{A}}^N=u_{\mathrm{A}}\left[39.91\right]$ 降至 $U_A'=u_{\mathrm{A}}\left[31.16\right]$；当以中美双方关税的让步均衡为基点进行计算时，加征 25% 关税税率可使双方的支付分别由 $U_{\mathrm{C}}=u_{\mathrm{C}}\left[97.21\right]$ 降至 $U_C'=u_{\mathrm{C}}\left[83.77\right]$ 和由 $U_A=u_A\left[40.11\right]$ 降至 $U_A'=u_{\mathrm{A}}\left[32.12\right]$. 该结果表明，无论是否加征关税，在让步均衡下，只要双方都同意让步的规则，即使双方签订任何具约束力的协议，双方都能得到优于纳什均衡时的支付 .

表 4　中美加征关税前后时的支付函数

支付函数	纳什均衡	以纳什均衡为基点，加征 25% 关税税率	让步均衡	以让步均衡为基点，加征 25% 关税税率
中国的支付函数 (U_{C})	$U_{\mathrm{C}}^N=u_{\mathrm{C}}\left[97.14\right]$	$U_C'=u_{\mathrm{C}}\left[81.64\right]$	$U_{\mathrm{C}}=u_{\mathrm{C}}\left[97.21\right]$	$U_{\mathrm{C}}'=u_{\mathrm{C}}\left[83.77\right]$
美国的支付函数 (U_{A})	$U_{\mathrm{A}}^N=u_{\mathrm{A}}\left[39.91\right]$	$U_A'=u_{\mathrm{A}}\left[31.16\right]$	$U_{\mathrm{A}}=u_{\mathrm{A}}\left[40.11\right]$	$U_{\mathrm{A}}'=u_{\mathrm{A}}\left[32.12\right]$

5 结论

本文研究表明，在让步均衡下，中美双方只要都同意关税的让步规则，即使双方不用签订任何具约束力的协议，也可得到优于原本纳什均衡的支付 . 该结果可为解决我国与各贸易国之间的贸易关税问题提供

参考.在今后的研究中,我们将在博弈中引入随机环境元素,以更符合实际边贸问题的研究.

参考文献:

[1] 屈有明,李江鑫,张克勇.考虑风险偏好的中美贸易多阶段动态博弈分析[J].统计与决策,2020,36(5):173-176.

[2] 邝艳湘.经济相互依赖与中美贸易摩擦:基于多阶段博弈模型的研究[J].国际贸易问题,2010,335(11):36-43.

[3] 孟亮,梁莹莹.中美贸易争端跨越修昔底德陷阱的多阶段动态博弈分析[J].中国流通经济,2018,32(9):85-97.

[4] 周念利,陈寰琦,黄建伟.全球数字贸易规制体系构建的中美博弈分析[J].亚太经济,2017,203(4):37-45.

[5] 万光彩,陈鑫鑫.新冠疫情冲击下中美贸易摩擦的博弈分析[J].中国海洋大学学报(社会科学版),2021,180(3):73-83.

[6] 杨荣基,彼得罗项,李颂志.动态合作:尖端博弈论[M].北京:中国市场出版社,2007.

[7] BASAK G K, GHOSH M K, MUKHERJEE D.Equilibrium and stability of a stock market game with big traders[J]. Differential Equations and Dynamical Systems, 2010, 17(3): 283-299.

[8] 陈洪转,王玥.主制造商供应商合作协商定价让步博弈研究[J].工业技术经济,2017,36(5):102-108.

[9] YEUNG D W K, PETROSYAN L A.Cooperative stochastic differential games[M]. New York: Springer, 2006.

[10] 国家统计局.中国统计年鉴[M].北京:中国统计出版社,2021.

[11] World Intergrated Trade Solution.[2020-04-30].https://wits.worldbank.org/gptad.html.

[12] JORGENSEN S, YEUNG D W K.A strategic concession game[J].International Game Theory Review, 1999, 1(1): 103-129.