

文章编号: 1004-4353 (2024) 01-0055-08

基于增益腔的腔磁力混合系统中的光放大和快慢光传播

丛龙江, 刘洪雨

(延边大学 理学院, 延吉 吉林 133002)

摘要: 为了在腔磁力系统中实现可控的磁子诱导透明、磁力诱导透明、光放大以及快慢光传播, 建立了一个腔磁力混合系统模型。该模型由含有 1 个钇铁石榴石(YIG)球的增益腔组成。该模型利用强驱动来驱动 YIG 球, 利用弱探测场探测微波腔。研究表明, 通过选取最优增益和调节腔—磁耦合强度、磁—力耦合强度可以实现可控的磁子诱导透明、磁力诱导透明、光放大以及快慢光传播。该研究结果可为量子信息操纵、量子信息存储和灵敏光开关的研究提供参考。

关键词: 腔磁力混合系统; 增益腔; 钇铁石榴石; 磁子诱导透明; 磁力诱导透明; 光放大; 快慢光传播

中图分类号: O431 文献标志码: A

Light amplification and fast-slow light propagation in a gain-cavity based cavity magnomechanical hybrid system

CONG Longjiang, LIU Hongyu

(College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: A cavity magnomechanical hybrid system model was developed to obtain controllable magnon-induced transparency, magnomechanical-induced transparency, optical amplification, and fast-slow light propagation in the system. The model consists of a gain cavity comprising a yttrium iron garnet (YIG) sphere, which is driven by a strong driving field, while a weak probing field is utilized to detect the microwave cavity. The study reveals that by optimizing the gain, adjusting the cavity-magnon coupling strength, and modulating the magnomechanical coupling strength, controllable magnon-induced transparency, magnomechanical-induced transparency, optical amplification, and fast-slow light propagation can be achieved. These findings have significant implications for quantum optical manipulation, quantum information storage, and the development of sensitive optical switches.

Keywords: cavity magnomechanical hybrid system; gain cavity; yttrium iron garnet; magnoninduced transparency; magnomechanical induced transparency; optical amplification; fast-slow light propagation

0 引言

电磁诱导透明现象最早由 Boller 等人在三能级原子中发现^[1]。近年来, 一些学者在研究光力系统(如光学腔^[2]、微波腔^[3]和回音壁腔^[4])时发现了类似电磁诱导透明的现象, 因此该现象被称为光力诱导透明^[5-6]。研究表明, 光力诱导透明可以促进光力纠缠以及实现光学模和力学模之间的相互作用, 因此研究光力诱导透明现象有助于对量子信息通讯的研究。2018 年, 文献[7] 的作者研究了基于 PT 对称下的腔磁系统中的

投稿日期: 2023-07-24

基金项目: 国家自然科学基金(62165014)

第一作者: 丛龙江(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为量子光学。

通信作者: 刘洪雨(1982—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为量子光学。

磁子诱导透明和放大; 2020 年, 文献 [8] 的作者研究了基于腔磁系统中的可调多窗口的磁力诱导透明和快慢光转换; 2022 年, 文献 [9] 的作者研究了基于 PT 对称的腔磁系统中的微波放大; 同年, 文献 [10] 的作者研究了在类 PT 对称的腔磁系统中如何利用磁子控制光透射的方法。基于以上研究, 本文对腔磁力混合系统中的磁子诱导透明、磁力诱导透明、光放大现象以及快慢光传输现象进行了研究。

1 腔磁混合系统模型及其哈密顿

本文采用的腔磁力混合系统模型由 1 个增益微波腔和 1 个 YIG 球 (YIG 球放置在微波腔中) 组成, 如图 1 所示。YIG 球的直径为 $250 \mu\text{m}$, 其中 Fe^{3+} 的密度 (ρ) 为 $4.22 \times 10^{27} \text{ m}^{-3}$, 总体自旋密度 (s) 为 7.07×10^{14} ($S = \frac{5}{2}\rho V = 7.07 \times 10^{14}$, 其中 V 是 YIG 球的体积, S 满足的对易关系为 $[S_a, S_b] = i e^{i\beta\gamma} S_y$)。该系统模型在 z 轴方向上引入一个可调的偏置磁场 H , 磁子模由该偏置磁场驱动产生, 磁子模频率可通过调节偏置磁场而改变, 即可表示为 $\omega_m = \gamma H$ (其中 γ 为旋磁比)。在该系统模型中, 磁子与微波腔光子的耦合由磁偶极间的相互作用实现, 机械谐振器 (声子) 由 YIG 球的磁致伸缩效应产生的几何形变形成, 磁子与声子的耦合由磁致伸缩相互作用实现^[3]。由于 YIG 球的直径远小于微波波长, 所以可以忽略由辐射压引起的腔光子和声子之间的相互作用。此外, YIG 球除了应用微波驱动来增强磁力耦合外, 它还借助一个弱的探测场来探测微波腔。在旋转波近似下, 该系统的哈密顿^[8]为:

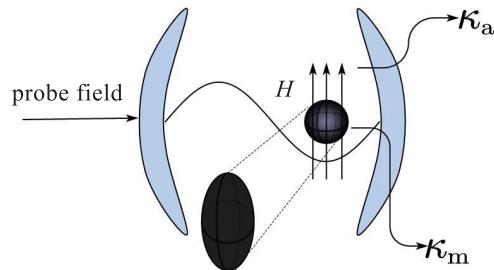


图 1 腔磁力混合系统的模型图

$$H/\hbar = \omega_a a^\dagger a + \omega_m m^\dagger m + \omega_b b^\dagger b + g_{ma}(a^\dagger m + am^\dagger) + g_{mb} m^\dagger m(b^\dagger + b) + i \varepsilon_{pu} (m^\dagger e^{-i\omega_{pu}t} - m e^{i\omega_{pu}t}) + i \varepsilon_{pr} (a^\dagger e^{-i\omega_{pr}t} - a e^{i\omega_{pr}t}). \quad (1)$$

其中: a^\dagger 、 m^\dagger 、 b^\dagger (a 、 m 、 b) 分别是微波腔光子、磁子、声子的产生 (湮灭) 算符, b ($b = (q + ip)/\sqrt{2}$, q 和 p 分别是无量纲的位置与动量算符) 和 b^\dagger ($b^\dagger = (q - ip)/\sqrt{2}$) 满足标准的玻色子对易关系 ($[o, o^\dagger] = 1$ ($o = a, m, b$)); ω_a 、 ω_m 、 ω_b 、 ω_{pu} 分别是微波腔光子模、磁子模、声子模和驱动场的频率; g_{ma} 是微波腔光子与磁子的耦合强度 (通过磁偶极相互作用耦合), 其大小可通过调节偏置磁场强弱和改变 YIG 球的位置来改变^[11-12]; g_{mb} 是磁子与声子的耦合强度 (通过磁致伸缩相互作用耦合), 其大小可通过调节外部微波驱动来改变; ε_{pu} 是 Rabi 频率^[13] ($\varepsilon_{pu} = \frac{\sqrt{5}}{4} \gamma \sqrt{N} B_0$), 它表示驱动场 B_0 与磁子模之间的耦合强度; ω_{pr} 是探测场的频率, 其振幅为 $\varepsilon_{pr} = \sqrt{\frac{2P_{pr}\kappa_m}{\hbar\omega_{pr}}}$ 。因模型 (1) 忽略了 Kerr 项 $Km^\dagger mm^\dagger m$, 所以该系统必须满足 $K|\langle m \rangle|^3 \ll \varepsilon_{pu}$ ^[14]。在驱动频率为 ω_{pu} 的旋转框架下, 系统的有效哈密顿^[8]为:

$$H_{eff}/\hbar = \Delta_a a^\dagger a + \Delta_m m^\dagger m + \omega_b b^\dagger b + g_{ma}(a^\dagger m + am^\dagger) + g_{mb} m^\dagger m(b^\dagger + b) + i \varepsilon_{pu} (m^\dagger + m) + i \varepsilon_{pr} (a^\dagger e^{-i\delta t} - a e^{i\delta t}). \quad (2)$$

其中: $\Delta_a (\Delta_a = \omega_a - \omega_{pu})$ 、 $\Delta_m (\Delta_m = \omega_m - \omega_{pu})$ 、 $\delta (\delta = \omega_{pr} - \omega_{pu})$ 是微波腔光子、磁子、探测场与驱动场的失谐。为了得到输入噪声 ($a_{in}(t)$ 、 $m_{in}(t)$ 、 $b_{in}(t)$) 和耗散对系统的影响, 本文计算了系统的量子海森堡朗之万方程, 得:

$$\begin{aligned}\dot{a} &= -i\Delta_a a - \kappa_{at} a - ig_{ma} m + \varepsilon_{pr} e^{-i\delta t} + \sqrt{2\kappa_a} a_{in}(t) + \sqrt{2g} a_{in}^{(g)}(t), \\ \dot{m} &= -i\Delta_m m - \kappa_m m - ig_{ma} a - ig_{mb} m(b^\dagger + b) + \varepsilon_{pu} + \sqrt{2\kappa_m} m_{in}(t), \\ \dot{b} &= -i\omega_b b - \kappa_b b - ig_{mb} m^\dagger m + \sqrt{2\kappa_b} b_{in}(t).\end{aligned}\quad (3)$$

其中: κ_a 、 κ_m 、 κ_b 分别为微波腔光子、磁子、声子的耗散率; $\kappa_{at} (\kappa_{at} = \kappa_a - g)$ 是微波腔光子的有效耗散率; g 是腔的增益因子 (本文中的增益通过给微波腔注入光子获取, 即通过增加平均光子数来弥补耗散的损失, 从而达到本文所需要的增益效果); a_{in} 、 m_{in} 、 b_{in} 是具有零平均值的真空输入噪声算符, 其特征关联函数^[15]为 $\langle k_{in}(t)k_{in}^\dagger(t') \rangle = [N_k(\omega_k) + 1]\delta(t-t')$ 和 $\langle k_{in}^\dagger(t)k_{in}(t') \rangle = N_k(\omega_k)\delta(t-t')$, $k = a, m, b$ 。

增益腔的特征关联函数^[16]为 $\langle a_{in}^{(g)}(t)a_{in}^{(g)\dagger}(t') \rangle = [N_a(\omega_a) + 1]\delta(t-t')$ 和 $\langle a_{in}^{(g)\dagger}(t)a_{in}^{(g)}(t') \rangle = N_a(\omega_a)\delta(t-t')$,

其中 $N_k(\omega_k) = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_k}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$ 是在环境温度 T 下的平均热激发数, k_B 是玻尔兹曼常数。由于磁子是通过微波场来强驱动的, 因此磁子会产生一个大的稳态振幅 ($|m_s| \gg 1$), 所以对系统的量子朗之万方程进行线性化 ($Q = Q_s + \delta Q$)^[17] 可得系统的稳态解:

$$a_s = \frac{-ig_{ma}m_s}{i\Delta_a + \kappa_{at}}, \quad m_s = \frac{-ig_{ma}a_s + \varepsilon_{pu}}{i\Delta_m + \kappa_m}, \quad b_s = \frac{-ig_{mb}|m_s|^2}{i\omega_b + \kappa_b}. \quad (4)$$

其中 $\Delta_m = \Delta_m + g_{mb}(b_s + b_s^*)$ 。系统的量子涨落方程^[8]为:

$$\begin{aligned}\dot{\delta a} &= -i\Delta_a \delta a - \kappa_{at} \delta a - ig_{ma} \delta m + \varepsilon_{pr} e^{-i\delta t} + \sqrt{2\kappa_a} a_{in} + \sqrt{2g} a_{in}^{(g)}, \\ \dot{\delta m} &= -i\Delta_m \delta m - \kappa_m \delta m - iG(\delta b + \delta b^\dagger) - ig_{ma} \delta a + \sqrt{2\kappa_m} m_{in}, \\ \dot{\delta b} &= -i\omega_b \delta b - \kappa_b \delta b - iG^* \delta m - iG \delta m^\dagger + \sqrt{2\kappa_b} b_{in}.\end{aligned}\quad (5)$$

其中: $G = g_{mb}m_s$ 是有效的磁力耦合强度。对系统的量子涨落方程 $\delta Q = Q_+ e^{-i\delta t} + Q_- e^{i\delta t}$ (仅保留共振项, 忽略非共振项, 即 $Q = 0$) 进行线性化可得:

$$\begin{aligned}\dot{a}_+ &= (i\lambda - \kappa_{at})a_+ - ig_{ma}m_+ + \varepsilon_{pr} = 0, \\ \dot{m}_+ &= (i\lambda - \kappa_m)m_+ - ig_{ma}a_+ - iGb_+ = 0, \\ \dot{b}_+ &= (i\lambda - \kappa_b)b_+ - iG^*m_+ = 0.\end{aligned}\quad (6)$$

在可分辨边带机制下, 令 $\Delta_a = \Delta_m = \omega_b$, $\lambda = \delta - \omega_b$, 则由此可得输出场响应 a_+ 的解为:

$$a_+ = \frac{ig_{ma}m_+ - \varepsilon_{pr}}{i\lambda - \kappa_{at}}, \quad m_+ = \frac{ig_{ma}a_+ + iGb_+}{i\lambda - \kappa_m}, \quad b_+ = \frac{iG^*m_+}{i\lambda - \kappa_b}. \quad (7)$$

整理上式可得:

$$a_+ = \frac{\varepsilon_{pr}}{\kappa_{at} - i\lambda + \frac{g_{ma}^2}{\kappa_m - i\lambda + \frac{|G|^2}{\kappa_b - i\lambda}}}. \quad (8)$$

令 $\xi_{in} = 0$, 于是再由输入输出关系 ($\xi_{out} = \xi_{in} - 2\kappa_{at}a$) 可得系统的输出场振幅为:

$$\xi_{\text{out}} = \frac{2\kappa_{\text{at}} a_+}{\varepsilon_{\text{pr}}}. \quad (9)$$

输出场的实部(表示吸收)和虚部(表示色散)分别为 $\text{Re}[\xi_{\text{out}}] = \kappa_{\text{at}}(a_+ + a_*)/\varepsilon_{\text{pr}}$ 和 $\text{Im}[\xi_{\text{out}}] = \kappa_{\text{at}}(a_+ - a_*)/\varepsilon_{\text{pr}}$.

2 腔磁混合系统中的透明窗口

本文采用文献[18-19]中的参数(在腔磁力系统实验中得到的)对系统输出场的吸收谱进行模拟分析,各实验参数分别为: $\omega_a/2\pi = \omega_m/2\pi = 10$ GHz, $\omega_b/2\pi = 10$ MHz, $\kappa_m/2\pi = 0.1$ MHz, $\kappa_a/2\pi = 1$ MHz 和 $\kappa_b/2\pi = 100$ Hz. 为了选取最优的腔耗散率,本文绘制了吸收谱与不同有效腔耗散率(κ_{at})和失谐(δ/ω_b)的对应关系,其中 $g_{\text{ma}}/2\pi = 1$ MHz, $G/2\pi = 1$ MHz, 如图2所示.由图2可以看出,当 $\kappa_{\text{at}}/\kappa_a$ 为负值时,吸收谱的透明窗口小于0(其原因是本文选用的微波腔是增益微波腔).为此,本文通过绘制图2得到了一个最优的有效腔耗散($\kappa_{\text{at}}/\kappa_a = 0.4$,此时的增益因子 $g = 0.6\kappa_a$),并在此基础上分析诱导透明.

图3为不同耦合强度时探测场在输出场吸收光谱中的响应.图3(a)为系统只含有腔磁耦合($g_{\text{ma}}/2\pi = 1$ MHz)时输出场的吸收光谱.由图3(a)可以看出,图中出现了1个透明窗口(该窗口是由腔场与磁子之间的相互作用形成的,因此该窗口称为磁子诱导透明窗口).图3(b)为磁子—声子耦合强度非零($G/2\pi = 1$ MHz)的情况下的吸收光谱.由图3(b)可以看出,系统在吸收过程中,原本的磁子诱导透明窗口右侧又出现了1个透明窗口(是由非零的磁致伸缩相互作用导致的).另外,通过对比图3(a)和图3(b)以及根据文献[3]的研究结果可知,图3(b)中的右侧透明窗口为磁力诱导透明窗口(因其形成与磁子—声子之间的相互作用密切相关).

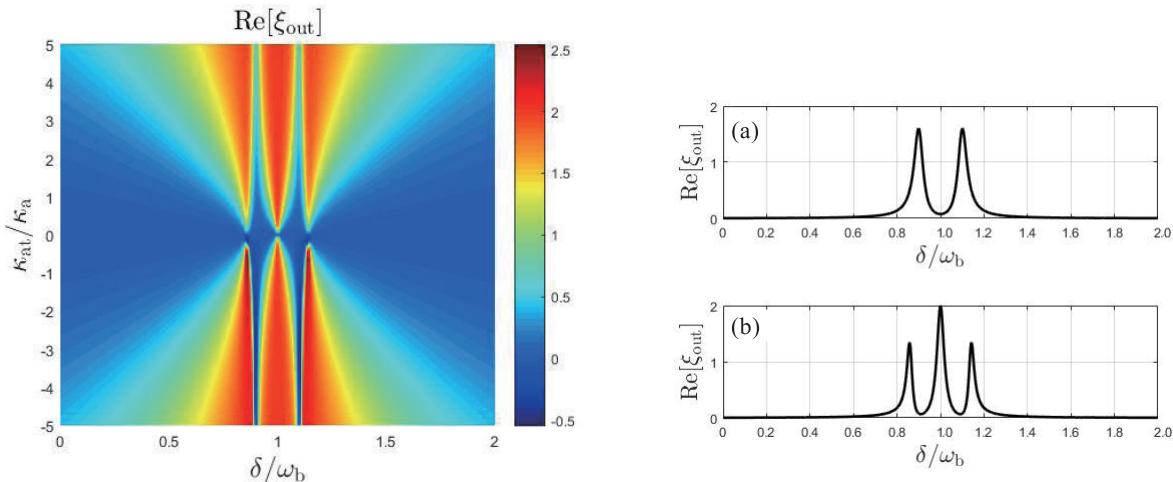


图2 吸收谱与不同有效腔耗散率(κ_{at})和失谐(δ/ω_b)的对应关系

图3 吸收谱与不同失谐(δ/ω_b)的关系

图4为不同耦合强度的吸收谱与失谐的关系.图4(a)为在固定腔—磁耦合强度时不同磁—力耦合强度的吸收谱与失谐之间的关系(实线为 $G/2\pi = 0.5$ MHz,虚线为 $G/2\pi = 1$ MHz,点划线为 $G/2\pi = 1.5$ MHz,点虚线为 $G/2\pi = 2$ MHz).由图4(a)可以看出,透明窗口的深度和宽度随着有效磁—力耦合强度的增加而增加.这说明在实验可行的参数范围内,磁—力耦合强度越大,透明效果越好.图4(b)为在固定有效磁—力耦合强度时不同腔—磁耦合强度的吸收谱与失谐的关系(实线为 $g_{\text{ma}}/2\pi = 0.5$ MHz,虚线为 $g_{\text{ma}}/2\pi = 1$ MHz,点划线为 $g_{\text{ma}}/2\pi = 1.5$ MHz,点虚线为 $g_{\text{ma}}/2\pi = 2$ MHz).图4(b)中,腔—磁耦合强度是通过调节偏置磁场和改变YIG球位置来调节的.由图4(b)可以看出,透明窗口的深度和宽度也随着

有效磁—力耦合强度的增加而增加. 这进一步表明, 磁—力耦合强度越大, 透明效果越好.

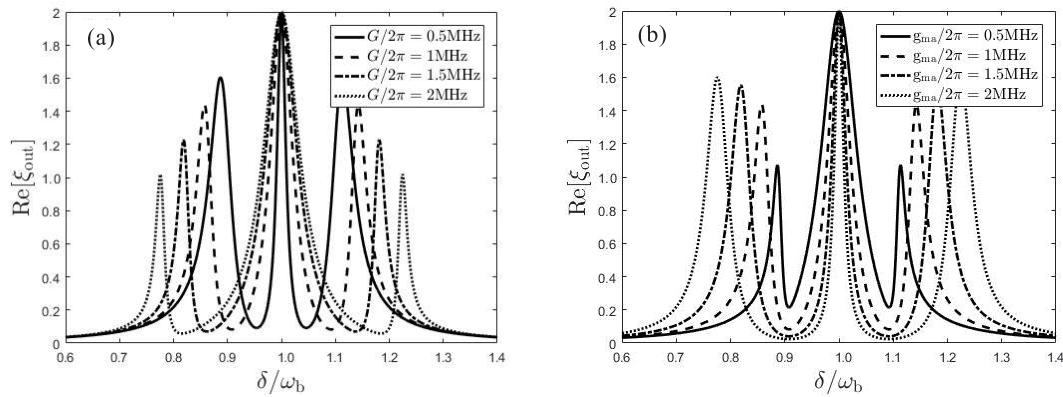


图4 不同耦合强度的吸收谱与失谐的关系 ((a) 为不同有效磁—力耦合强度 (G) 的吸收谱与失谐 (δ/ω_b) 的关系, (b) 为不同腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 的吸收谱与失谐 (δ/ω_b) 的关系)

3 腔磁混合系统中的微波放大

为了简便, 本文仍选用上述实验参数对输出信号的透射谱进行研究. 由式(9)可知, 探测场的透射谱可以表示为:

$$t_p = 1 - \frac{2\kappa_{at}a_+}{\epsilon_{pr}}. \quad (10)$$

为了选取最优的有效腔耗散率, 本文绘制了不同的有效腔耗散 (κ_{at}/κ_a)、失谐 (δ/ω_b) 与透射谱 ($|t_p|^2$) 的关系图, 如图5所示. 由图5可以看出, 当 κ_{at}/κ_a 为负值时, 微波的放大效果最好. 为了便于实验操作, 本文选取了相对较小的有效腔耗散比, 即选取了 $\kappa_{at}/\kappa_a = -0.3769$ (此时增益因子为 $1.3769\kappa_a$).

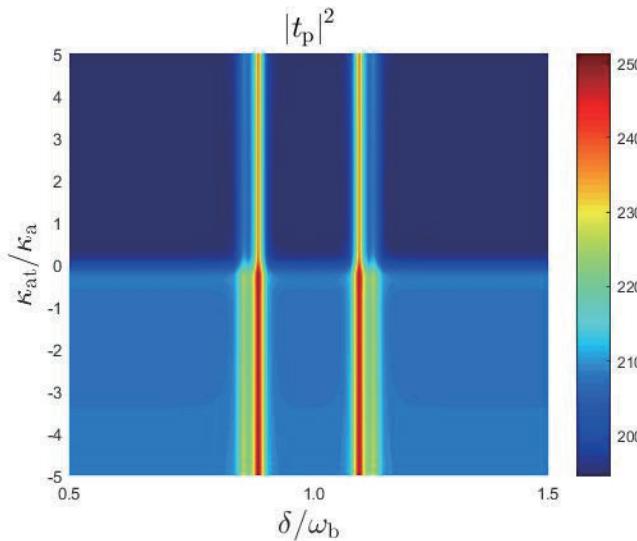


图5 不同有效腔耗散 (κ_{at}/κ_a)、失谐 (δ/ω_b) 与传输谱 ($|t_p|^2$) 的关系

图6为在不同有效磁—力耦合强度 (G) 时透射谱 ($|t_p|^2$) 与失谐 (δ/ω_b) 之间的关系. 图中: 腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 为固定, 图6(a)中的有效磁—力耦合强度为 $G/2\pi = 0.1\text{MHz}$, 图6(b)中的有效磁—力耦合强度为 $G/2\pi = 0.5\text{MHz}$, 图6(c)中的有效磁—力耦合强度为 $G/2\pi = 1\text{MHz}$, 图6(d)中的有效磁—力耦合强度为 $G/2\pi = 1.5\text{MHz}$. 由图6可以看出, 系统的透射谱出现了两个放大的峰 (高度相同),

且透射峰随着磁—力耦合强度 (G) 的增加而变得更高、更窄(其原因是系统间的间接相互作用使得腔光子数增加,进而使微波放大所致).

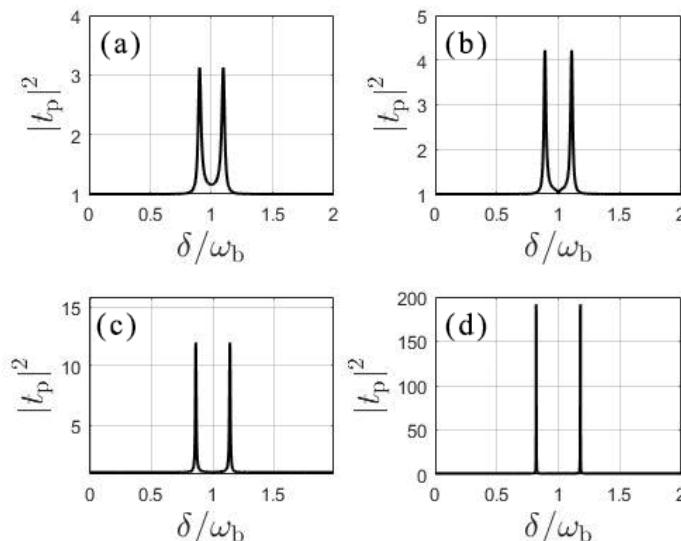


图 6 不同有效磁—力耦合强度 (G) 的透射谱 ($|t_p|^2$) 与失谐 (δ/ω_b) 关系

图 7 为在不同腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 时透射谱 ($|t_p|^2$) 与失谐 (δ/ω_b) 之间的关系. 图中: 磁—力耦合强度 (G) 为固定, 图 7 (a) 中的腔—磁耦合强度为 $g_{ma}/2\pi = 0.25 \text{ MHz}$, 图 7 (b) 中的腔—磁耦合强度为 $g_{ma}/2\pi = 0.5 \text{ MHz}$, 图 7 (c) 中的腔—磁耦合强度为 $g_{ma}/2\pi = 0.75 \text{ MHz}$, 图 7 (d) 中的腔—磁耦合强度为 $g_{ma}/2\pi = 1 \text{ MHz}$. 由图 7 可以看出, 两个透射峰随着腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 的增加而变得更高、更窄(其原因是通过腔磁相互作用, 能够间接地将因磁力相互作用增加的光子数散射到探测场中, 进而也使得微波放大所致). 由图 6 和图 7 可知, 在本文的系统模型中, 无论调节哪种耦合系数都可以实现微波的放大.

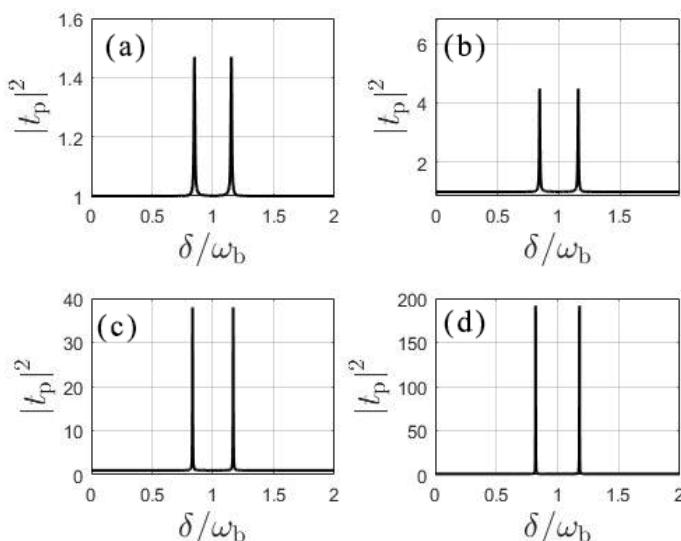


图 7 不同腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 的透射谱 ($|t_p|^2$) 与失谐 (δ/ω_b) 关系

4 腔磁力混合系统中的快慢光传播

根据式 (10) 可得输出场的相位 φ_i 为 $\varphi_i = \arg[\xi_{out}]$. 由于输出场的快速相位色散会导致群延迟, 所以

上式可以改写为 $\tau_g = \frac{\partial \varphi_t}{\partial \omega_{pr}}$. 再由 $\varphi_t = \arg[\xi_{out}]$ 可知, 输出场的相位变化是产生快慢光的原因, 当 $\tau_g < 0$ 时,

系统对应的是快光传播; 当 $\tau_g > 0$ 时, 系统对应的是慢光传播.

图 8 为群延迟 (τ_g) 与失谐 (δ/ω_b) 的关系. 图 8 (a) 为固定腔—磁耦合强度 ($g_{ma}/2\pi=1\text{MHz}$) 和磁—力耦合强度 ($G/2\pi=1.5\text{MHz}$) 时系统的群延迟. 由图 8 (a) 可以看出, 系统的群延迟最高可达到 $-2.532 \times 10^{-5}\text{s}$. (b) 为不同有效腔耗散 (κ_{at}) 时失谐 (δ/ω_b) 与群延迟 (τ_g) 的关系. 由图 8 (b) 可以看出, 系统的群延迟随着腔增益的改变而改变. 由以上可知, 通过改变腔增益可以增强快慢光效应和实现快慢光的转换.

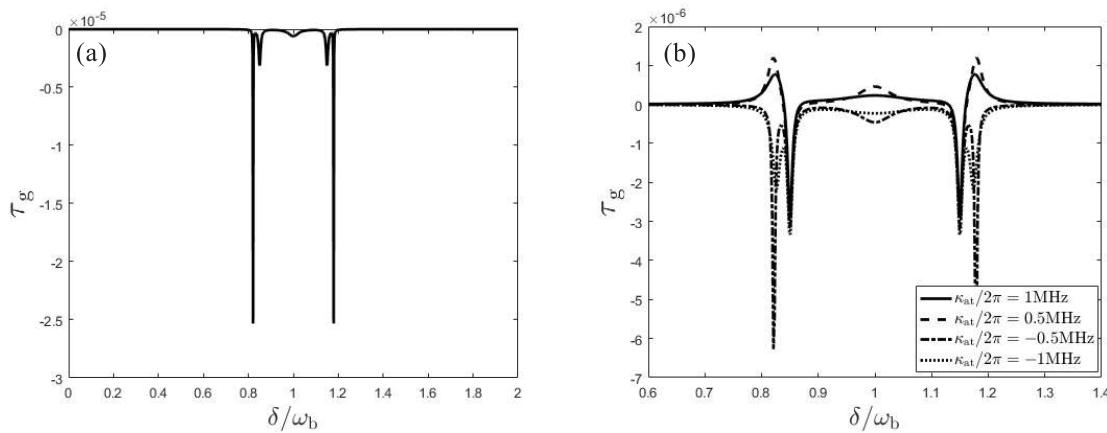


图 8 系统群延迟 (τ_g) 与失谐 (δ/ω_b) 的关系 ((a) 为群延迟 (τ_g) 与失谐 (δ/ω_b) 的关系, (b) 为不同有效腔耗散 (κ_{at}) 的群延迟 (τ_g) 与失谐 (δ/ω_b) 的关系)

5 结论

本文对腔磁力混合系统中的探测场的吸收谱和透射谱进行研究表明: 由于腔光子与磁子的相互作用以及磁子与声子的相互作用, 在系统的吸收谱上可以观察到磁子诱导透明窗口和磁力诱导透明窗口. 当固定增益因子 (g) 时, 通过调节腔—磁耦合强度 (g_{ma}) 和磁—力耦合强度, (G) 可以增强系统的透明效果和放大效果. 同时, 通过调节增益因子 (g) 还可以实现快光传播和快慢光的转换. 本文研究结果可为量子信息操纵、量子信息储存以及灵敏光开关的研究提供参考. 在今后的研究中, 我们将进一步探索如何继续增强透明效果和放大效果.

参考文献:

- [1] BOLLER K J, IMAMOGLU A, HARRIS S E. Observation of electromagnetically induced transparency[J]. Physical Review Letters, 1991, 66(20): 2593.
- [2] KARUZA M, BIANCOFIORE C, BAWAJ M, et al. Optomechanically induced transparency in a membrane-in-the-middle setup at room temperature[J]. Physical Review A, 2013, 88(1): 013804.
- [3] ZHANG X, ZOU C L, JIANG L, et al. Cavity magnomechanics[J]. Science advances, 2016, 2(3): e1501286.
- [4] ZHANG H, SAIF F, JIAO Y, et al. Loss-induced transparency in optomechanics[J]. Optics express, 2018, 26(19): 25199-25210.
- [5] JING H, ÖZDEMİR Ş K, GENG Z, et al. Optomechanically-induced transparency in parity-time-symmetric microresonators[J]. Scientific reports, 2015, 5(1): 9663.

-
- [6] ZHANG X Y, ZHOU Y H, GUO Y Q, et al. Double optomechanically induced transparency and absorption in parity-time-symmetric optomechanical systems[J]. *Physical Review A*, 2018, 98(3): 033832.
 - [7] WANG B, LIU Z X, KONG C, et al. Magnon-induced transparency and amplification in PT-symmetric cavity-magnon system[J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20248-20257.
 - [8] ULLAH K, NASEEM M T, MUSTECAPLIOGLU Ö E. Tunable multiwindow magnomechanically induced transparency, Fano resonances, and slow-to-fast light conversion[J]. *Physical Review A*, 2020, 102(3): 033721.
 - [9] JIN H, YANG Z B, JIN J W, et al. Microwave amplification in a PT-symmetric-like cavity magnomechanical system[J]. *Optik*, 2022, 260: 169035.
 - [10] DING M S, SHI Y, LIU Y J, et al. Magnon control of light transmission in a PT-symmetric-like cavity magnomechanical system[J]. *Physica Scripta*, 2022, 97(9): 095104.
 - [11] TABUCHI Y, ISHINO S, ISHIKAWA T, et al. Hybridizing ferromagnetic magnons and microwave photons in the quantum limit[J]. *Physical review letters*, 2014, 113(8): 083603.
 - [12] HUEBL H, ZOLLITSCH C W, LOTZE J, et al. High cooperativity in coupled microwave resonator ferrimagnetic insulator hybrids[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(12): 127003.
 - [13] LI J, ZHU S Y, AGARWAL G S. Magnon-photon-phonon entanglement in cavity magnomechanics[J]. *Physical review letters*, 2018, 121(20): 203601.
 - [14] WANG Y P, ZHANG G Q, ZHANG D, et al. Bistability of cavity magnon polaritons[J]. *Physical review letters*, 2018, 120(5): 057202.
 - [15] GARDINER C, ZOLLER P. Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics[M]. Springer Science & Business Media, 2004.
 - [16] JIANG C, SONG L N, LI Y. Directional amplifier in an optomechanical system with optical gain[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(5): 053812.
 - [17] HUANG S, AGARWAL G S. Electromagnetically induced transparency with quantized fields in optocavity mechanics[J]. *Physical Review A*, 2011, 83(4): 043826.
 - [18] ZHANG J, PENG B, ÖZDEMİR Ş K, et al. Giant nonlinearity via breaking parity-time symmetry: A route to low-threshold phonon diodes[J]. *Physical Review B*, 2015, 92(11): 115407.
 - [19] HUAI S N, LIU Y L, ZHANG J, et al. Enhanced sideband responses in a PT-symmetric-like cavity magnomechanical system[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(4): 043803.