文章编号：1004-4353(2023)03-0223-07

Z 概率语言术语集环境下改进的 PROMETHEE II 方法及其应用

何昳[1]， 毛军军[1,2]， 邓丽君[1]

(1. 安徽大学 大数据与统计学院；2. 计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学)：合肥 230601)

摘要：针对属性权重未知的多属性决策问题，在 Z 概率语言术语集 (ZPLTS) 环境下，提出了一种改进的 PROMETHEE II (preference ranking organization method for enrichment evaluations II) 方法. 在该方法中，各评价信息的综合可靠度由评价本身的可靠度和决策者给出的可靠度来确定，并由此进一步确定属性的权重；距离测度采用扩展的欧式距离，该方法在 ZPLTS 环境下能够克服不同 Z 概率语言值(ZPLVs)之间的距离均为 0 所带来的决策偏差. 实例研究表明，该方法在反映原始数据信息和确定未知属性权重方面显著优于 TOPSIS 方法和传统的 PROMETHEE II 方法，因此该方法可应用于多属性决策问题中.

关键词：多属性决策问题；改进的 PROMETHEE II 方法；可靠度；Z 概率语言术语集；属性权重；距离测度

中图分类号：C934　　　　**文献标志码**：A

An improved PROMETHEE II method and its application in Z probabilistic linguistic term sets circumstances

HE Yi[1]， MAO Junjun[1,2]， DENG Lijun[1]

(1. *School of Big Data and Statistics*, *Anhui University*; 2. *Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing*, *Ministry of Education* (*Anhui University*): *Hefei* 230601, *China*)

Abstract: For multi-attribute decision problems with unknown attribute weights, an improved PROMETHEE II (preference ranking organization method for enrichment evaluations II) method was proposed in the ZPLTS (Z probabilistic linguistic term sets) environment. In this method, the comprehensive reliability of each evaluation information was determined by the reliability of the evaluation itself and the reliability given by the decision maker, and the weights of the attributes were further determined. The distance measure adopts extended Euclidean distance, which can overcome that the deviation of decision results caused by the distance between different ZPLVs being 0 in the ZPLTS environment. The practical application shows that this method significantly outperforms the TOPSIS method and the traditional PROMETHEE II method in reflecting the original data information and determining the weights of unknown attributes. Therefore, this method can be applied to multi-attribute decision problems.

Keywords: multi-attribute decision problems; improved PROMETHEE II method; reliability; Z probabilistic linguisticterm sets; attribute weight; distance measure

在传统的决策中，通常利用模糊集理论[1]来描述决策方案在不同属性下的表现. 研究者利用该方法

收稿日期：2023－06－04

基金项目：国家自然科学基金面上项目(72171002)；安徽省省级研究生教育教学改革研究项目(2022jyjxggyj135)

第一作者：何昳(1998—)，女，硕士研究生，研究方向为统计决策.

通信作者：毛军军(1973—)，女，博士，教授，研究方向为人工智能、数据挖掘和多属性决策.

虽然可以对模糊问题进行定量描述和分析,但是其往往更倾向于使用多个语言信息来表达其偏好. 2012 年, Rodriguez 等[2]提出了犹豫模糊语言术语集(HFLTS). HFLTS 虽然允许决策者可使用几个语言术语来表达其偏好,但由于其将各个语言术语的权重设置为相同,因此利用 HFLTS 所得的结果与实际情况并不完全相符. 为此, 2016 年 Pang 等[3]提出了概率语言术语集(PLTS). PLTS 虽然考虑了各个语言术语的权重,但其并没有考虑到语言术语的可靠性. 2017 年, Wang 等[4]将 Z 数[5]与语言学术语相结合,提出了语言学 Z 数(linguistic Z-numbers, LZNs). LZNs 虽然考虑了语言术语的可靠性,但由于其在决策中仅允许决策者使用一个语言术语进行评价,因此决策者难以准确表达评价内容. 2021 年, Chai 等[6]基于 PLTS 提出了允许决策者使用几个语言术语表达评价内容的 Z 概率语言术语集(ZPLTS). ZPLTS 虽然考虑了评价者对于自己评价给出的可靠度,但其忽略了评价内容本身的可靠度;而且,当评价内容本身的可靠度与评价者给出的可靠度出现矛盾时,就会出现难以准确计算属性权重的问题. 为此,本文在 ZPLTS 环境下提出了一种新的确定属性权重的方法,并通过实例对比分析验证了该方法的有效性.

1 预备知识

定义 1[4] Z-number 是模糊数学中的概念,用于描述不确定性和可靠性,记为 $Z=(A,B)$,其中 A 表示变量取值的模糊限制, B 表示对 A 的可靠性测度.

定义 2(PLS)[7] 令集合 $S=\{s_i \mid i=-t,\cdots,-1,0,1,\cdots,t,t\in \mathbf{N}^+\}$ 是一个有限、全序的离散集,其中 s_i 表示语言变量中的任意一个可能的取值. 若集合 S 中任意的 s_m、s_n 满足以下条件,则称集合 S 为一个语言术语集: ① 集合是有序的,即若 $m>n$,则 $s_m>s_n$; ② 存在逆否(neg)算子,即 $neg(s_i)=s_{-i}$.

定义 3[3] 令集合 $S=\{s_i \mid i=-t,\cdots,-1,0,1,\cdots,t,t\in \mathbf{N}^+\}$ 是一个语言术语集,并定义概率语言术语集(PLTS)为:

$$L(p)=\left\{L^{(m)}(p^{(m)}) \mid L^{(m)}\in S, p^{(m)}\geqslant 0, m=1,2,\cdots,\# L(p), \sum_{m=1}^{\# L(p)} p^{(m)}\leqslant 1\right\}.$$

其中: $\# L(p)$ 表示 $L(p)$ 中语言术语的个数, $p^{(m)}$ 为 S 中第 m 个语言术语对应的概率.

定义 4[6] 设 X 是一个非空集合,并定义任意一个 ZPLTS 为 $Z^{\#}=\{\langle x,Z\rangle \mid x\in X\}$,其中 Z 是一个 Z 概率语言值(ZPLV),即:

$$Z=(A,B)=(L_A(p),L_B(p)),$$

$$L_A(p)=\left\{L_A^{(m)}(p_A^{(m)}) \mid L_A^{(m)}\in S, p_A^{(m)}\geqslant 0, m=1,2,\cdots,\# L_A(p_A), \sum_{m=1}^{\# L_A(p_A)} p_A^{(m)}\leqslant 1\right\},$$

$$L_B(p)=\left\{L_B^{(n)}(p_B^{(n)}) \mid L_B^{(n)}\in S', p_B^{(n)}\geqslant 0, n=1,2,\cdots,\# L_B(p_B), \sum_{n=1}^{\# L_B(p_B)} p_B^{(n)}\leqslant 1\right\},$$

$$S=\{s_t \mid t=-\tau,\cdots,-1,0,1,\cdots,\tau\}, \; S'=\{s_v \mid v=-s,\cdots,-1,0,1,\cdots,s\}.$$

2 基于可靠度的权重确定

为在 ZPLTS 环境下计算 ZPLV 的综合可靠度,本文首先分别确定 A 和 B 的可靠度,然后再对所得的可靠度进行综合,以此得到 ZPLV 的综合可靠度,并由此确定 ZPLTS 环境下各属性的权重. 其中 A 的可靠度($rd1$)利用完备度、犹豫度、清晰度[8]来确定, B 的可靠度($rd2$)采用其均值来确定.

2.1 $rd1$ 可靠度的测度

2.1.1 完备度

一个 PLTS 的完备度可表示为 $ed=\sum_{m=1}^{\# L(p)} p^{(m)}$,其中 $\# L(p)$ 是 $L(p)$ 中的语言术语的个数[8]. PLTS 的概率之和越大,表示其完备度越大.

2.1.2 犹豫度

一个 PLTS 的犹豫度可表示为 $ud=\sqrt{\left(\sum_{m=1}^{\# L(p)}(\gamma^{(m)}-\bar{\gamma})^2\right)/\# L(p)}$,其中 $\gamma^{(m)}$ 是 $L^{(m)}$ 对应的隶

属度，$\gamma=\dfrac{\tau+t}{2\tau}$，$\bar{\gamma}$ 是语言术语对应的隶属度均值[8]. 在 PLTS 中，隶属度和语言术语下标的偏差越大，PLTS 的犹豫度越大.

2.1.3　清晰度

一个 PLTS 的清晰度可表示为 $vd=\sqrt{\left(\sum_{m=1}^{\# L(p)}(p^{(m)}-\bar{p})^2\right)/\# L(p)}$，其中 $p^{(m)}$ 是 $L^{(m)}$ 语言术语对应的概率，$\bar{p}$ 是 $L(p)$ 中所有语言术语所对应的概率均值[8]. 在 PLTS 中，概率的偏差越大，PLTS 的清晰度越大.

2.1.4　变量取值模糊限制的可靠度 $rd1$

基于上述定义的完备度、犹豫度、清晰度，即可定义 PLTS 的可靠度. 因此对于 ZPLV 中的 A 部分，当 $L_A(p)=\{L_A^{(m)}(p^{(m)})\mid n=1,2,\cdots,\# L_A(p)\}$ 时，其可靠度 $rd1$ 可表示为 $rd1=\sqrt{ed\cdot \mathrm{e}^{-\frac{ud}{vd+0.1}}}$. 由上式可以看出，$rd1$ 随着完备度和清晰度的增大而增大，随着犹豫度的增大而减小.

2.2　*rd*2 可靠度的测度

对于 ZPLV 中的 B 部分，当 $L_B(p)=\{L_B^{(n)}(p^{(n)})\mid n=1,2,\cdots,\# L_B(p)\}$ 时，其均值 $rd2$ 的计算公式为 $rd2=\left(\sum_{n=1}^{\# L_B}\gamma^{(n)}p^{(n)}\right)/\left(\sum_{n=1}^{\# L_B}p^{(n)}\right)$，其中 $\gamma^{(n)}$ 是 $L^{(n)}$ 对应的隶属度，$\gamma=\dfrac{\nu+s}{2s}$.

2.3　综合可靠度和权重的确定

在 ZPLTS 中，由于当 A 和 B 的可靠度都越大时，ZPLV 的可靠度和其对应属性的权重越大，因此本文利用 T－范数构建了 ZPLVs 的综合可靠度（记为 S_{SRD}），其表达式为：

$$S_{\mathrm{SRD}}=\begin{cases}\dfrac{rd1\cdot rd2}{rd1+rd2-rd1\cdot rd2}, & 0<rd1\leqslant 1,\ 0<rd2\leqslant 1;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

上式中：S_{SRD} 值越大，表示专家给出的评价可靠度越大. 基于此，本文构建了属性权重的计算方法，为 $w_j=\left(\sum_i S_{\mathrm{SRD}_{ij}}\right)/\left(\sum_j\sum_i S_{\mathrm{SRD}_{ij}}\right)$，式中 w_j 表示第 j 个属性的权重，$S_{\mathrm{SRD}_{ij}}$ 表示第 i 个方案下第 j 个属性的 ZPLV 的综合可靠度.

3　ZPLVs 的距离测度

定义 5　令

$$\begin{aligned}Z_1&=(A_1,B_1)=(L_{A_1}(p),L_{B_1}(p))=(\{L_{A_1}^{(m)}(p_{A_1}^{(m)})\mid m=1,2,\cdots,\# L_{A_1}(p_{A_1})\},\\&\quad\{L_{B_1}^{(n)}(p_{B_1}^{(n)})\mid n=1,2,\cdots,\# L_{B_1}(p_{B_1})\}),\\Z_2&=(A_2,B_2)=(L_{A_2}(p),L_{B_2}(p))=(\{L_{A_2}^{(c)}(p_{A_2}^{(c)})\mid c=1,2,\cdots,\# L_{A_2}(p_{A_2})\},\\&\quad\{L_{B_2}^{(d)}(p_{B_2}^{(d)})\mid d=1,2,\cdots,\# L_{B_2}(p_{B_2})\})\end{aligned}$$

是两个 ZPLVs，其中 $\# L_{A_1}(p_{A_1})=\# L_{A_2}(p_{A_2})$，$\# L_{B_1}(p_{B_1})=\# L_{B_2}(p_{B_2})$. 定义两个 ZPLVs 之间的距离为

$$d(Z_1,Z_2)=\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n\left[(\tau p_{A_1}^{(m)}\gamma_{A_1}^{(m)}+\tau)(sp_{B_1}^{(n)}\eta_{B_1}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)\right]^2}{\# L_{A_1}(p_{A_1})\# L_{B_1}(p_{B_1})}},\tag{1}$$

其中 $\gamma=\dfrac{\tau+t}{2\tau}$，$\eta=\dfrac{s+v}{2s}$. 令 Z_1、Z_2、Z_3 是 3 个 ZPLVs，且满足：① $d(Z_1,Z_2)\geqslant 0$；② $d(Z_1,Z_2)=d(Z_2,Z_1)$；③ $d(Z_1,Z_2)+d(Z_2,Z_3)\geqslant d(Z_1,Z_3)$.

证明 由于公式(1)整体含有根号,因此公式(1)定义的距离一定大于等于零,故①成立.根据公式(1)可知,其定义的距离具有对称性,即由交换变量 Z_1 和 Z_2 计算所得的距离不变,因此②成立.将不等式 $d(Z_1,Z_2)+d(Z_2,Z_3)\geqslant d(Z_1,Z_3)$ 两边分别平方后再相减可得:

$$
\begin{aligned}
&d^2(Z_1,Z_2)+d^2(Z_2,Z_3)+2d(Z_1,Z_2)d(Z_2,Z_3)-d^2(Z_1,Z_3)=\\
&\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_1}^{(m)}\gamma_{A_1}^{(m)}+\tau)(sp_{B_1}^{(n)}\eta_{B_1}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)]^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}+\\
&\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_3}^{(m)}\gamma_{A_3}^{(m)}+\tau)(sp_{B_3}^{(n)}\eta_{B_3}^{(n)}+s)]^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}+\\
&2\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_1}^{(m)}\gamma_{A_1}^{(m)}+\tau)(sp_{B_1}^{(n)}\eta_{B_1}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)]^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}}\cdot\\
&\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_3}^{(m)}\gamma_{A_3}^{(m)}+\tau)(sp_{B_3}^{(n)}\eta_{B_3}^{(n)}+s)]^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}}-\\
&\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_1}^{(m)}\gamma_{A_1}^{(m)}+\tau)(sp_{B_1}^{(n)}\eta_{B_1}^{(n)}+s)-(\tau p_{A_3}^{(m)}\gamma_{A_3}^{(m)}+\tau)(sp_{B_3}^{(n)}\eta_{B_3}^{(n)}+s)]^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}.
\end{aligned}
$$

令 $(\tau p_{A_1}^{(m)}\gamma_{A_1}^{(m)}+\tau)(sp_{B_1}^{(n)}\eta_{B_1}^{(n)}+s)=S_{1mn}$, $(\tau p_{A_2}^{(m)}\gamma_{A_2}^{(m)}+\tau)(sp_{B_2}^{(n)}\eta_{B_2}^{(n)}+s)=S_{2mn}$, $(\tau p_{A_3}^{(m)}\gamma_{A_3}^{(m)}+\tau)(sp_{B_3}^{(n)}\eta_{B_3}^{(n)}+s)=S_{3mn}$,则上式变为:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\sum_m\sum_n(S_{1mn}-S_{2mn})^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}+\frac{\sum_m\sum_n(S_{2mn}-S_{3mn})^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}-\frac{\sum_m\sum_n(S_{1mn}-S_{3mn})^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}+\\
&2\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n(S_{1mn}-S_{2mn})^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}\cdot\frac{\sum_m\sum_n(S_{2mn}-S_{3mn})^2}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}}
\end{aligned}
$$

将上述公式展开可知,其组成具有规律性,即可对每3个为一组的数据进行因式分解.本文以第1组数据为例来证明③成立.证明如下:

$$
\begin{aligned}
&\frac{(S_{111}-S_{211})^2+(S_{211}-S_{311})^2-(S_{111}-S_{311})^2+2\sqrt{\sum_m\sum_n(S_{1mn}-S_{2mn})^2\sum_m\sum_n(S_{2mn}-S_{3mn})^2}}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}=\\
&\frac{(S_{111}-S_{211})^2+(S_{211}-S_{311})^2-(S_{111}-S_{311})^2+2(S_{111}-S_{211})(S_{211}-S_{311})+2\sqrt{S_{剩余}}}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}=\\
&\frac{2\sqrt{S_{剩余}}}{\# L_A(p_A)\# L_B(p_B)}\geqslant 0.
\end{aligned}
$$

由上式即可知③得证.上式中,$S_{剩余}$是将第1组数据中根号内的第1个交叉相乘项直接提出到根号外之后的剩余部分.

上述表明,本文定义的两个ZPLVs之间的距离能够克服文献[6]中将不同的ZPLVs之间的距离设置为0所带来的缺陷.如:设 $Z_1=(\{s_0(0.6),s_3(0.4)\},\{s'_1(1)\})$, $Z_2=(\{s_0(0.7),s_4(0.3)\},\{s'_1(1)\})$.利用文献[6]中的距离公式计算 Z_1 和 Z_2 的距离为零,而利用本文方法计算其距离为0.7.

4 改进的 PROMETHEE II 决策方法

PROMETHEE II方法是一种经典的决策多属性决策问题的方法,具有考虑因素周全、排序方式明确、可解释性强、适用范围广等优点.运用 PROMETHEE II 方法进行决策的关键是如何确定优先函

数. 为了挖掘更多有用的信息，本文利用正、负理想解构造了一个新的优先函数(见步骤 4). 假设：对于一个多属性决策问题，有 α 个备选方案(表示为 $A=\{x_1,x_2,\cdots,x_\alpha\}$)，方案有 β 个属性(表示为 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_\beta\}$)，$\boldsymbol{Q}=[Z_{ij}]_{\alpha\times\beta}$ 是一个 ZPLVs 决策矩阵，$Z_{ij}=(L_{A_{ij}}(p_{A_{ij}}),L_{B_{ij}}(p_{B_{ij}}))=(\{L_{A_{ij}}^{(m)}(p_{A_{ij}}^{(m)})\mid m=1,2,\cdots,\#L_{A_{ij}}(p_{A_{ij}})\},\{L_{B_{ij}}^{(n)}(p_{B_{ij}}^{(n)})\mid n=1,2,\cdots,\#L_{B_{ij}}(p_{B_{ij}})\})$.

改进的 PROMETHEE II 的决策步骤为：

步骤 1　根据决策者的评价构建 ZPLVs 矩阵.

步骤 2　依据综合可靠度计算属性权重 $w=\{w_1,w_2,\cdots,w_\beta\}$，其中 $\sum_{j=1}^{\beta}w_j=1$.

步骤 3　分别计算每个方案到正、负理想解的距离.

1) 计算正理想解的公式为 $Z^+=(Z_1^+,Z_2^+,\cdots,Z_\beta^+)$，其中 $Z_j^+=(L_{A_j}^+(p_{A_j}),L_{B_j}^+(p_{B_j}))=(\{(L_{A_j}^{(m)})^+\mid m=1,2,\cdots,\#L_{A_{ij}}(p_{A_{ij}})\},\{(L_{B_j}^{(n)})^+\mid n=1,2,\cdots,\#L_{B_{ij}}(p_{B_{ij}})\})$，$((L_{A_j}^{(m)})^+,(L_{B_j}^{(n)})^+)=(s_{\max_i\{p_{ij}^{(m)}\gamma_{ij}^{(m)}\}},s'_{\max_i\{p_{ij}^{(n)}\eta_{ij}^{(n)}\}})$，$\gamma_{ij}^{(m)}$ 和 $\eta_{ij}^{(n)}$ 是上文提到的 $L_{A_{ij}}^{(m)}$ 和 $L_{B_{ij}}^{(n)}$ 对应的隶属度.

2) 计算负理想解的公式为 $Z^-=(Z_1^-,Z_2^-,\cdots,Z_\beta^-)$，其中 $Z_j^-=(L_{A_j}^-(p_{A_j}),L_{B_j}^-(p_{B_j}))=(\{(L_{A_j}^{(m)})^-\mid m=1,2,\cdots,\#L_{A_{ij}}(p_{A_{ij}})\},\{(L_{B_j}^{(n)})^+\mid n=1,2,\cdots,\#L_{B_{ij}}(p_{B_{ij}})\})$，$((L_{A_j}^{(m)})^-,(L_{B_j}^{(n)})^+)=(s_{\min_i\{p_{ij}^{(m)}\gamma_{ij}^{(m)}\}},s'_{\max_i\{p_{ij}^{(n)}\eta_{ij}^{(n)}\}})$，$\gamma_{ij}^{(m)}$ 和 $\eta_{ij}^{(n)}$ 是上文提到的 $L_{A_{ij}}^{(m)}$ 和 $L_{B_{ij}}^{(n)}$ 对应的隶属度.

3) 确定每个方案在各属性下到正理想解的距离. 第 i 个方案到正理想解的距离为：

$$d_i^+=d(x_i,Z^+)=\sum_{i=1}^{\alpha}w_jd(Z_{ij},Z_j^+),$$

$$d(Z_{ij},Z_j^+)=\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_{ij}}^{(m)}\gamma_{A_{ij}}^{(m)}+\tau)(sp_{B_{ij}}^{(n)}\eta_{B_{ij}}^{(n)}+s)-(\tau(p_{A_j}^{(m)}\gamma_{A_j}^{(m)})^++\tau)(s(p_{B_j}^{(n)}\eta_{B_j}^{(n)})^++s)]^2}{\#L_A(p_A)\#L_B(p_B)}}.$$

4) 确定每个方案在各属性下到负理想解的距离. 第 i 个方案到负理想解的距离为：

$$d_i^-=d(x_i,Z^-)=\sum_{i=1}^{\alpha}w_jd(Z_{ij},Z_j^-),$$

$$d(Z_{ij},Z_j^-)=\sqrt{\frac{\sum_m\sum_n[(\tau p_{A_{ij}}^{(m)}\gamma_{A_{ij}}^{(m)}+\tau)(sp_{B_{ij}}^{(n)}\eta_{B_{ij}}^{(n)}+s)-(\tau(p_{A_j}^{(m)}\gamma_{A_j}^{(m)})^-+\tau)(s(p_{B_j}^{(n)}\eta_{B_j}^{(n)})^-+s)]^2}{\#L_A(p_A)\#L_B(p_B)}}.$$

步骤 4　计算方案 i 相对于方案 k 的优先指数. 首先，定义第 i 个方案的优势度($E(Z_i)=d_i^-/\sum_i d_i^- - d_i^+/\sum_i d_i^+$)，由此可得在属性 j 下方案 i 相对于方案 k 的优先函数为 $p_j(x_i,x_k)=\begin{cases}E(Z_i)-E(Z_k), & E(Z_i)>E(Z_k);\\ 0, & E(Z_i)\leqslant E(Z_k).\end{cases}$ 然后，计算优先指数，其计算公式为 $\Pi(x_i,x_k)=\sum_{j=1}^{\beta}w_jp_j(x_i,x_k)$.

步骤 5　计算方案 i 的流出值、流入值以及净流值. 流出值的计算公式为 $\phi^+(x_i)=\sum_{i=1}^{\alpha}\Pi(x_i,x_k)$，流入值的计算公式为 $\phi^-(x_i)=\sum_{k=1}^{\alpha}\Pi(x_k,x_i)$，净流值的计算公式为 $\phi(x_i)=\phi^+(x_i)-\phi^-(x_i)$.

步骤 6　按净流值大小对方案进行排序.

5　实例应用

5.1　案例计算

为提高企业的生产效益和保护环境，一些企业在生产运营中使用了逆向物流(reverse logistics)，其中如何有效地评估和选择合适的第三方逆向物流(3PRLPs)是企业面临的一个决策问题. 假设某企业

对 5 个供应商 $x_i(i=1,2,3,4,5)$ 进行评估，评估的属性包括合作利润(c_1)、服务质量(c_2)、RL 成本(c_3)、企业竞争力(c_4)、生态效益(c_5) 和社会责任(c_6)，评估数据选取文献[9] 中的数据.本文参考文献[6] 中的方法对专家给出的评价信息进行汇总处理，并将所得的评价内容表示成 ZPLTS.根据上文定义的综合可靠度和权重确定公式计算得到的各属性的权重如表 1 所示，根据步骤 3 计算得到的各方案到正、负理想解之间的距离如表 2 和表 3 所示.

表 1　各属性的权重

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
w_j	0.144 627	0.201 629	0.152 115	0.171 327	0.198 741	0.131 561

表 2　各方案到正理想解的距离

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
x_1 与 d^+	3.941 569	3.056 415	2.492 465	2.562 469	1.318 111	2.142 684
x_2 与 d^+	2.302 887	2.279 746	1.855 391	2.701 017	2.604 681	3.249 680
x_3 与 d^+	4.952 954	4.013 780	3.713 033	3.533 847	3.050 824	1.474 582
x_4 与 d^+	3.653 133	3.221 623	1.457 098	2.388 210	2.472 607	2.826 365
x_5 与 d^+	4.834 938	3.700 649	3.022 306	3.699 128	2.842 885	1.897 801

表 3　各方案到负理想解的距离

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
x_1 与 d^-	2.108 714	1.248 403	1.220 511	1.215 590	1.570 232	1.097 919
x_2 与 d^-	1.710 191	2.340 686	1.265 295	1.616 023	1.255 812	1.926 231
x_3 与 d^-	3.127 913	1.288 393	2.058 999	1.461 935	0.670 811	1.303 696
x_4 与 d^-	2.418 196	1.416 352	1.231 902	1.108 386	0.605 809	1.630 684
x_5 与 d^-	2.966 793	0.995 123	1.588 411	1.664 349	0.611 698	0.858 246

根据表 1、表 2 和表 3 以及优先指数计算公式得到的方案 i 相对于方案 k 的优先指数为：

$$\Pi(x_i,x_k)=\begin{pmatrix} 0 & 0.068\,048 & 0.019\,727 & 0.022\,352 & 0.006\,225 \\ 0.024\,287 & 0 & 0.003\,115 & 0.003\,026 & 0 \\ 0.060\,880 & 0.088\,030 & 0 & 0.027\,451 & 0.003\,945 \\ 0.041\,082 & 0.065\,517 & 0.005\,027 & 0 & 0 \\ 0.063\,513 & 0.101\,050 & 0.020\,081 & 0.038\,559 & 0 \end{pmatrix}.$$

根据上述流出值、流入值以及净流值的计算公式计算得到的流出值($\phi^+(x_i)$)、流入值($\phi^-(x_i)$) 以及净流值($\phi(x_i)$) 见表 4.根据净流值大小得到的最佳方案排序为 $x_2>x_1>x_4>x_3>x_5$，即第 2 个供应商为最佳供应商.

表 4　方案 i 的流出值、流入值和净流值

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$\phi^+(x_i)$	0.189 761	0.322 644	0.047 950	0.091 389	0.010 170
$\phi^-(x_i)$	0.116 352	0.030 428	0.180 306	0.111 626	0.223 202
$\phi(x_i)$	0.073 409	0.292 216	−0.132 360	−0.020 240	−0.213 030

5.2　对比分析

为验证本文方法(基于本文距离的改进 PROMETHEE II 方法)的有效性和合理性，基于本文所使用的数据，将本文方法与 TOPSIS 方法[6]、传统的 PROMETHEE II 方法进行对比分析，其中 PROMETHEE II 方法采用分级准则，结果见表 5.由表 5 可以看出，本文方法与基于本文距离改进的

TOPSIS 方法的结果一致，而文献[6]中的 TOPSIS 方法在求解各方案到正、负理想解的距离时，其在不同的 ZPLVs 之间存在距离为零的缺陷，使得其最劣方案与本文方法所得的最劣方案存在差异；本文方法与基于分级准则的 PROMETHEE II 方法在最优和最劣方案方面一致，但由于基于分级准则的 PROMETHEE II 方法对初始参数较为敏感，因此不同的初始参数会使该方法得到不同的结果，从而使得决策结果不够稳定．基于上述分析可知，本文的方法更为稳定和可行．

表 5　不同方法的评价指标和决策结果

方法	评价指标	决策结果
基于本文距离的改进 PROMETHEE II 方法	$\phi(x_1)=0.073409$，$\phi(x_2)=0.292216$，$\phi(x_3)=-0.132360$，$\phi(x_4)=-0.020240$，$\phi(x_5)=-0.213030$	$x_2>x_1>x_4>x_3>x_5$
基于本文距离的改进 TOPSIS 方法	$C(x_1)=-0.19454$，$C(x_2)=0$，$C(x_3)=-0.47371$，$C(x_4)=-0.27956$，$C(x_5)=-0.52841$	$x_2>x_1>x_4>x_3>x_5$
文献[6]中的 TOPSIS 方法	$C(x_1)=-0.01099$，$C(x_2)=-0.00013$，$C(x_3)=-1.01353$，$C(x_4)=-0.15927$，$C(x_5)=-0.99684$	$x_2>x_1>x_4>x_5>x_3$
基于分级准则的 PROMETHEE II 方法（$q=0$，$p=0.05$）	$Q(x_1)=0.127912$，$Q(x_2)=2.297727$，$Q(x_3)=-1.061620$，$Q(x_4)=0.615266$，$Q(x_5)=-1.979290$	$x_2>x_4>x_1>x_3>x_5$
基于分级准则的 PROMETHEE II 方法（$q=0.03$，$p=0.05$）	$Q(x_1)=0.120106$，$Q(x_2)=2.221669$，$Q(x_3)=-0.762200$，$Q(x_4)=-0.000910$，$Q(x_5)=-1.578660$	$x_2>x_1>x_4>x_3>x_5$

6　结语

本文基于综合可靠度以及 ZPLTS 环境下的距离提出了一种改进的 PROMETHEE II 方法．研究表明，该方法在多属性决策中对于属性权重未知的最优方案选择问题显著优于 TOPSIS 方法和传统的 PROMETHEE II 方法，且更能反映原始的数据信息，因此该方法可应用于 ZPLTS 环境下的多属性决策中．在今后的研究中，我们将尝试把可靠性与概率不确定语言术语集相结合进行多属性决策，以进一步提高决策的合理性和准确性．

参考文献：

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control，1965，8(3)：338-353.

[2] RODRIGUEZ R M，MARTINEZ L，HERRERA F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems，2012，20(1)：109-119.

[3] PANG Q，WANG H，XU Z S. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making[J]. Information Sciences，2016，369(11)：128-143.

[4] WANG J Q，CAO Y X，ZHANG H Y. Multi-criteria decision-making method based on distance measure and choquet integral for linguistic Z-numbers[J]. Cognitive Computation，2017，9(6)：827-842.

[5] ZADEH L A. A note on Z-numbers[J]. Information Sciences，2011，181(14)：2923-2932.

[6] CHAI J H，XIAN S D，LU S C. Z probabilistic linguistic term sets and its application in multi-attribute group decision making[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making，2021，20(4)：529-566.

[7] XU Z S. Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making[J]. Omega，2004，33(3)：249-254.

[8] ZHONG X Y，XU X H，CHEN X H，et al. Reliability-based multi-attribute large group decision making under probabilistic linguistic environment[J]. Expert Systems with Applications，2022，210：118342.

[9] LIU Z M，WANG W X，WANG D，et al. A modified ELECTRE II method with double attitude parameters based on linguistic Z-number and its application for third-party reverse logistics provider selection[J]. Applied Intelligence，2022，52(13)：14964-14987.