

文章编号: 1004-4353(2023)03-0218-05

非厄米混合系统中快慢光的传播性质

金靖雯, 刘洪雨

(延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002)

摘要: 为了研究非厄米混合系统中的快慢光传播性质, 提出了一个非厄米磁量子电动力学(QED)混合模型. 该模型由 2 个微波腔和 1 个钇铁石榴石组成. 模型采用强泵浦场驱动磁子, 采用弱探测场探测微波腔. 研究表明: 通过调节腔与磁子之间的相互作用强度和微波腔与磁子的耗散比, 可以增加磁子诱导放大效应和提高快慢光的传播速度. 该研究结果可为量子光学操纵、量子信息存储以及灵敏光开关的研究提供参考.

关键词: 非厄米混合系统; 光放大; 钇铁石榴石; 微波腔; 快慢光

中图分类号: O431

文献标志码: A

Propagation characteristics of fast and slow light in non-Hermitian hybrid system

JIN Jingwen, LIU Hongyu

(College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: In order to study the propagation characteristics of fast and slow light in non-Hermitian hybrid systems, a non-Hermitian magnetic quantum electrodynamics (QED) hybrid model is proposed. The model consists of two microwave cavities and one yttrium iron garnet (YIG). The model uses a strong pump field to drive the magnon and a weak detection field to detect the microwave cavity. The research shows that the magnon-induced amplification and the propagation speed of fast and slow light can be increased by adjusting the action strength of cavities and magnets as well as the dissipation ratio in the microwave cavity and the magnon. The results can provide a reference for the research of quantum optical manipulation, quantum information storage and sensitive optical switch.

Keywords: non-Hermitian hybrid system; optical amplify; yttrium iron garnet; microwace cavities; fast and slow light

0 引言

研究^[1-2]表明, 在自旋系综材料中, 单晶钇铁石榴石球(YIG)由于具有磁化阻尼低、寿命长、调节方便以及磁子与光子之间具有强耦合等特性而受到学者们的关注. 研究表明, 在耦合磁-光子杂化系统中存在相干耦合^[3]和耗散耦合^[4]. 2021 年, 文献[5]的作者在电路量子电动力学中通过调节经典驱动实现了任意两个量子比特之间的耦合. 2022 年, 文献[6]的作者研究了一个非厄米磁电路量子电动力学混合模型, 结果显示在 PT 对称^[7]的系统中光子模、磁子模之间可以产生稳定的纠缠态. 基于以上研究, 本文

收稿日期: 2023-01-08

基金项目: 国家自然科学基金(62165014)

第一作者: 金靖雯(1998—), 女, 硕士研究生, 研究方向为量子光学.

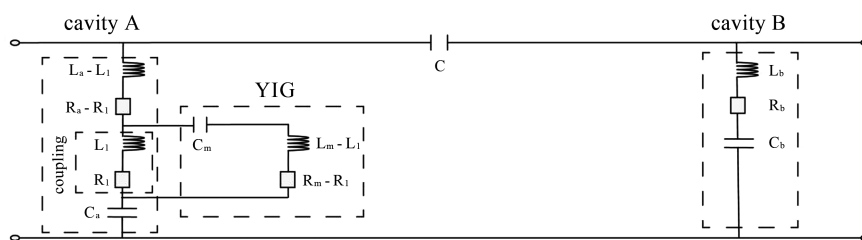
通信作者: 刘洪雨(1982—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为量子光学.

建立了一个非厄米磁电路量子电动力学混合模型,并讨论了其腔磁耦合对光诱导放大^[8]的影响以及其腔磁耗散比对快慢光传播的作用.

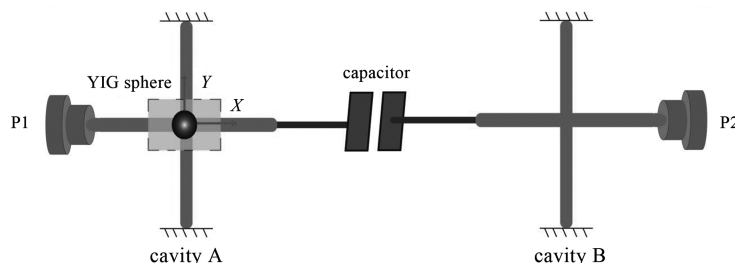
1 非厄米磁电路量子电动力学混合系统模型及其哈密顿

本文研究的是一个三模耦合磁子-光子混合系统模型,如图1所示^[6].图1(a)是由电容、电感和电阻等电路组件构成的电路图.其中:电路中的 L_a-L_1 、 R_a-R_1 和 C_a 可以模拟混合系统中的腔A,腔A中的YIG球由电路中的 L_m-L_1 、 R_m-R_1 和 C_m 来模拟,腔B由电路中的 L_b 、 R_b 和 C_b 来模拟,YIG球和腔A之间的耗散和相干耦合分别由互阻 R_1 和互感 L_1 来提供,腔腔耦合由腔间电容来提供.只要腔间电容 C 的值远小于腔A和腔B中的电容 C_a 和 C_b 的值,光子就可以在腔A和腔B之间跳跃.

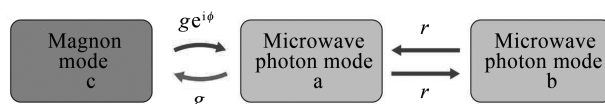
图1(b)是由图1(a)转化的腔磁系统模型,它是由迈克尔逊型微波干涉仪组成的平面交叉线微波电路腔.迈克尔逊型微波干涉仪有2个短端垂直臂和2个水平臂,其中端口1和端口2连接到分析仪(用以实现微波传输和测量).放置在 $x-y$ 轴上的平面腔A和B通过腔间的电容来相互耦合.磁子模由磁场激发YIG球产生,磁子放在交叉微波电路的交叉点上.为了定量地描述混合系统中的非厄米耦合,耗散耦合和相干耦合均用LCR电路模型实现,其中耗散耦合对应的是电阻主导耦合,相干耦合对应的是电感主导耦合.



(a) 耦合磁-光子系统的实际电路图



(b) 混合系统的等效示意图



(c) 非厄米混合系统的简化模型图

图1 三模耦合磁子-光子混合系统的模型

图1(c)为系统的简化模型.该系统包括腔A和腔B中的微波光子模a和b,以及YIG球体中的磁子模c,其中光子模a与光子模b之间为电偶极子相互作用(相互作用的净耦合强度为 r),光子模a与磁子模c之间为磁偶极子相互作用(相互作用的净耦合强度为 g).由于系统中存在安培效应和法拉第效应,所以微波光子模a和磁子模c之间存在相干耦合或耗散耦合.另外,由于系统还会受到楞次定律的影响,因此腔A中的微波电流还会对YIG球体产生反作用(以阻止磁子模的磁化),并生成耗散磁子-光子耦合(对应于耦合强度 $g e^{i\phi}$).系统的相位差 ϕ 由相干耦合和耗散耦合间的相互竞争产生.上述磁子-光子混合系统的模型可用非厄米相互作用哈密顿量^[9]来描述,为:

$$H = \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b + \omega_c c^\dagger c + r(e^{-i\theta} a^\dagger b + e^{i\theta} b^\dagger a) + g(e^{i\phi} a^\dagger c + c^\dagger a) + i\Omega(c^\dagger e^{-i\omega_{pu}t} - c e^{i\omega_{pu}t}) + i\epsilon_{pr}(a^\dagger e^{-i\omega_{pr}t} - a e^{i\omega_{pr}t}). \quad (1)$$

其中: a 、 b 和 c 分别是光子模 a、光子模 b 和磁子模 c 的湮没算符; θ 为相移, 由腔 A 和腔 B 之间的串扰效应产生; Ω 为拉比频率, $\Omega = \frac{\sqrt{5}}{4} \gamma \sqrt{N} B_0$; ω_{pr} 为探测场的频率, $\omega_{pr} = \sqrt{\frac{2P_{pr}\kappa_1}{\hbar\omega_{pr}}}$; ω_{pu} 为驱动场的频率. 根据安培定律, 当由磁子磁化的驱动力矩大于或小于由楞次定律磁化的磁子延迟力矩时, 公式(1)中 ϕ 的取值会有所不同. 当 $\phi = 0$ 时, 系统的耦合是纯相干耦合; 当 $\phi = \pi$ 时, 系统的耦合是纯耗散耦合. 当驱动场的频率为 ω_{pu} 时, 其在旋转框架下获得的有效哈密顿量^[10] 为:

$$H_{\text{eff}} = \Delta_a a^\dagger a + \Delta_b b^\dagger b + \Delta_c c^\dagger c + r(e^{-i\theta} a^\dagger b + e^{i\theta} b^\dagger a) + g(e^{i\phi} a^\dagger c + c^\dagger a) + i\Omega(c^\dagger - c) + i\epsilon_{pr}(a^\dagger e^{-i\delta t} - a e^{i\delta t}).$$

其中 $\Delta_a = \omega_a - \omega_{pu}$, $\Delta_b = \omega_b - \omega_{pu}$, $\Delta_c = \omega_c - \omega_{pu}$, $\delta = \omega_{pr} - \omega_{pu}$. 根据上式再利用量子海森堡-朗之万方程对系统进行求解可得:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -i\Delta_a a - ire^{-i\theta} b - ig e^{-i\phi} c + \epsilon_{pr} e^{-i\delta t} - \kappa_a a + \sqrt{2\kappa_a} a^{\text{in}}(t), \\ \dot{b} &= -i\Delta_b b - ire^{i\theta} a - \kappa_b b + \sqrt{2\kappa_b} b^{\text{in}}(t), \\ \dot{c} &= -i\Delta_c c - ig a + \Omega - \kappa_c c + \sqrt{2\kappa_c} c^{\text{in}}(t). \end{aligned}$$

其中: κ_a 、 κ_b 和 κ_c 分别是腔 a、腔 b 和磁子 c 的衰减率; $a^{\text{in}}(t)$ 、 $b^{\text{in}}(t)$ 和 $c^{\text{in}}(t)$ 是具有零平均值的真空输入噪声算符, 满足 $q^{\text{in}} = 0$ ($q = a, b, c$). 当磁子模受到磁场驱动时, 由于磁子会发生振动, 因此此时在该系统中会有一个较大的振幅 ($|c_s| \gg 1$). 另外, 由于磁子模与腔模是通过类分束器型相互作用的, 因此腔场内同样存在一个较大的振幅 ($a_s \gg 1$).

对系统的量子朗之万方程进行线性化^[11] (线性化的表达式为 $o = o_s + o_+ e^{-i\delta t} + o_- e^{i\delta t}$, $o = a, b, c$) 可得系统的稳态解, 为: $a_s = -i \frac{r e^{-i\theta} b_s + g e^{i\phi} c_s}{i\Delta_a + \kappa_a}$, $b_s = -i \frac{r e^{i\theta} a_s}{i\Delta_b + \kappa_b}$, $c_s = -i \frac{g a_s + \Omega}{i\Delta_c + \kappa_c}$. 在线性化的量子朗之万方程中仅保留系统中的共振项 (忽略 $o_- = 0$ 的非共振项) 可得:

$$\begin{aligned} (i\lambda - \kappa_a) a_+ - ire^{-i\theta} b_+ - ig e^{i\phi} c_+ + \epsilon_{pr} &= 0, \\ (i\lambda - \kappa_b) b_+ - ire^{i\theta} a_+ &= 0, \\ (i\lambda - \kappa_c) c_+ - ig a_+ &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\Delta_a = \Delta_b = \Delta_c = \Delta$, $\lambda = \delta - \Delta = \delta - \Delta_{a(b,c)} = \omega_{pr} - \omega_{a(b,c)}$. 由式(2)可得, 输出场响应 a_+ 的解为

$$a_+ = \frac{\epsilon_{pr}}{\kappa_a - i\lambda + \frac{r^2}{\kappa_b - i\lambda} + \frac{g^2 e^{i\phi}}{\kappa_c - i\lambda}}. \text{ 再运用输入输出关系的表达式 } (\epsilon_{\text{out}} = \epsilon_{\text{in}} - \sqrt{2\kappa_a} a) \text{ 可得系统的输出场}$$

振幅^[10] 为 $\epsilon_{\text{out}} = \frac{\sqrt{2\kappa_a} a_+}{\epsilon_{pr}}$. 式中: 实部表示吸收, 其表达式为 $\text{Re}[\epsilon_{\text{out}}] = \frac{\sqrt{2\kappa_a} (a_+ + a_+^*)}{2\epsilon_{pr}}$; 虚部表示色散,

其表达式为 $\text{Im}[\epsilon_{\text{out}}] = \frac{\sqrt{2\kappa_a} (a_+ - a_+^*)}{2\epsilon_{pr}}$.

2 非厄米混合系统的光诱导放大效应

在耗散耦合情况下 ($\phi = \pi$), 本文利用在腔磁力学系统实验^[12] 中获取的有效参数进行作图来分析系统的吸收谱和色散谱. 各参数分别为: $\frac{\omega_a}{2\pi} = \frac{\omega_b}{2\pi} = 1 \text{ MHz}$, $\frac{\omega_c}{2\pi} = 1 \text{ MHz}$, $\frac{\kappa_a}{2\pi} = 2.1 \text{ MHz}$, $\frac{\kappa_b}{2\pi} = -0.1 \text{ MHz}$, $\frac{\kappa_c}{2\pi} = 0.1 \text{ MHz}$.

由 $\epsilon_{\text{out}} = \frac{\sqrt{2\kappa_a a_+}}{\epsilon_{\text{pr}}}$ 可知,探测场的透射系数可以表示为 $t_p = 1 - \frac{\sqrt{2\kappa_a a_+}}{\epsilon_{\text{pr}}}$. 由该式计算得到的输出场的相位为 $\phi_t = \arg[\epsilon_{\text{out}}]$. 图2为不同腔磁耦合强度时探测场的透射率 $|t_p|^2$ 与失谐 δ/Δ_c 间的关系. 其中:腔腔之间的耦合强度为 $\frac{r}{2\pi} = 50$ MHz; 虚线表示腔磁耦合为 $\frac{g}{2\pi} = 0.1$ MHz 时,该系统所具有的最大透射率 $|t_p|^2$; 实线表示腔磁耦合为 $\frac{g}{2\pi} = 0.01$ MHz 时,该系统所具有的最小透射率 $|t_p|^2$. 由图2可以看出,系统的光诱导放大效应随腔磁之间的耦合强度的增加而增加.

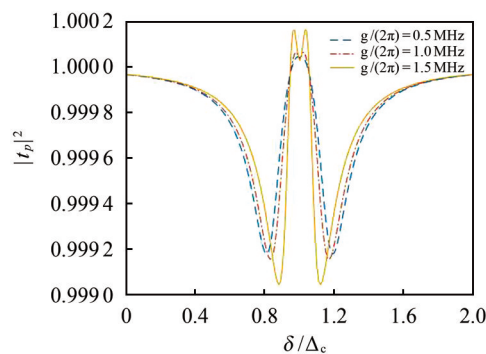


图2 探测场的透射率 $|t_p|^2$ 与失谐 δ/Δ_c 间的关系

3 快慢光在非厄米混合系统中的传播

由输出场的相位可得群速度的表达式为 $\tau_g = \frac{\partial \phi_t}{\partial \omega_{\text{pr}}}$. 由 $\phi_t = \arg[\epsilon_{\text{out}}]$ 可知,输出场的相位不同,光传播的速度也不同,即快慢光的速度是由输出场的相位决定的. 当 $\tau_g > 0$ 时,系统对应的是慢光传播;当 $\tau_g < 0$ 时,系统对应的是快光传播.

图3为在不同腔磁耗散比($\eta = \kappa_a/\kappa_c$)的情况下,系统具有腔腔相互作用和腔磁相互作用时群速度 τ_g 与失谐 δ/Δ_c 间的关系. 由图3(a)可知,当群速度小于零时,系统表现为快光传播,且系统的群速度随腔磁耗散比的增加而增加. 由图3(b)可知,当群速度大于零时,系统表现为慢光传播,且系统的群速度随腔磁耗散比的增加而减小. 由以上可知,通过改变腔磁耗散比不仅可以实现快慢光的转换,而且还可提高快慢光的传播速度. 如当 $\eta = 70$ 时,可以实现 $16 \mu\text{s}$ 的慢光传播.

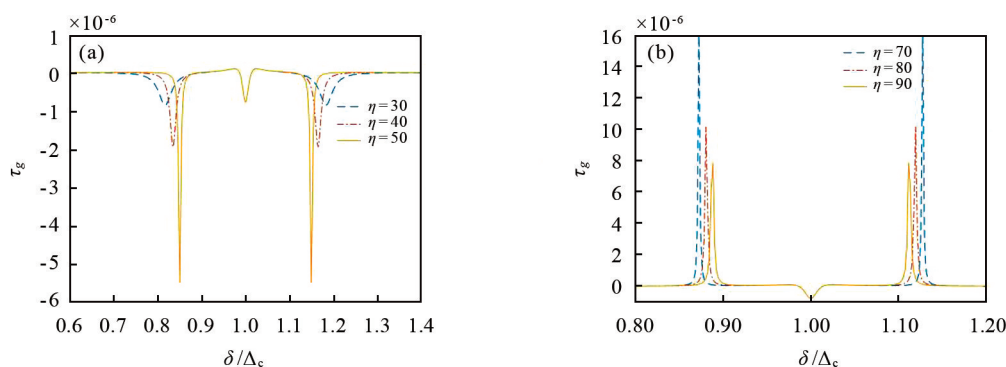


图3 群速度 τ_g 与失谐 δ/Δ_c 间的关系

4 结论

本文对非厄米磁电路量子电动力学混合系统中的探测场吸收谱进行研究表明:由于腔A与腔B的相互作用和磁子与腔光子的相互作用,通过调节腔磁耦合强度 g 可以增强光的放大效应,通过调节腔磁耗散比 η 可以增加快慢光的传播速度. 本文研究结果可为量子光学操纵和量子信息存储以及灵敏光开关的研究提供参考. 在今后的研究中,我们将对四模非厄米混合系统的光放大特性和快慢光的特性以及光子或磁子阻塞进行研究.

参考文献:

- [1] YOU J Q, NORI F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits[J]. Nature, 2011, 474(7353):589-597.
- [2] MILLS D L, BURSTEIN E. Polaritons: the electromagnetic modes of media[J]. Rep Prog Phys, 1974, 37(7):817.
- [3] CAO Y, YAN P, HUEBL H, et al. Exchange magnon-polaritons in microwave cavities[J]. Phys Rev B, 2015, 91(9):094423.
- [4] GORYACHEV M, FARR W G, CREEDON D L, et al. High-cooperativity cavity QED with magnons at microwave frequencies[J]. Phys Rev A, 2014, 2(5):054002.
- [5] YAN R Y, FENG Z B. Controllable and accelerated generation of entangled states between two superconducting qubits in circuit QED[J]. Opt Laser Technol, 2021, 135:106699.
- [6] HAN J X, WU J L, WANG Y, et al. Tripartite high-dimensional magnon-photon entanglement in phases with broken PT-symmetry of a non-Hermitian hybrid system[J]. Phys Rev B, 2022, 105(6):064431.
- [7] ZHAO J, LIU Y L, WU L H, et al. Observation of anti-PT-symmetry phase transition in the magnon-cavity-magnon coupled system[J]. Phys Rev A, 2020, 13(1):014053.
- [8] ULLAH K, NASEEM M T, ÖZGÜR E M. Tunable multiwindow magnomechanically induced transparency, Fano resonances, and slow-to-fast light conversion[J]. Phys Rev A, 2020, 102(3):033721.
- [9] LI J, ZHU S Y. Entangling two magnon modes via magnetostrictive interaction[J]. Phys, 2019, 21(8):085001.
- [10] WANG Y P, ZHANG G Q, ZHANG D, et al. Bistability of cavity magnon polaritons[J]. Phys Rev Lett, 2018, 120(5):057202.
- [11] CHAKRABORTY S, SARMA AK. Delayed sudden death of entanglement at exceptional points[J]. Phys Rev A, 2019, 100(6):063846.
- [12] ZHANG X, ZOU C L, JIANG L, et al. Cavity magnomechanics[J]. Sci Adv, 2016, 2(3):e1501286.

~~~~~  
(上接第 208 页)

- [9] ZHANG L X, GAO H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time[J]. Automatica, 2010, 46:953-958.
- [10] YU Q, LV H. Stability analysis for discrete-time switched systems with stable and unstable modes based on a weighted average dwell time approach[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2020, 38:100949.
- [11] ZHAO X D, ZHANG L X, SHI P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(7):1809-1815.
- [12] ZHANG J F, HAN Z Z, ZHU F B, et al. Stability and stabilization of positive switched systems with mode-dependent average dwell time[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2013, 9:42-55.
- [13] YANG J Q, ZHAO X D, BU X H, et al. Stabilization of switched linear systems via admissible edge-dependent switching signals[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2018, 29:100-109.
- [14] HUANG T T, SUN Y G, TIAN D D. Finite-time stability of positive switched time-delay systems based on linear time-varying copositive Lyapunov functional[J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(5):2244-2258.
- [15] ZHANG J F, HAN Z Z, ZHU F B.  $\mathcal{L}_1$ -gain analysis and control synthesis of positive switched systems[J]. International Journal of Systems Science, 2015, 46(12):2111-2121.
- [16] HU S Y, WANG R H, JIAO T C, et al. Output-based optimal  $\mathcal{L}_1$ -gain control of weighted edge-dependent switching positive systems by a new copositive Lyapunov function[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2022, 46:101260.