

文章编号: 1004-4353(2023)01-0043-05

# 耗散耦合腔磁系统中极化子的量子特性

李欣悦, 欧孝飞, 董婷婷, 佟雨潞, 朱爱东

( 延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002 )

**摘要:** 利用非厄米腔磁学系统研究了相干耦合和耗散耦合对极化子量子性质的影响, 并采用主方程数值模拟的方法研究了哈密顿本征能谱的特点. 结果表明: 在耗散耦合的作用下, 本征能谱显示出不同于相干耦合的现象, 即实部表现出能级吸引, 虚部发生能级排斥. 当系统中同时存在相干耦合和耗散耦合时, 相干耦合对极化子的演化起主导作用, 而耗散耦合仍会影响本征能谱的分布, 并且不同相位下的本征能谱分布呈周期性变化. 该研究结果可为腔磁学系统的量子信息处理提供理论参考.

**关键词:** 相干耦合; 耗散耦合; 腔磁极化子; 钇铁石榴石

**中图分类号:** O431.2

**文献标识码:** A

## Quantum properties of cavity-magnon polarons in cavity-magnonics with dissipative coupling

LI Xinyue, OU Xiaofei, DONG Tingting, TONG Yulu, ZHU Aidong

( College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China )

**Abstract:** The effects of coherent coupling and dissipative coupling on the quantum properties of cavity-magnon polarons were studied by using a non-Hermitian cavity-magnonic system, and the characteristics of eigenenergy spectrum of Hamiltonian were studied by using numerical simulations of master equation. The results show that the eigenenergy spectrum exhibits different properties from the coherent coupling under dissipative coupling, i. e., the real part of the eigenenergy spectrum shows energy level attraction, while the imaginary part shows level repulsion. When the coherent coupling and dissipative coupling exist simultaneously, the former plays a dominant role during the polaron evolution, but dissipative coupling can also effect on distribution of eigenenergy, and the distribution of eigenenergy spectrum with different phases exhibit periodical changes. The research results of this work have theoretical reference to quantum information processing with cavity-magnonic system.

**Keywords:** coherent coupling; dissipative coupling; cavity-magnon polaron; yttrium iron garnet

## 0 引言

由于钇铁石榴石(yttrium iron garnet, YIG)具有较高的自旋密度和较低的阻尼率, 易于实现不同模式之间的强耦合(甚至超强耦合), 因此其适合作为量子信息的载体, 同时其也为研究量子的纠缠<sup>[1]</sup>、压缩<sup>[2]</sup>、双稳<sup>[3]</sup>和阻塞<sup>[4]</sup>等非经典效应提供了一个新的平台. 2018 年, Harder 等<sup>[5]</sup>发现了一种由腔楞

收稿日期: 2022-11-14

基金项目: 国家自然科学基金(12264051)

第一作者: 李欣悦(2002—), 女, 本科生, 研究方向为量子光学和量子信息学.

通信作者: 朱爱东(1968—), 女, 博士, 教授, 研究方向为量子光学和量子信息学.

次效应引起的耗散磁振子-光子耦合现象,并提出了一种控制相干和耗散磁振子-光子耦合的方法;Xu 等<sup>[6]</sup>从控制耦合机制的角度研究了由腔介导的 2 个磁子之间的远距离相互作用,并研究了 2 个钇铁石榴石球在腔中不同位置(分别对应于相干耦合或耗散耦合)时磁振子和腔模之间的间接耦合强度与频率失谐的关系.Wang 等<sup>[7]</sup>和 Guan 等<sup>[8]</sup>分别提出了一种磁振子与光子之间通过热库发生间接耦合的方案.受以上研究的启发,本文构建了一个包含光子和磁振子模的非厄米腔磁系统,并研究了相干耦合、耗散耦合以及不同相对相位对哈密顿本征能谱的影响.

## 1 系统模型与哈密顿量

图 1 为系统模型的示意图.其中:左图为磁振子与微波腔组成的腔磁学系统的物理模型,该系统的微波电路可以同时支持驻波(相干耦合)和行波(耗散耦合),且通过改变 YIG 球的位置可以调节系统的耗散耦合和相干耦合强度.右图是系统内部相互作用的示意图,它表示微波腔模与磁振子模通过一个共同热库发生间接耗散耦合.本文将系统置于温度为 20 mK 的均匀磁场中,并将微波腔的外部耗散率设置为远大于其固有阻尼率.

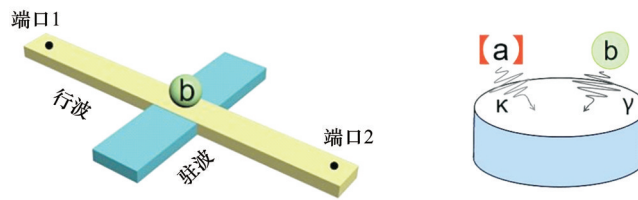


图 1 系统模型示意图

当腔模和磁振子模之间只存在相干耦合时,系统的哈密顿量可表示为:

$$H/\hbar = \omega_c a^\dagger a + \omega_m b^\dagger b + J(a + a^\dagger)(b + b^\dagger). \quad (1)$$

其中: $a^\dagger$ 和 $b^\dagger$ ( $a$ 和 $b$ )分别是频率 $\omega_c$ 的腔模和频率 $\omega_m$ 的磁振子模的产生(湮灭)算符; $J$ 为腔模和磁振子模之间的相干耦合强度;磁振子频率 $\omega_m$ 由外部偏置磁场 $B$ 和旋磁比 $\gamma_0$ 调控,即 $\omega_m = \gamma_0 B$ .在旋波近似下,即当 $\omega_c, \omega_m \gg J, \kappa, \gamma$ 时,式(1)可以写为:

$$H_{\text{RWA}}/\hbar = \omega_c a^\dagger a + \omega_m b^\dagger b + J(a^\dagger b + ab^\dagger). \quad (2)$$

当考虑腔模和磁振子模的集体耗散时,系统的演化可用如下的 Lindblad 主方程来描述:

$$\frac{d}{dt}\rho = -\frac{i}{\hbar}[H_{\text{RWA}}, \rho] + \eta L[c]\rho + \alpha L[a]\rho + \beta L[b]\rho. \quad (3)$$

其中: $L[s]$ 为标准耗散超算子, $L[s]\rho = 2s\rho s^\dagger - s^\dagger s\rho - \rho s^\dagger s$ , $s = \{a, b, c\}$ ;第 2 项描述的是腔模和磁振子模以 $\eta$ 的速率集体耗散到行波中;第 3 项和第 4 项分别表示腔模和磁振子模的固有阻尼(阻尼率分别为 $\alpha$ 和 $\beta$ ); $c$ 为腔算符和磁子算符的叠加算符(跳跃算符).为了描述不同方向微波场的驱动作用,本文引入相位 $\theta$ 表示不同端口的输入.不失一般性,当微波分别从端口 1 和端口 2 加载时,相干耦合和耗散耦合之间的相对相位 $\theta$ 分别为 0 和 $\pi$ .当微波驱动场分别从端口 1 和端口 2 加载时,跳跃算符 $c$ 可表示为:

$$c \equiv \lambda a \pm \xi b, \quad (4)$$

其中 $\lambda$ 和 $\xi$ 分别表示腔模和磁振子模与行波的单独耦合,满足 $\eta \cdot \lambda^2 = \kappa_{\text{ex}}$ 和 $\eta \cdot \xi^2 = \gamma_{\text{ex}}$ .式(4)中的 2 个模式之间的耗散耦合可以表示为 $\eta \cdot \lambda \xi = \sqrt{\kappa_{\text{ex}} \gamma_{\text{ex}}}$ .

系统的动力学行为可以用如下量子朗之万方程描述:

$$\frac{d}{dt}a = -i\omega_c a - (\alpha + \kappa_{\text{ex}})a - (iJ + \sqrt{\kappa_{\text{ex}} \gamma_{\text{ex}}})b, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt}b = -i\omega_m a - (\beta + \gamma_{\text{ex}})b - (iJ + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}\gamma_{\text{ex}}})a. \quad (6)$$

由方程(5)和(6)可知:当微波驱动场从端口 1 加载时,腔模和磁子模之间的有效耗散耦合强度可表示为  $\Gamma = -i\sqrt{\kappa_{\text{ex}}\gamma_{\text{ex}}}$ ;当微波驱动从端口 2 加载时,腔模和磁子模之间的有效耗散耦合为  $\Gamma = i\sqrt{\kappa_{\text{ex}}\gamma_{\text{ex}}}$ . 由此可得包含相干耦合和耗散耦合的腔磁系统的非厄米有效哈密顿量为:

$$H/\hbar = \tilde{\omega}_c a^\dagger a + \tilde{\omega}_m b^\dagger b + (J - i\Gamma e^{i\theta})(a^\dagger b + b^\dagger a), \quad (7)$$

其中  $\tilde{\omega}_c = \omega_c - i\alpha$  和  $\tilde{\omega}_m = \omega_m - i\beta$  分别表示腔模和磁振子的复特征值. 在相对于腔频率  $\omega_c$  的旋转框架下,即在旋转变换  $U = e^{-i\omega_c(a^\dagger a + b^\dagger b)t}$  下,系统的总哈密顿( $\hbar = 1$ )可表示为:

$$H = -i\alpha a^\dagger a - \Delta_m b^\dagger b + (J - i\Gamma e^{i\theta})(a^\dagger b + b^\dagger a), \quad (8)$$

式中  $\Delta_m$  是磁振子频率与腔模之间的频率失谐,即  $\Delta_m = \omega_m - \omega_c$ . 式(8)中的哈密顿可表示为如下矩阵形式:

$$H = \begin{pmatrix} a^\dagger & b^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i\alpha & J - i\Gamma e^{i\theta} \\ J - i\Gamma e^{i\theta} & \Delta_m - i\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}^T. \quad (9)$$

由式(9)可知,在系统中引入耗散耦合后可使原来的厄米系统变为 PT 对称的非厄米体系. 于是由薛定谔方程可以得式(9)中哈密顿量的本征值为:

$$\omega_{\pm} = -ik + \frac{1}{2}\Delta_m \pm \sqrt{(J - e^{i\theta}i\Gamma)^2 + \frac{1}{4}\Delta_m^2}. \quad (10)$$

式(10)中,实部和虚部分别表示腔磁极化子的本征频率和耗散频率.

## 2 讨论与分析

### 2.1 相干耦合和耗散耦合对腔磁极化子的影响

在不同耗散耦合强度  $\Gamma$  和相干耦合强度  $J$  的条件下,哈密顿本征值的实部和虚部与磁振子频率失谐  $\Delta_m$  的关系见图 2—图 7. 图中的参数值分别取  $\alpha/(2\pi) = 1$  MHz,  $\beta/(2\pi) = 1$  MHz,  $\theta = 0$ .

图 2 和图 3 为纯相干耦合机制下本征值的实部和虚部与频率失谐之间的关系,图中取  $J/(2\pi) = 6$  MHz,  $\Gamma/(2\pi) = 0$  MHz,其他参数的取值与上文所述的参数取值相同. 由图 2 和图 3 可以看出,在只有相干耦合的情况下,系统本征值的实部发生了能级排斥现象,而虚部不发生劈裂.

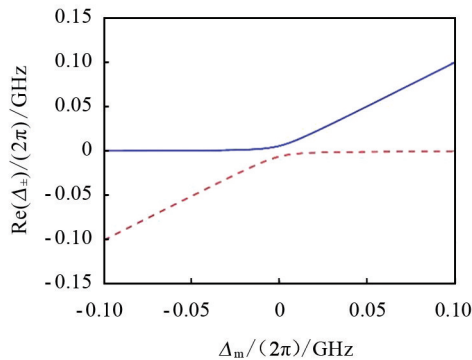


图 2 相干耦合机制下本征值实部与频率失谐的关系

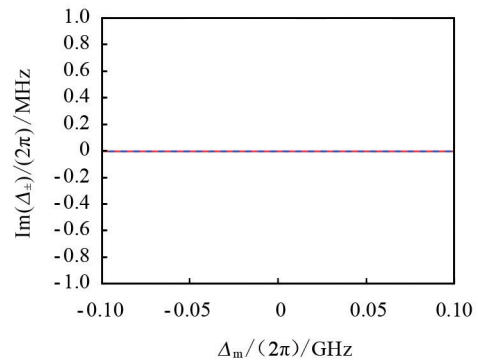


图 3 相干耦合机制下本征值虚部与频率失谐的关系

图 4 和图 5 为在只存在耗散耦合情况下本征值的实部和虚部与频率失谐  $\Delta_m$  之间的关系,图中取  $\Gamma/(2\pi) = 6$  MHz. 当  $J = 0$  和  $\theta = \pi$  时,由式(10)可得系统的本征值为:

$$\omega_{\pm} = -ik + \frac{1}{2}\Delta_m \pm \sqrt{(\Delta_m/2)^2 - \Gamma^2}. \quad (11)$$

由式(11) 显然可知,  $\Delta_m/2$  与  $\Gamma$  会影响异常点出现的位置. 即: 当  $\Delta_m = \pm 2\Gamma$  时, 实部和虚部均不发生劈裂; 当  $-2\Gamma < \Delta_m < 2\Gamma$  时, 虚部发生劈裂(实部不发生劈裂); 当  $\Delta_m < -2\Gamma$  或  $\Delta_m > 2\Gamma$  时, 实部发生劈裂(虚部不发生劈裂). 由以上可知, 磁振子的频率失谐和耗散耦合产生的有效耗散为  $k_{\text{eff}} = k \pm \sqrt{\Gamma^2 - (\Delta_m/2)^2}$ . 将图 4、图 5 分别与图 2、图 3 进行比较可以看出: 在耗散耦合的影响下, 系统本征值的实部发生了能级吸引现象, 且在 2 个异常点之间的虚部均发生了能级劈裂; 在相干耦合的影响下, 系统本征值的实部发生了能级排斥现象.

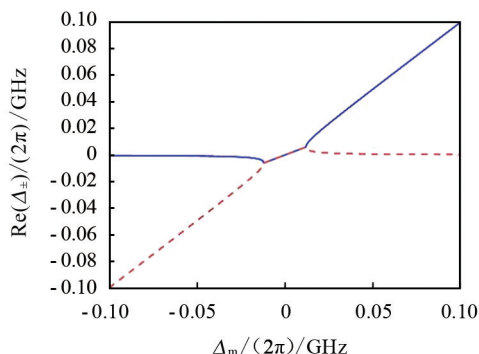


图 4 耗散耦合机制下本征值实部随失谐量的变化

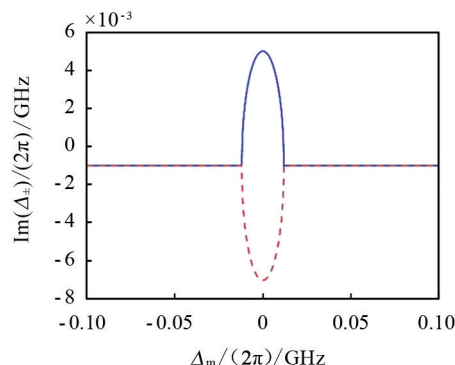


图 5 耗散耦合机制下本征值虚部随失谐量的变化

图 6 和图 7 为在相干耦合和耗散耦合的协同作用机制下本征值的实部和虚部与频率失谐之间的关系. 由图 6 和图 7 可以看出, 在耗散耦合和相干耦合的协同作用机制下, 系统本征值的实部再次发生能级排斥的现象(与只有相干耦合时的能级状态相同). 这说明, 相干耦合在极化子的能谱分布中起主导作用. 由图 6 还可以看出, 在耗散耦合和相干耦合的协同作用下, 虚部的能级排斥超出了图 5 中的异常点之间的范围, 这说明当极化子处于 2 个不同本征态时其具有不同的耗散率.

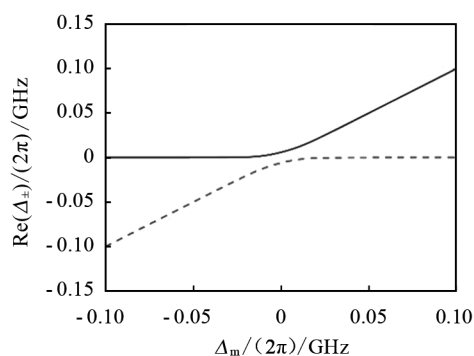


图 6 在相干耦合和耗散耦合的协同作用机制下  
本征值实部与频率失谐的关系

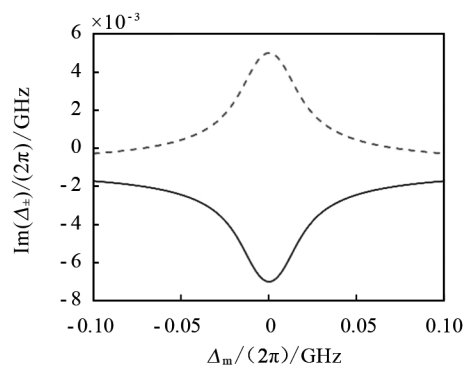


图 7 在相干耦合和耗散耦合的协同作用机制下  
本征值虚部与频率失谐的关系

## 2.2 相位对腔磁极化子的影响

图 8 为耗散机制下本征值的实部随相位的变化, 其中左图中的磁振子失谐量取  $\Delta_m/(2\pi) = 10$  MHz, 右图中的磁振子失谐量取  $\Delta_m/(2\pi) = 30$  MHz. 由图 8 可以看出: 本征值的实部随不同相位呈周期性变化; 当调节磁振子失谐量时, 本征值表现出周期性的能级吸引和排斥现象.

## 3 结论

本文在含有光子和磁振子的非厄米腔磁系统中研究了相干耦合和耗散耦合以及不同相位对腔磁极化子的影响. 研究表明, 相干耦合在此系统中起主导作用, 且本征能谱随相位的变化呈周期性变化, 即可

以通过调节相干耦合和耗散耦合系数以及相位实现对腔磁极化子状态的操控. 此外,在本征能谱的异常点两侧,能级呈不同分布,这表明在异常点附近出现了不同的量子行为. 本文的研究结果可为研究腔磁纠缠、量子单向导引等非经典效应提供良好的理论参考.

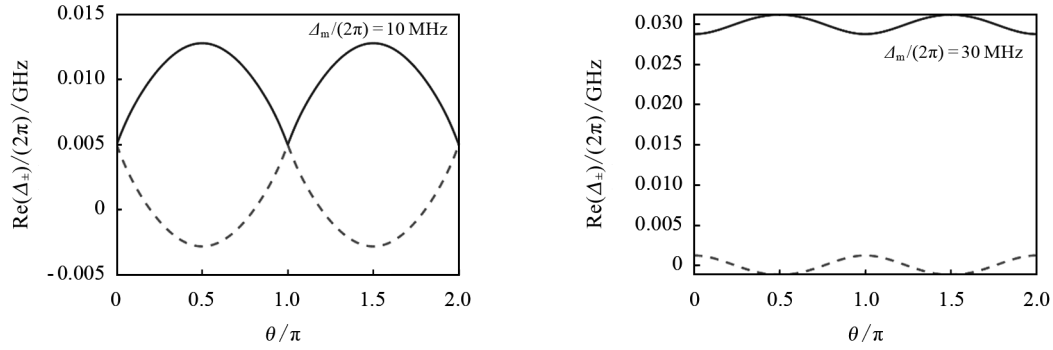


图 8 耗散机制下本征值实部与相位的关系

### 参考文献:

- [1] LI J, ZHU S Y, AGARWAL G S. Magnon-Photon-Phonon entanglement in cavity magnomechanics[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(20):203601.
- [2] YANG Z B, JIN H, JIN J W, et al. Bistability of squeezing and entanglement in cavity magnonics[J]. Physical Review Research, 2021, 3:023126.
- [3] NAIR J M P, MUKHOPADHYAY D, AGARWAL G S. Ultralow threshold bistability and generation of long-lived mode in a dissipatively coupled nonlinear system: Application to magnonics[J]. Physical Review B, 2021, 103: 224401.
- [4] WU K, ZHONG W X, CHENG G L, et al. Phase-controlled multimagnon blockade and magnon-induced tunneling in a hybrid superconducting system[J]. Physical Review A, 2021, 103:052411.
- [5] HARDER M, YANG Y, YAO B M, et al. Level attraction due to dissipative magnon-photon coupling[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(13):137203.
- [6] XU P C, RAO J W, GUI Y S, et al. Cavity-mediated dissipative coupling of distant magnetic moments: theory and experiment[J]. Physical Review B, 2019, 100:094415.
- [7] WANG Y P, HU C M. Dissipative couplings in cavity magnonics[J]. Journal of Applied Physics, 2020, 127(13): 130901.
- [8] GUAN S Y, WANG H F, YI X X. Cooperative-effect-induced one-way steering in open cavity magnonics[J]. npj Quantum Information, 2022, 8:102.