

文章编号: 1004-4353(2023)01-0008-08

## 基于 IGOWMA 算子的变权系数 区间型组合预测模型

杨烨<sup>1</sup>, 袁宏俊<sup>1</sup>, 胡凌云<sup>2</sup>

( 1. 安徽财经大学 统计与应用数学学院; 2. 安徽财经大学 管理科学与工程学院: 安徽 蚌埠 233030 )

**摘要:** 为了保持区间数内部的整体性及提高区间数的预测精度,提出了一种将改进相关系数和诱导广义有序加权多重平均(IGOWMA)算子相结合的区间型组合预测方法.该方法首先将区间数进行转化,以等价信息的中心和半径来表示区间数;然后以预测精度为诱导因子,构建 IGOWMA 算子;最后选取改进后的 Pearson 相关系数作为最优准则来建立多目标非线性规划模型,并通过引入偏好系数将模型转化为单目标规划模型.实例验证证明,该区间型组合预测模型不仅能够保证区间数内部的整体性,而且其预测结果显著优于文献中的 3 种单项预测方法和 1 种组合预测方法.对模型的参数进行灵敏度分析显示,参数  $\lambda$  的取值对模型的权系数、最优目标函数值以及误差指标有较明显的影响,偏好系数  $\alpha$  则对模型的影响较小.上述结果表明,该组合预测方法能有效提高预测精度,可应用于区间数的模糊预测中.

**关键词:** 区间数; 预测精度; 组合预测; IGOWMA 算子; 灵敏度分析

**中图分类号:** F224.0

**文献标识码:** A

## The combined prediction model based on IGOWMA operator for the number of intervals of variable weight coefficients

YANG Ye<sup>1</sup>, YUAN Hongjun<sup>1</sup>, HU Lingyun<sup>2</sup>

( 1. School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of Finance and Economics; 2. School of Management Science and Engineering, Anhui University of Finance and Economics; Bengbu 233030, China )

**Abstract:** In order to maintain the internal wholeness and improve the prediction accuracy of interval numbers, a combined interval number prediction method associated with both improved correlation coefficients and induced generalized ordered weighted multiple averaging (IGOWMA) operators is proposed. Firstly, the number of intervals is transformed into centers and radii of equivalent information; secondly, the IGOWMA operator is constructed with prediction accuracy as the inducing factor; thirdly, the improved Pearson correlation coefficient is selected as the optimal criterion and a multi-objective non-linear programming model; finally, the model is transformed into a single-objective programming model by introducing preference coefficients. The empirical validation proves that this interval number combined forecasting model not only ensures the wholeness of the interval number, but also its forecasting results are significantly better than the three single forecasting methods and the one combined forecasting method in the literature. A sensitivity analysis of the model parameters shows that the value of the parameter  $\lambda$  exhibit a significant effect on the weight coefficient, the optimal objective function value and the error indicator of the model, while the preference coefficient  $\alpha$  perform

收稿日期: 2022-11-28

基金项目: 安徽省哲学社会科学规划项目(AHSKY2020D42); 安徽财经大学重大科研基金(ACKYA21004);  
安徽省高校研究生科研项目(YJS20210440)

第一作者: 杨烨(1999—),男,硕士研究生,研究方向为经济组合预测与分析.

通信作者: 袁宏俊(1978—),男,教授,研究方向为预测理论与方法及决策分析.

a small effect on the model as a whole. The above results show that the combined prediction method can effectively improve the prediction accuracy and can be applied to the fuzzy prediction of interval data.

**Keywords:** interval number; prediction accuracy; combined prediction; IGOWMA operator; sensitivity analysis

## 0 引言

由于组合预测方法比单项预测方法更能全面地提取数据中的信息和提高预测精度,因此近年来国内外一些学者对组合预测模型进行了较多研究,其研究数据也由实数型数据扩展到了区间型数据(区间型数据更能真实地反映实际预测系统的模糊性和不确定性)<sup>[1-3]</sup>.例如:袁宏俊等以三角模糊数相似度作为最优准则,通过引入广义诱导有序信息集成算子构建了一种基于三角模糊数相似度的 GIOWA 算子的变权系数区间型组合预测模型<sup>[4]</sup>;杜康等以灰色趋势关联度作为最优准则,构建了一种基于三角模糊数及 GIOWA 算子的区间型组合预测模型<sup>[5]</sup>;张娜等利用样本的区间中点和区间半径构建了一种区间型组合预测模型,并利用人群搜索算法对组合预测模型的权系数进行了优化<sup>[6]</sup>.基于上述研究,本文基于诱导广义有序加权多重平均(IGOWMA)算子,以改进相关系数作为最优准则构建了一种基于区间数中心和半径的多目标非线性规划模型,同时通过引入偏好系数将该模型转化为单目标规划模型.通过实例验证和对参数  $\lambda$  进行灵敏度分析表明,该模型的预测精度显著优于文献[7]中的 3 种单项预测方法及文献[8]中提出的组合预测方法,参数  $\lambda$  对权系数  $w_1$  和  $w_2$ 、最优目标函数值以及平均区间中心误差平方和 (MSEP) 和加权平均误差平方和 (TWSSE) 有明显影响,其较优取值范围为 (0.5, 1.5).

## 1 基本概念

**定义 1**<sup>[4]</sup> 若实数满足  $a^L \leq a^U$ , 则称  $a = [a^L, a^U]$  为一个区间数. 当  $a^L > 0$  时, 则称  $a$  为正区间数. 其中  $a^L$  和  $a^U$  分别为区间数的左右端点. 若  $a^L = a^U$ , 则称  $a$  等价于普通实数. 记  $m = (a^L + a^U)/2$ ,  $r = (a^U - a^L)/2$ , 则称  $m$  为区间中心,  $r$  为区间半径. 将区间数记为  $a = [a^L, a^U] = (m, r)$ . 若有 2 个区间数分别为  $a = [a^L, a^U] = (m_1, r_1)$ ,  $b = [b^L, b^U] = (m_2, r_2)$ , 则存在以下运算规则:

- 1)  $a = b \Leftrightarrow a^L = b^L, a^U = b^U, m_1 = m_2, r_1 = r_2$ .
- 2)  $a + b = [a^L + b^L, a^U + b^U] = (m_1 + m_2, r_1 + r_2)$ .
- 3)  $\lambda a = \begin{cases} [\lambda a^L, \lambda a^U], & \lambda \geq 0 \\ [\lambda a^U, \lambda a^L], & \lambda < 0 \end{cases} = (\lambda m_1, |\lambda| r_1)$ .

**定义 2**<sup>[9]</sup> 设  $(\langle \delta_1, a_1 \rangle, \langle \delta_2, a_2 \rangle, \dots, \langle \delta_n, a_n \rangle)$  是  $n$  个二维数组, 若函数  $IGOWMA_W$  满足:

$$IGOWMA_W = (\langle \delta_1, a_1 \rangle, \langle \delta_2, a_2 \rangle, \dots, \langle \delta_n, a_n \rangle) = \left( \sum_{i=1}^n w_i a_{\delta - \text{index}(i)}^{\lambda} / \sum_{i=1}^n (w_i / a_{\delta - \text{index}(i)}^{\lambda}) \right)^{\frac{1}{2\lambda}},$$

则称  $IGOWMA_W$  是由  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  引导  $a_1, a_2, \dots, a_n$  而得到的  $n$  维 IGOWMA 算子. 其中:  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  是与  $IGOWMA_W$  有关的加权向量, 满足  $\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, n; \delta - \text{index}(i)$  是  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  按照数值大小排在第  $i$  位  $a$  的下标; 参数  $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ .

## 2 基于改进相关系数的区间型组合预测模型

在模糊预测中, 实际的区间数序列为  $\{X_t = [x_t^L, x_t^U] | t = 1, 2, \dots, n\}$ , 其中第  $i$  种单项预测方法在时刻  $t$  得到的预测值序列可表示为  $\{X_{it} = [x_{it}^L, x_{it}^U] | t = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, s\}$ .

若将区间数的组合预测结果表示为  $\{\hat{X}_t = [\hat{x}_t^L, \hat{x}_t^U] | t = 1, 2, \dots, n\}$ , 并记组合预测中各单项预测

方法的权重为  $w_1, w_2, \dots, w_m$ , 且  $\sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m$ , 则组合预测的结果与各单项预测方法预测的结果有如下关系:

$$\hat{X}_t = \sum_{i=1}^s w_i X_{it} = \sum_{i=1}^s w_i [x_{it}^L, x_{it}^U] = \left[ \sum_{i=1}^s w_i x_{it}^L, \sum_{i=1}^s w_i x_{it}^U \right].$$

**定义 3**<sup>[10]</sup> 设有两组序列  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  和  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , 则称

$$\gamma_{x,y} = \frac{\sum_{t=2}^n (x_t - x_{t-1})(y_t - y_{t-1})}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (x_t - x_{t-1})^2} \sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - y_{t-1})^2}}$$

为序列  $x$  与序列  $y$  之间的改进相关系数.

定义 3 中的改进相关系数是利用 Erdem 对 Pearson 相关系数进行改进得到的, 该改进相关系数比原 Pearson 相关系数能更好地捕捉序列  $x$  与序列  $y$  随时间的改变方向.

**定义 4**<sup>[11]</sup> 设  $\eta_{it}$  和  $\mu_{it}$  ( $i = 1, 2, \dots, s; t = 1, 2, \dots, n$ ) 分别是第  $i$  种单项预测方法在  $t$  时刻的中心精度和半径精度:

$$\eta_{it} = \begin{cases} 1 - \left| \frac{m_t - m_{it}}{m_t} \right|, & 0 < \left| \frac{m_t - m_{it}}{m_t} \right| < 1; \\ 0, & \left| \frac{m_t - m_{it}}{m_t} \right| \geq 1; \end{cases} \quad \mu_{it} = \begin{cases} 1 - \left| \frac{r_t - r_{it}}{r_t} \right|, & 0 < \left| \frac{r_t - r_{it}}{r_t} \right| < 1; \\ 0, & \left| \frac{r_t - r_{it}}{r_t} \right| \geq 1. \end{cases}$$

根据定义 2 中的 IGOWMA 算子知, 可将第  $i$  种单项预测方法在  $t$  时刻的中心精度作为诱导值, 并以此可构造出  $t$  时刻中心的  $s$  个二维数组  $\{\langle \eta_{1t}, m_{1t} \rangle, \langle \eta_{2t}, m_{2t} \rangle, \dots, \langle \eta_{st}, m_{st} \rangle\}$ . 同理, 以半径精度为诱导值可构造出  $t$  时刻半径的二维数组  $\{\langle \mu_{1t}, r_{1t} \rangle, \langle \mu_{2t}, r_{2t} \rangle, \dots, \langle \mu_{st}, r_{st} \rangle\}$ .

**定义 5** 令  $\hat{m}_t$  和  $\hat{r}_t$  分别是区间数基于 IGOWMA 算子在  $t$  时刻获得的中心和半径的预测值:

$$\hat{m}_t = IGOWMA_W(\langle \eta_{1t}, m_{1t} \rangle, \langle \eta_{2t}, m_{2t} \rangle, \dots, \langle \eta_{st}, m_{st} \rangle) = \left( \sum_{i=1}^s w_i g_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / g_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}},$$

$$\hat{r}_t = IGOWMA_W(\langle \mu_{1t}, r_{1t} \rangle, \langle \mu_{2t}, r_{2t} \rangle, \dots, \langle \mu_{st}, r_{st} \rangle) = \left( \sum_{i=1}^s w_i h_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / h_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}}.$$

其中:  $g_{it}$  是  $m_{1t}, m_{2t}, \dots, m_{st}$  根据诱导值  $\eta_{1t}, \eta_{2t}, \dots, \eta_{st}$  从大到小排序的第  $i$  个数;  $h_{it}$  是  $r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{st}$  根据诱导值  $\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{st}$  从大到小排序的第  $i$  个数;  $W = (w_1, w_2, \dots, w_s)^T$  为 IGOWMA 算子的加权向量, 且  $\sum_{i=1}^s w_i = 1, w_i \in [0, 1]$ .

根据定义 5 可得实际区间数与基于 IGOWMA 算子组合预测值的中心相关系数  $\gamma_{m_t, \hat{m}_t}$  和半径相关系数  $\gamma_{r_t, \hat{r}_t}$ , 其计算公式为:

$$\gamma_{m_t, \hat{m}_t} = \frac{\sum_{t=2}^n (m_t - m_{t-1})(\hat{m}_t - \hat{m}_{t-1})}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (m_t - m_{t-1})^2} \sqrt{\sum_{t=2}^n (\hat{m}_t - \hat{m}_{t-1})^2}} = \frac{\sum_{t=2}^n (m_t - m_{t-1}) \left[ \left( \sum_{i=1}^s w_i g_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / g_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^s w_i g_{it-1}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / g_{it-1}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} \right]}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (m_t - m_{t-1})^2} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^s w_i g_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / g_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^s w_i g_{it-1}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / g_{it-1}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}}}},$$

$$\gamma_{r_t, \hat{r}_t} = \frac{\sum_{t=2}^n (r_t - r_{t-1})(\hat{r}_t - \hat{r}_{t-1})}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (r_t - r_{t-1})^2} \sqrt{\sum_{t=2}^n (\hat{r}_t - \hat{r}_{t-1})^2}} = \frac{\sum_{t=2}^n (r_t - r_{t-1}) \left[ \left( \sum_{i=1}^s w_i h_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / h_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^s w_i h_{it-1}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / h_{it-1}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} \right]}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (r_t - r_{t-1})^2} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^s w_i h_{it}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / h_{it}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^s w_i h_{it-1}^\lambda / \sum_{i=1}^s (w_i / h_{it-1}^\lambda) \right)^{\frac{1}{2\lambda}}}}.$$

由上述计算公式可以看出,  $\gamma_{m_t, \hat{m}_t}$  和  $\gamma_{r_t, \hat{r}_t}$  这 2 个改进相关系数是关于加权向量  $\mathbf{W}$  的多元函数, 且  $\gamma_{m_t, \hat{m}_t}$  和  $\gamma_{r_t, \hat{r}_t}$  取值越大, 组合预测方法的预测结果越接近实际值. 基于上述研究, 本文基于改进相关系数及 IGOWMA 算子建立了如下组合预测模型(1):

$$\max \gamma_{m_t, \hat{m}_t}; \max \gamma_{r_t, \hat{r}_t}; \text{ s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^s w_i = 1, \\ w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, s. \end{cases}$$

为了求解模型(1), 本文通过引入偏好系数  $\alpha \in [0, 1]$  将多目标非线性最优化模型转化为单目标最优化模型, 并以此建立了组合预测模型(2):

$$\max R(\mathbf{W}) = \alpha \gamma_{m_t, \hat{m}_t} + (1 - \alpha) \gamma_{r_t, \hat{r}_t}; \text{ s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^s w_i = 1, \\ w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, s. \end{cases}$$

在模型(2)中,  $\alpha$  和  $(1 - \alpha)$  分别表示区间数的中心和半径对组合预测的重要程度. 模型(1)和(2)均可以通过 Matlab 的优化工具箱或 Lingo 软件进行求解.

**定义 6** 在实际区间数与各单项预测的改进相关系数中, 将其最大值记为  $R(\mathbf{W})_{\max} = \max_{1 \leq i \leq s} \{R(\mathbf{W})_i\}$ , 将其最小值记为  $R(\mathbf{W})_{\min} = \min_{1 \leq i \leq s} \{R(\mathbf{W})_i\}$ . 当  $R(\mathbf{W}) > R(\mathbf{W})_{\max}$  时, 模型(2)是优性区间型组合预测模型; 当  $R(\mathbf{W})_{\min} \leq R(\mathbf{W}) \leq R(\mathbf{W})_{\max}$  时, 模型(2)是非劣性区间型组合预测模型; 当  $R(\mathbf{W}) < R(\mathbf{W})_{\min}$  时, 模型(2)是劣性区间型组合预测模型.

### 3 实例分析

为了证明基于 IGOWMA 算子和改进相关系数的区间型组合预测模型的可行性, 本文选取基于区间数中心和半径的平均区间中心误差平方和(MSEP)、平均区间半径误差平方和(MSEL)、加权平均误差平方和(TWSSE)、加权平均均方百分比误差(TWMSPE)作为评价预测结果的指标. 各指标的计算公式为:

$$\begin{aligned} MSEP &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (m_t - \hat{m}_t)^2, \\ TMSEL &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{r}_t)^2, \\ WSSE &= \frac{\alpha}{n} \sum_{t=1}^n (m_t - \hat{m}_t)^2 + \frac{1 - \alpha}{n} \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{r}_t)^2, \\ TWMSPE &= \frac{\alpha}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^n \left( \frac{m_t - \hat{m}_t}{m_t} \right)^2} + \frac{1 - \alpha}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^n \left( \frac{r_t - \hat{r}_t}{r_t} \right)^2}. \end{aligned}$$

本文利用文献[7]中的原始数据进行实例分析(数据见表 1), 并将原始数据按照定义 1 转换为等量信息的中心序列和半径序列(数据见表 2). 根据定义 4 计算得到的各单项预测方法的中心和半径的诱导因子序列见表 3.

表 1 实际区间数序列和各单项预测方法的预测序列

$t$	$x_t$	$x_{1t}$	$x_{2t}$	$x_{3t}$
1	[66.3, 78.7]	[69.666 8, 81.839 6]	[66.157 1, 78.592 3]	[66.300 0, 78.700 0]
2	[67.9, 80.7]	[66.413 9, 78.964 9]	[69.602 7, 82.819 3]	[67.900 0, 80.700 0]
3	[71.6, 85.4]	[71.760 8, 85.527 4]	[73.048 3, 87.046 3]	[70.754 0, 84.061 2]
4	[76.4, 91.2]	[74.737 3, 89.093 3]	[76.493 9, 91.273 3]	[73.980 1, 88.149 1]
5	[79.8, 95.4]	[82.127 7, 96.296 7]	[79.939 5, 95.500 3]	[78.673 2, 93.891 6]
6	[84.8, 101.4]	[83.416 1, 99.699 5]	[83.385 1, 99.727 3]	[82.679 0, 98.799 4]
7	[86.9, 104.1]	[87.147 6, 104.299 4]	[86.830 7, 103.954 3]	[87.425 7, 104.532 9]
8	[93.4, 112.0]	[94.777 1, 113.564 9]	[90.276 3, 108.181 3]	[90.536 2, 108.398 2]
9	[94.9, 113.7]	[96.076 6, 115.192 8]	[93.721 9, 112.408 3]	[95.981 4, 115.062 4]
10	[99.3, 119.1]	[95.711 5, 114.744 1]	[97.167 5, 116.635 3]	[99.119 0, 118.785 2]
11	[99.5, 119.3]	[101.651 1, 121.992 1]	[100.613 1, 120.862 3]	[102.829 6, 123.295 0]
12	[102.7, 123.9]	[102.221 3, 122.686 1]	[104.058 7, 125.089 3]	[104.352 8, 125.130 8]
13	[105.3, 126.5]	[105.114 6, 126.248 6]	[107.504 3, 129.316 3]	[106.772 8, 128.582 2]

表 2 实际区间数和各单项预测方法的中心和半径序列

$t$	$x_t$	$x_{1t}$	$x_{2t}$	$x_{3t}$
1	(72.5, 6.2)	(75.753 2, 6.086 4)	(72.374 7, 6.217 6)	(72.500 0, 6.200 0)
2	(74.3, 6.4)	(72.689 4, 6.275 5)	(76.211 0, 6.608 3)	(74.300 0, 6.400 0)
3	(78.5, 6.9)	(78.644 1, 6.883 3)	(80.047 3, 6.999 0)	(77.407 6, 6.653 6)
4	(83.8, 7.4)	(81.915 3, 7.178 0)	(83.883 6, 7.389 7)	(81.064 6, 7.084 5)
5	(87.6, 7.8)	(89.212 2, 7.084 5)	(87.719 9, 7.780 4)	(86.282 4, 7.609 2)
6	(93.1, 8.3)	(91.557 8, 8.141 7)	(91.556 2, 8.171 1)	(90.739 2, 8.060 2)
7	(95.5, 8.6)	(95.723 5, 8.575 9)	(95.392 5, 8.561 8)	(95.979 3, 8.553 6)
8	(102.7, 9.3)	(104.171 0, 9.393 9)	(99.228 8, 8.952 5)	(99.467 2, 8.931 0)
9	(104.3, 9.4)	(105.634 7, 9.558 1)	(103.065 1, 9.343 2)	(105.521 9, 9.540 5)
10	(109.2, 9.9)	(105.227 8, 9.516 3)	(106.901 4, 9.733 9)	(108.952 1, 9.833 1)
11	(109.4, 9.9)	(111.821 6, 10.170 5)	(110.737 7, 10.124 6)	(113.062 3, 10.232 7)
12	(113.3, 10.6)	(112.453 7, 10.232 4)	(114.574 0, 10.515 3)	(114.741 8, 10.389 0)
13	(115.9, 10.6)	(115.681 6, 10.567 0)	(118.410 3, 10.906 0)	(117.677 5, 10.904 7)

表 3 3 种单项预测方法的中心和半径的诱导因子序列

$t$	$\eta_{1t}$	$\mu_{1t}$	$\eta_{2t}$	$\mu_{2t}$	$\eta_{3t}$	$\mu_{3t}$
1	0.955 1	0.981 7	0.998 3	0.997 2	1.000 0	1.000 0
2	0.978 3	0.980 5	0.974 3	0.967 5	1.000 0	1.000 0
3	0.998 2	0.997 6	0.980 3	0.985 7	0.986 1	0.964 3
4	0.977 5	0.970 0	0.999 0	0.998 6	0.967 4	0.957 4
5	0.981 6	0.908 3	0.998 6	0.997 5	0.985 0	0.975 5
6	0.983 4	0.980 9	0.983 4	0.984 5	0.974 6	0.971 1
7	0.997 7	0.997 2	0.998 9	0.995 6	0.995 0	0.994 6
8	0.985 7	0.989 9	0.966 2	0.962 6	0.968 5	0.960 3
9	0.987 2	0.983 2	0.988 2	0.994 0	0.988 3	0.985 1
10	0.963 6	0.961 2	0.979 0	0.983 2	0.997 7	0.993 2
11	0.977 9	0.972 7	0.987 8	0.977 3	0.966 5	0.966 4
12	0.992 5	0.965 3	0.988 8	0.992 0	0.987 3	0.980 1
13	0.998 1	0.996 9	0.978 3	0.971 1	0.984 7	0.971 3

由单目标最优准则模型(2)可以看出,诱导有序加权算子随  $\lambda$  和  $\alpha$  的取值不同而不同,权重大小也

随之不同,进而出现了不同的组合方式和最优值.为计算方便,分别选取  $\lambda = -3, -1, 0.1, 1, 4$  以及  $\alpha = 0.5$  和  $\alpha = 0.8$  进行组合,并由此建立了不同的组合预测模型.利用 Lingo 软件求得的各组合预测模型的权重系数如表 4 所示.利用表 4 中的结果求得的各时点处的组合预测结果见表 5 和表 6.

表 4 各参数取值及其对应的权系数值

参数取值		$w_1$	$w_2$	$w_3$
$\lambda = -3$	$\alpha = 0.5$	0.999 9	0.000 0	0.000 1
	$\alpha = 0.8$	0.999 9	0.000 0	0.000 1
$\lambda = -1$	$\alpha = 0.5$	0.924 9	0.075 0	0.000 1
	$\alpha = 0.8$	0.878 6	0.121 3	0.000 1
$\lambda = 0.1$	$\alpha = 0.5$	0.955 5	0.044 5	0.000 0
	$\alpha = 0.8$	0.901 4	0.098 6	0.000 0
$\lambda = 1$	$\alpha = 0.5$	0.924 9	0.075 0	0.000 1
	$\alpha = 0.8$	0.878 6	0.121 3	0.000 1
$\lambda = 4$	$\alpha = 0.5$	1.000 0	0.000 0	0.000 0
	$\alpha = 0.8$	1.000 0	0.000 0	0.000 0

表 5  $\lambda$  取不同值时等价区间数的组合预测值( $\alpha = 0.5$ )

	$\lambda = -3$	$\lambda = -1$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 4$
1	(72.495, 6.200)	(72.486, 6.201)	(72.494, 6.201)	(72.486, 6.201)	(72.500, 6.200)
2	(74.300, 6.400)	(74.179, 6.391)	(74.228, 6.395)	(74.179, 6.391)	(74.300, 6.400)
3	(78.644, 6.883)	(78.551, 6.892)	(78.589, 6.888)	(78.551, 6.892)	(78.644, 6.883)
4	(83.883, 7.390)	(83.736, 7.374)	(83.796, 7.380)	(83.736, 7.374)	(83.884, 7.390)
5	(87.720, 7.780)	(87.612, 7.768)	(87.656, 7.773)	(87.612, 7.768)	(87.720, 7.780)
6	(91.558, 8.171)	(91.558, 8.169)	(91.558, 8.170)	(91.558, 8.169)	(91.558, 8.171)
7	(95.393, 8.576)	(95.417, 8.575)	(95.407, 8.575)	(95.417, 8.575)	(95.393, 8.576)
8	(104.171, 9.394)	(103.818, 9.361)	(103.962, 9.374)	(103.818, 9.361)	(104.171, 9.394)
9	(105.522, 9.343)	(105.338, 9.358)	(105.413, 9.352)	(105.338, 9.358)	(105.522, 9.343)
10	(108.952, 9.833)	(108.798, 9.826)	(108.861, 9.829)	(108.798, 9.826)	(108.952, 9.833)
11	(110.738, 10.125)	(110.819, 10.128)	(110.786, 10.127)	(110.819, 10.128)	(110.738, 10.125)
12	(112.454, 10.515)	(112.613, 10.506)	(112.548, 10.510)	(112.613, 10.506)	(112.454, 10.515)
13	(115.682, 10.567)	(115.832, 10.592)	(115.770, 10.582)	(115.832, 10.592)	(115.682, 10.567)

表 6  $\lambda$  取不同值时等价区间数的组合预测值( $\alpha = 0.8$ )

	$\lambda = -3$	$\lambda = -1$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 4$
1	(72.494, 6.200)	(72.479, 6.202)	(72.488, 6.202)	(72.479, 6.202)	(72.500, 6.200)
2	(74.300, 6.400)	(74.105, 6.385)	(74.141, 6.388)	(74.105, 6.385)	(74.300, 6.400)
3	(78.644, 6.883)	(78.494, 6.897)	(78.522, 6.895)	(78.494, 6.897)	(78.644, 6.883)
4	(83.883, 7.390)	(83.645, 7.364)	(83.690, 7.369)	(83.645, 7.364)	(83.884, 7.390)
5	(87.720, 7.780)	(87.546, 7.760)	(87.578, 7.764)	(87.546, 7.760)	(87.720, 7.780)
6	(91.558, 8.171)	(91.558, 8.168)	(91.558, 8.168)	(91.558, 8.168)	(91.558, 8.171)
7	(95.393, 8.576)	(95.433, 8.574)	(95.425, 8.575)	(95.433, 8.574)	(95.393, 8.576)
8	(104.171, 9.394)	(103.600, 9.340)	(103.707, 9.350)	(103.600, 9.340)	(104.171, 9.394)
9	(105.522, 9.343)	(105.224, 9.367)	(105.280, 9.363)	(105.224, 9.367)	(105.522, 9.343)
10	(108.952, 9.833)	(108.703, 9.821)	(108.750, 9.823)	(108.703, 9.821)	(108.952, 9.833)
11	(110.738, 10.125)	(110.869, 10.130)	(110.845, 10.129)	(110.869, 10.130)	(110.738, 10.125)
12	(112.454, 10.515)	(112.711, 10.500)	(112.663, 10.503)	(112.711, 10.500)	(112.454, 10.515)
13	(115.682, 10.567)	(115.924, 10.608)	(115.878, 10.600)	(115.924, 10.608)	(115.682, 10.567)

根据表 5 和表 6 中的预测结果及各误差计算公式计算得出的各单项预测方法和组合预测方法的

MSEP、MSEL、TWSSE、TWMSPE 值见表 7.

表 7 各单项预测和各组合预测方法的误差值

预测方法	$\alpha = 0.5$				$\alpha = 0.8$			
	MSEP	MSEL	TWSSE	TWMSPE	MSEP	MSEL	TWSSE	TWMSPE
单项预测方法 1	3.702 3	0.077 4	1.889 8	0.007 5	3.702 3	0.077 4	2.977 3	0.006 5
单项预测方法 2	2.850 0	0.028 8	1.439 4	0.002 4	2.850 0	0.028 8	2.285 8	0.003 8
单项预测方法 3	3.605 5	0.051 1	1.828 3	0.002 7	3.605 5	0.051 1	2.894 6	0.004 3
组合预测模型(2) ( $\lambda = -3$ )	0.669 5	0.007 2	0.338 4	0.001 1	0.669 5	0.007 2	0.537 0	0.001 8
组合预测模型(2) ( $\lambda = -1$ )	0.568 1	0.007 0	0.287 6	0.001 0	0.528 2	0.007 2	0.424 0	0.001 6
组合预测模型(2) ( $\lambda = 0.1$ )	0.604 0	0.007 0	0.305 5	0.001 1	0.545 6	0.007 1	0.437 9	0.001 6
组合预测模型(2) ( $\lambda = 1$ )	0.568 1	0.007 0	0.287 6	0.001 0	0.528 2	0.007 2	0.424 0	0.001 6
组合预测模型(2) ( $\lambda = 4$ )	0.669 5	0.007 2	0.338 4	0.001 1	0.669 5	0.007 2	0.537 0	0.001 8
文献[8]中的方法	1.739 1	0.021 8	0.880 5	0.001 9	1.739 1	0.021 8	1.395 6	0.003 0

由表 7 中的数据可看出,本文所提出的组合预测模型的预测误差指标值均明显小于文献[7]中的 3 种单项预测方法及文献[8]中给出的组合预测方法的预测误差指标值,由此表明本文提出的组合预测模型的预测精度显著优于上述几种预测模型.

根据定义 5 求出了实际区间数与各种预测方法的中心和半径的改进相关系数  $R(W)$ ,结果见表 8. 由表 8 可以看出,在不同偏好系数下,组合预测模型预测的改进相关系数均优于各单项预测方法的预测结果.由此表明,本文提出的组合预测模型(2)是优性区间型组合预测模型.

表 8 实际区间数与各预测方法区间数的改进相关系数

	单项预测方法			组合预测模型(2)				
	方法 1	方法 2	方法 3	$\lambda = -3$	$\lambda = -1$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 4$
$R(W)(\alpha = 0.5)$	0.679 6	0.863 7	0.765 4	0.903 9	0.952 2	0.945 7	0.952 2	0.908 2
$R(W)(\alpha = 0.8)$	0.695 4	0.877 2	0.796 7	0.902 6	0.956 7	0.951 3	0.956 7	0.906 2

#### 4 灵敏度分析

为进一步探究不同参数对权系数、改进相关系数以及各误差指标的影响,本文对不同参数进行了灵敏度分析,结果见图 1—图 4. 为直观了解不同  $\lambda$  取值对权系数、最优目标函数值以及误差指标的影响,本文固定了  $\alpha$  的取值. 由图 1 和图 2 可以看出:参数  $\lambda$  对  $w_1$  和  $w_2$  的影响较大,其中  $w_1$  的取值随着参数  $\lambda$  的增加表现出先下降后上升的趋势, $w_2$  的取值随着参数  $\lambda$  的增加表现出先上升后下降的趋势;参数  $\lambda$  对  $w_3$  的取值影响较少; $R(W)$  的取值随  $\lambda$  的增加表现出先增大后减小的趋势,并且当  $\lambda \in (-2, 2)$  时  $R(W)$  值相对最大.

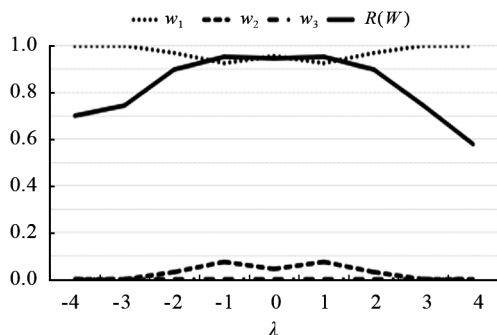


图 1 不同  $\lambda$  值对  $w_i$  和  $R(W)$  的影响 ( $\alpha = 0.5$ )

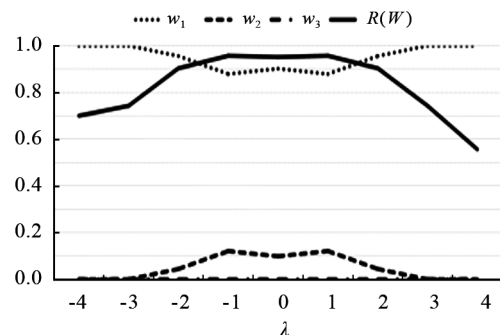
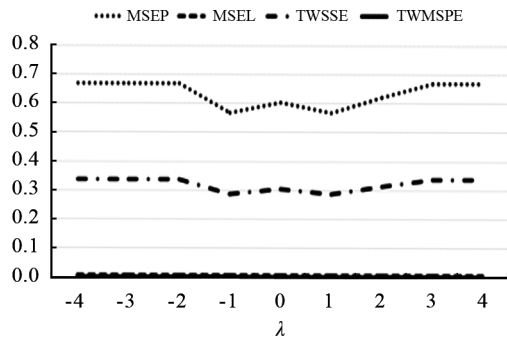
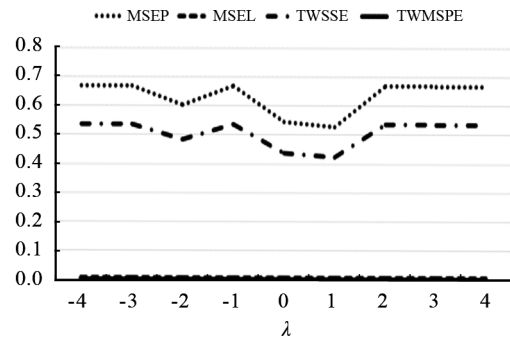


图 2 不同  $\lambda$  值对  $w_i$  和  $R(W)$  的影响 ( $\alpha = 0.8$ )



图3 不同  $\lambda$  值对误差指标的影响( $\alpha = 0.5$ )图4 不同  $\lambda$  值对误差指标的影响( $\alpha = 0.8$ )

由图3和图4可以看出:参数 $\lambda$ 的取值对误差指标MSEP和TWSSE的影响较大,且随 $\lambda$ 取值的增加,曲线的波动性明显增强;参数 $\lambda$ 的取值对误差指标MSEL和TWMSPE的影响很小.出现该结果的原因是,本文所用数据的区间中心远大于半径.当 $\lambda \in (0.5, 1.5)$ 时,各误差指标的数值均相对较小,说明此时的组合预测结果与实际值最为接近.另外,对参数 $\lambda$ 进行灵敏度分析显示,不同 $\alpha$ 值(0.5和0.8)对权重系数、改进相关系数和误差指标的影响较小,这说明参数 $\alpha$ 对组合预测模型的影响较小.综合图1—图4中的曲线变化,以及根据参数的选取原则(误差值尽量小和最优目标函数值尽量大)可得, $\lambda$ 的较优取值范围为(0.5, 1.5).

## 5 结语

研究表明,本文提出的基于改进相关系数及IGOWMA算子构建的区间型组合预测模型(2)是一种优越性区间型组合预测模型,其预测精度显著优于文献[7]中的3种单项预测方法及文献[8]中给出的组合预测方法;因此该模型可应用于模糊预测中,并可为构建其他高精度区间型预测模型提供参考.本文在构建组合预测模型(2)时仅是将中心和半径预测精度作为诱导值对模型的预测结果进行了分析,因此在今后的研究中我们将探究其他不同诱导值对模型预测精度的影响,以完善本文模型.

## 参考文献:

- [1] 袁宏俊,陈华友,胡凌云.基于指数支撑度的最优组合预测模型及其性质研究[J].应用概率统计,2012,28(2):150-160.
- [2] 孙浩,杨桂元.基于一种贴近度的IGOWLA算子的最优组合预测模型[J].延边大学学报(自然科学版),2017,43(1):19-24.
- [3] 朱家明,陈华友,周礼刚,等.基于ICOFWA算子的连续区间模糊组合预测模型及其应用[J].模糊系统与数学,2016(3):172-184.
- [4] 袁宏俊,杜康,胡凌云.基于三角模糊数相似度的区间型组合预测模型[J].统计与决策,2019,35(6):24-29.
- [5] 杜康,袁宏俊,郑亚男.基于三角模糊数及GIOWA算子的区间型组合预测模型[J].统计与决策,2019,35(16):22-28.
- [6] 张娜,葛磊蛟.基于SOA优化的光伏短期出力区间组合预测[J].太阳能学报,2021,42(5):252-259.
- [7] 邱红洁,谷银山,李翠.模糊预测的组合预测[J].统计与决策,2009(17):155-157.
- [8] 朱家明,陈华友,周礼刚,等.基于TFWPA算子的模糊优化组合预测模型及其应用[J].运筹与管理,2017,26(5):102-109.
- [9] 戴现朝,李浩,周礼刚,等.一种基于IGOWMA算子和广义向量夹角余弦的最优区间组合预测模型[J].系统科学与数学,2022,42(11):3060-3072.
- [10] ERDEM O, CEYHAN E, VARLI Y. A new correlation coefficient for bivariate time-series data[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, 414:274-284.
- [11] 陈华友,李翔,金磊,等.基于相关系数及IOWA算子的区间组合预测方法[J].统计与决策,2012(6):83-86.