

文章编号: 1004-4353(2022)04-0289-05

腔磁杂化系统中磁振子阻塞的实现

欧孝飞, 李欣悦, 袁宁, 王楠, 朱爱东

(延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002)

摘要: 为了研究腔磁杂化系统中磁振子分布的量子统计性质, 构建了一种单量子源, 并利用全量子理论在含
有声子模的杂化腔磁系统中研究了磁振子阻塞的操控方案及其物理机制. 通过求解主方程得到了磁振子的
等时二阶关联函数和平均磁子数, 并分析了腔模之间的耦合对磁振子反聚束的影响. 数值模拟结果表明, 增加
隧穿耦合、腔与机械模的耦合、腔与磁子模的耦合可有效增强磁振子的反聚束效应. 本方案可为在实验中实现
单磁子源提供参考.

关键词: 腔磁杂化系统; 反聚束效应; 二阶关联函数; 磁振子阻塞

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

Realization of magnon blockade in a hybrid cavity-magnonic system

OU Xiaofei, LI Xinyue, YUAN Ning, WANG Nan, ZHU Aidong

(College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: In order to study the quantum statistical properties of magnon distribution in a cavity-magnonic
system, we construct a single quanta source, and study the engineering of magnon blockade and its physical
mechanism in a hybrid cavity-magnonic system containing a phonon mode by using the total quantum theories.
The equal-time second-order correlation function of the magnons and the average number of magnon are
obtained by solving the master equation, from which the influence of the coupling between cavity modes on the
antibunching effect of the magnon is analyzed. The results of numerical simulation show that the antibunching
effect of the magnon can be enhanced effectively by increasing the tunneling coupling, the coupling between the
cavity and the mechanical mode, and the coupling between the cavity and the magnon mode. This scheme can
provide a reference for experimentally realizing a single-magnon source.

Keywords: cavity-magnonic system; antibunching effect; second-order correlation function; magnon blockade

0 引言

近年来, 单光子的相干操纵已经成为量子光学和量子信息处理领域的重要研究课题. 目前, 利用不
同物理系统实现光子阻塞效应的研究已经取得较大进展, 如在电路腔量子电动力学系统^[1-2]、光子晶体-
量子点系统^[3]等系统中. 近年来, 将磁性材料中的自旋波量子(磁振子)作为量子信息载体的研究引起学
者们的关注^[4]. 目前, 在腔磁系统中已观察到多种实验现象, 如电磁感应透明^[5]、磁子-光子-声子纠缠^[6]

收稿日期: 2022-11-12

基金项目: 国家自然科学基金(12264051)

第一作者: 欧孝飞(2002—), 男, 本科生, 研究方向为量子光学与量子信息学.

通信作者: 朱爱东(1968—), 女, 博士, 教授, 研究方向为量子光学与量子信息学.

等. 本文提出了一个由 2 个相互耦合的微波腔和 1 个铁磁材料钇铁石榴石(YIG)球组成的杂化物理系统模型, 并通过外加经典场来弱驱动磁振子实现了磁振子的阻塞效应. 另外, 通过对二阶关联函数和平均磁子数进行数值模拟, 证明了该系统能够实现参数可控的单磁子反聚束效应.

1 系统模型与哈密顿量

图 1 为腔磁杂化系统模型的示意图. 该系统由相互耦合的 2 个微波腔组成, 图中左腔频率为 ω_1 , 右腔频率为 ω_2 , 2 个腔之间可以发生隧穿耦合. 左腔中含有一个频率为 ω_b 的机械模式 \hat{b} , 右腔中含有一个大质量的铁磁 YIG 球, 磁振子 \hat{m} 与右腔模通过磁偶极相互作用耦合. 施加于 YIG 球的驱动是一个频率为 ω_p 、振幅为 ϵ 的激光场驱动.

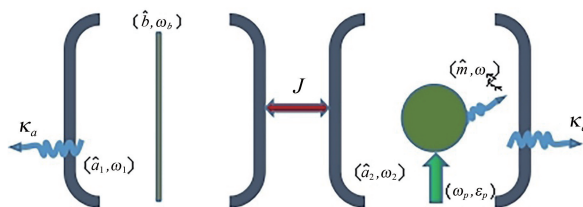


图 1 系统模型示意图

系统的哈密顿可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \omega_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \omega_2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \omega_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m} + J(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger) + \lambda(\hat{a}_2 \hat{m}^\dagger + \hat{a}_2^\dagger \hat{m}) + \\ & g \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 (\hat{b}^\dagger + \hat{b}) + \epsilon(\hat{m}^\dagger e^{-i\omega_p t} + \hat{m} e^{i\omega_p t}). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\hat{a}_1^\dagger (\hat{a}_1)$ 为左腔光子的产生(湮灭)算符, $\hat{a}_2^\dagger (\hat{a}_2)$ 为右腔光子的产生(湮灭)算符, $\hat{b}^\dagger (\hat{b})$ 为声子的产生(湮灭)算符, $\hat{m}^\dagger (\hat{m})$ 为磁振子的产生(湮灭)算符, 常数 J 为 2 个微波腔的隧穿耦合强度, λ 为右腔中光子与磁振子的耦合强度, g 为左腔中的光力耦合强度. 在相对于驱动场的旋转框架下, 由于旋转变换可以用算符 $\hat{U}_1 = \exp[-i\omega_p t(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \hat{m}^\dagger \hat{m})]$ 来描述, 因此根据 $\hat{H}_1 = i\hbar \frac{d\hat{U}_1}{dt} \hat{U}_1 + \hat{U}_1^\dagger \hat{H} \hat{U}_1$ 可得变换后的哈密顿量为:

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 = & \Delta_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \Delta_2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \omega_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \Delta_m \hat{m}^\dagger \hat{m} + J(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger) + \\ & \lambda(\hat{a}_2 \hat{m}^\dagger + \hat{a}_2^\dagger \hat{m}) + g \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 (\hat{b}^\dagger + \hat{b}) + \epsilon(\hat{m}^\dagger + \hat{m}). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\Delta_{1(2)} = \omega_{1(2)} - \omega_p$ 为 2 个腔对于驱动频率的失谐量, $\Delta_m = \omega_m - \omega_p$ 为磁振子模与驱动场频率的失谐量. 通过定义么正变换 $\hat{U}_2 = \exp\left[\frac{g}{\omega_b} \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 (\hat{b}^\dagger - \hat{b})\right]$ 可得, 当 $g = \omega_b$ 时对角化的有效哈密顿量为:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{eff}} = & \Delta_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \Delta_2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \Delta_m \hat{m}^\dagger \hat{m} + J(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger) + \\ & \lambda(\hat{a}_2 \hat{m}^\dagger + \hat{a}_2^\dagger \hat{m}) + \epsilon(\hat{m}^\dagger + \hat{m}) - G(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1)^2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $G = g^2/\omega_b$. 在式(3)中, 由于声子与腔之间的相互作用已经被解耦, 因此在式中省略了声子的哈密顿项. 由式(3)中的最后 1 项可以看出, 光力耦合能够产生类克尔型的非线性作用.

2 磁振子的阻塞效应

2.1 磁振子的等时二阶关联函数

求解主方程即可获得磁振子的等时二阶关联函数. 系统的主方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\rho}} = & -i[\hat{H}_{\text{eff}}, \hat{\rho}] + \frac{\kappa_a}{2}(2\hat{a}_1 \hat{\rho} \hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1) + \frac{\kappa_a}{2}(2\hat{a}_2 \hat{\rho} \hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2) + \\ & \frac{\kappa_m}{2}(2\hat{m} \hat{\rho} \hat{m}^\dagger - \hat{m}^\dagger \hat{m} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{m}^\dagger \hat{m}) + \frac{\gamma}{2} \bar{n}_{\text{th}}(2\hat{b}^\dagger \hat{\rho} \hat{b} - \hat{b} \hat{b}^\dagger \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{b} \hat{b}^\dagger) + \\ & \frac{\gamma}{2}(\bar{n}_{\text{th}} + 1)(2\hat{b} \hat{\rho} \hat{b}^\dagger - \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{b}^\dagger \hat{b}). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: κ_a 为2个腔的耗散率, κ_m 为磁振子模的耗散率, γ 为机械模的阻尼率, $\bar{n}_{\text{th}} = \{\exp[\hbar\omega_b/(k_B T) - 1]\}^{-1}$ 为平均热声子数, k_B 为波尔兹曼常量, T 为热平衡时的温度. 当温度 $T = 0$ K 时, 平均热声子数 $\bar{n}_{\text{th}} = 0$. 磁子的统计特性可由等时二阶关联函数 $g^{(2)}(0)^{[7]}$ 来描述, 即:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{m}^\dagger \hat{m}^\dagger \hat{m} \hat{m} \rangle}{\langle \hat{m}^\dagger \hat{m} \rangle^2}. \quad (5)$$

当 $g^{(2)}(0) < 1$ 时, 磁振子呈现的是亚泊松分布; 当 $g^{(2)}(0) > 1$ 时, 磁振子呈现的是超泊松分布; 当 $g^{(2)}(0) = 0$ 时, 磁振子呈现的是完美的反聚束现象.

2.2 系统参数对磁振子阻塞的影响

1) 零温下的磁振子阻塞效应. 本文采用数值模拟方法研究磁振子的阻塞效应. 令 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, 将参数设置为 $\gamma = 0.5\kappa$, $\varepsilon = 0.05\kappa$, $G = 5\kappa$, $J = 10\kappa$, $\lambda = 5\kappa$, 并在式(4)中取 $\bar{n}_{\text{th}} = 0$. 由此在稳态条件得到的二阶关联函数的对数以及平均磁子数与腔失谐、磁振子模失谐的关系如图2所示. 由图2(a)可以看出, 二阶关联函数存在小于1的极小值(图中黑色虚线区域), 说明磁振子分布呈较强的反聚束效应; 由图2(b)可以看出, 在磁子阻塞区域内有较大的平均磁子数, 表明在 YIG 球中实现了磁振子的阻塞.

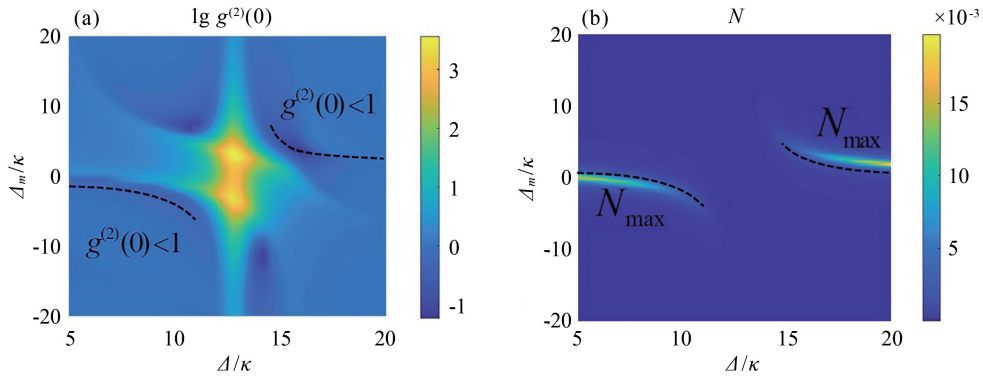


图2 二阶关联函数(a)和平均磁子数(b)随磁振子和腔失谐量的变化

2) 两个腔之间的隧穿耦合强度和腔失谐量对磁振子阻塞的影响. 取磁振子的失谐量 $\Delta_m = 5\kappa$, 其余参数不变. 由图3(a)可以看出: 二阶关联函数存在一个最佳区域(图中黑色虚线区域). 这说明, 当产生最佳磁振子阻塞时, 2个腔之间的隧穿耦合与失谐量之间存在线性关系. 当 $\Delta = -10\kappa$ 时, 在 $J \approx 15\kappa$ 处可获得磁振子的最佳反聚束效应. 由图3(b)可以看出, 在最低二阶关联函数的对应区域, 磁振子具有较大的平均磁子数. 由以上可知, 通过调控隧穿耦合强度可以实现明亮的单磁振子阻塞状态.

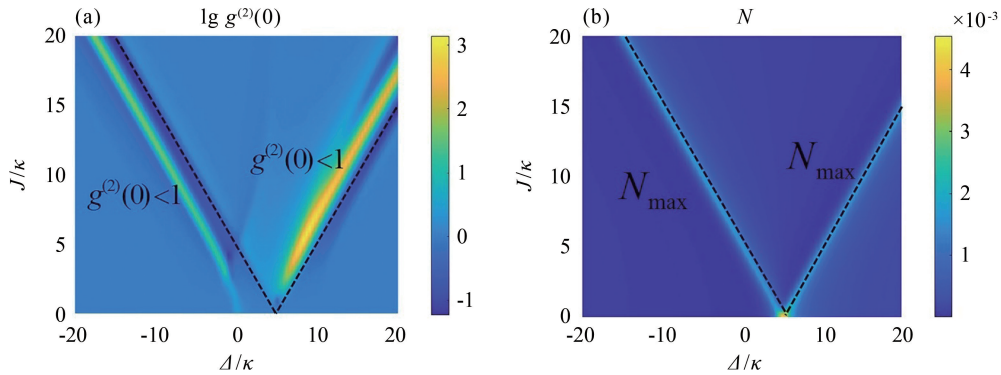


图3 二阶关联函数(a)和平均磁子数(b)随腔失谐量和耦合强度J的变化

3) 克尔型相互作用 G 和腔失谐量对二阶关联函数和平均磁子数的影响. 图4为磁振子二阶关联函

数随着非线性耦合强度 G 和腔失谐量 Δ 的变化情况. 由图 4(a) 可以看出, 二阶关联函数在 $\Delta \approx -10\kappa$ 附近处出现了反聚束现象, 在 $G \approx 5\kappa$ 时达到最佳, 随后随着 G 的增加反聚束效应逐渐消失. 出现上述现象的原因为: 一是当光力耦合不断加强时, 由左腔通过隧穿耦合转移到右腔的光子减少, 使得右腔中的光子与磁振子的磁偶极耦合变弱; 二是在外加激励的作用下磁振子被不断激发. 在图 4(b), 与图 4(a) 中二阶关联函数小于 1 对应区域(图中虚线对应的区域)的平均磁振子数均较大, 并且磁振子数随着 G 的增加而增加. 但当 G 达到 15κ 时, 反聚束现象已变得很弱.

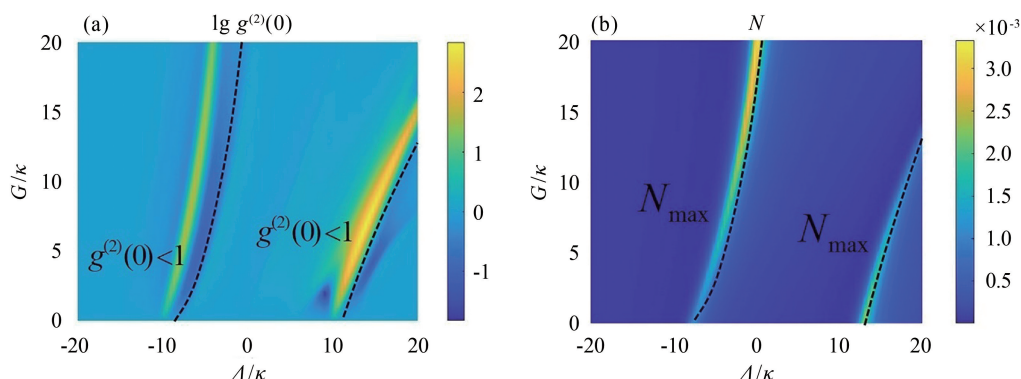


图 4 二阶关联函数(a)和平均光子数(b)随非线性耦合强度 G 和腔失谐量的变化

4) 磁振子与腔之间的磁偶极耦合强度对二阶关联函数的影响. 由图 5 可以看出, 发生磁振子阻塞的区域其对应的平均磁振子数也较大(图 5(b) 中虚线所示的 N_{\max} 区域). 由此可知, 当腔失谐量固定时, 可以通过调节 YIG 球的位置改变耦合强度 λ , 即由此可以实现磁振子阻塞.

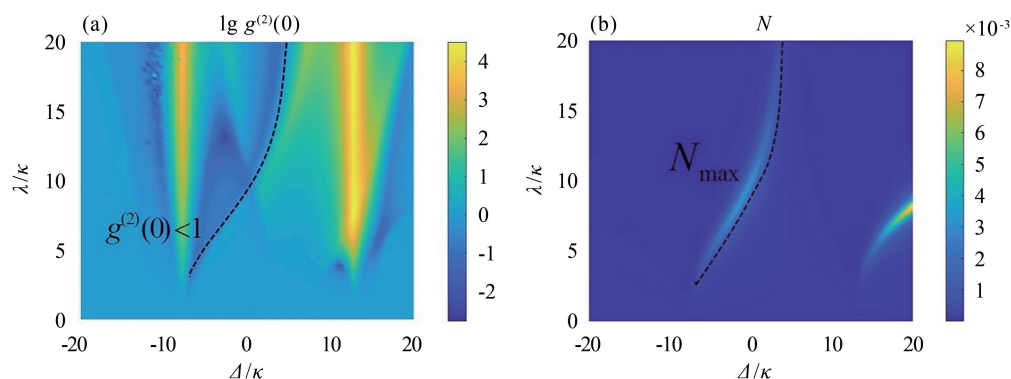


图 5 二阶关联函数(a)和平均光子数(b)随耦合强度 λ 和腔失谐量的变化

3 结论

本文研究了杂化腔磁系统中磁振子的反聚束效应, 并通过求解主方程和数值模拟得到了磁振子的二阶关联函数和平均磁振子数随系统参数的变化规律. 本文研究表明, 通过调节机械模与腔之间的耦合、腔的失谐量、磁振子与腔的耦合等参数可实现较为明亮的磁振子阻塞状态. 本方案可为在杂化系统中实现单磁子源以及量子信息处理提供参考.

参考文献:

- [1] HOFFMAN A J, SRINIVASAN S J, SCHMIDT S, et al. Photon blockade in a superconducting circuit[J]. Physical Review Letters, 2011, 107:053602.

(下转第 311 页)

由式(1)和式(2)可知,两类含谱参数问题的区别仅是对方程中 py'' 和 py' 的求导不同,即式(1)中是对 py'' 求一阶导数,而式(2)中是对 py' 求二阶导数,因此在证明过程中仅给出各自方程等价系统的矩阵形式即可.故令 $u_1 = y, u_2 = y', u_3 = py''$, 由此可得与方程 $(py'')' + qy = \lambda \omega y$ 和 $(py')'' + qy = \lambda \omega y$ 等价的系统为:

$$u_1' = ru_2, u_2' = u_3, u_3' = (\lambda\omega - q)u_1. \quad (20)$$

由于证明式(2)的方法与证明式(1)的方法相似,故本文在此省略.其中的区别是:在系统(20)中, u_1 在 r 恒等于零的子区间上是常数, u_3 在 q 和 ω 恒等于零的子区间上是常数.

参考文献:

- [1] KONG Q, WU H, ZETTL A. Sturm-Liouville problems with finite spectrum[J]. Mathematical Analysis and Applications, 2001, 263: 748-762.
- [2] AO J J, BO F Z, SUN J. Fourth order boundary value problems with finite spectrum[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 244: 952-958.
- [3] AO J J, SUN J, ZETTL A. Finite spectrum of $2n$ th order boundary value problems[J]. Applied Mathematics Letters, 2015, 42: 1-8.
- [4] WU Y Y, ZHAO Z Q. Positive solutions for third-order boundary value problems with change of signs[J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 218: 2744-2749.
- [5] GREENBERG M. Third order linear differential equations[M]. Dordrecht: REIDEL, 1987.
- [6] KONG Q, WU H, ZETTL A. Dependence of the n th Sturm-Liouville eigenvalue on the problem[J]. Journal of Differential Equations, 1999, 156: 328-354.
- [7] XU M Z, WANG W Y, AO J J. Finite spectrum of Sturm-Liouville problems with n transmission conditions[J]. Iranian Mathematical Society, 2018, 42: 811-817.
- [8] AO J J, SUN J, ZHANG M Z. The finite spectrum of Sturm-Liouville problems with transmission conditions and eigenparameter-dependent boundary conditions[J]. Results in Mathematics, 2013, 63: 1057-1070.
- [9] AO J J. On two classes of third order boundary value problems with finite spectrum[J]. Iranian Mathematical Society, 2017, 43: 1089-1099.

(上接第 292 页)

- [2] LIU Y X, XU X W, MIRANOWICZ A, et al. From blockade to transparency: controllable photon transmission through a circuit QED system[J]. Physical Review A, 2014, 89: 043818.
- [3] FARAON A, FUSHMAN I, ENGLUND D, et al. Coherent generation of non-classical light on a chip via photon-induced tunnelling and blockade[J]. Nature Physics, 2008, 4: 859-863.
- [4] XIE J K, MA S L, LI F L. Quantum-interference-enhanced magnon blockade in an yttrium-iron-garnet sphere coupled to superconducting circuits[J]. Physical Review A, 2020, 101: 042331.
- [5] AGARWAL G S, HUANG S. Electromagnetically induced transparency in mechanical effects of light[J]. Physical Review A, 2010, 81: 041803.
- [6] LI J, ZHU S Y, AGARWAL G S. Magnon-photon-phonon entanglement in cavity magnomechanics[J]. Physical Review Letters, 2018, 121: 203601.
- [7] ZHOU Y H, ZHANG X Y, WU Q C, et al. Conventional photon blockade with a three-wave mixing[J]. Physical Review A, 2020, 102: 033713.