

文章编号: 1004-4353(2021)04-0361-04

全变差曲波变换在医学影像图像 去噪中的应用

陈 军

(甘肃中医药大学(定西校区)医学教学部, 甘肃 定西 743000)

摘要: 针对曲波变换算法在医学影像图像去噪中会产生截断伪影和边缘模糊等问题, 提出了一种全变差曲波变换算法. 该算法首先对含噪医学影像图像分别进行曲波阈值和全变差去噪, 然后将得到的去噪结果进行曲波逆变换并生成最终图像. 仿真实验结果表明, 该算法不仅可有效地降低噪声, 还可较好地保持医学影像图像边缘和细节信息, 其效果明显优于曲波变换算法和全变差算法. 因此, 该算法对医学影像图像的噪声滤除具有良好的应用价值.

关键词: 医学影像图像; 去噪; 曲波变换; 全变差; 图像合成

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

Application of medical image denoising with total variation of curvelet transform

CHEN Jun

(Department of Medicine Teaching, Gansu University of
Chinese Medicine(Dingxi Campus), Dingxi 743000, China)

Abstract: To solve the problems of the truncated pseudimage and edge blur caused by curvelet transform algorithm in medical image noise removal, a curvelet transform of total variation algorithm is proposed. The method firstly performs noise removal for the noise-containing medical image through the curvelet threshold and total variation respectively, then transforms the obtained denoising results to generate the final image. Simulation results show that this algorithm can not only effectively reduce noise, but also maintain the edge and detail information of medical image, which is significantly better than the curvelet transform algorithm and total variation algorithm. Therefore, the proposed algorithm has a good application value for the noise filtering of the medical image.

Keywords: medical image; denoising; curvelet transform; total variation; image composition

0 引言

医学影像图像在获取过程中不可避免地会受到噪声污染, 因而抑制图像获取过程中的噪声对提高图像的边缘、纹理和细节的清晰度以及消除截断伪影具有重要意义. 近年来, 一些学者运用小

波理论探讨了提高图像的低频近似部分信息和高频细节部分信息的方法, 但这些方法存在“过扼杀”系数、边缘信息表达不足及周边噪声无法抑制等问题^[1-3]. 为了克服上述问题, 一些学者提出了多尺度几何分析方法. 例如: 2005 年, E.J.Candès

收稿日期: 2021-10-08

基金项目: 甘肃省科技计划资助项目(20JR10RA327)

作者简介: 陈军(1969—), 男, 博士, 教授, 研究方向为医学信号处理.

等^[4-5]提出了一种脊波变换方法,该方法能较好地提取图像特征,且抑噪能力优于小波变换方法,但其描述曲线特征的能力较差. 2007 年, Marjan 等^[6]将二元曲波变换应用于图像噪声抑制,该方法虽能有效地去除噪声,但由于其过多地抑制了反映图像不同方向的细节、纹理等高频系数,因而易产生伪影. 2009 年, B. Amir 等^[7]提出了全变差去噪声和去模糊算法,该方法虽然能够克服图像滤波时出现的边缘模糊和位移等问题,但存在计算复杂和边缘信息不稳定的缺点. 2014 年, 胡辽林等^[8]提出了一种改进的各向异性全变差去噪算法,该方法对图像中的低频噪声具有较好的去除效果,但对高频噪声的去除效果并不理想. 2020 年, 陆焱等^[9]提出了一种采用曲波变换对高频细节图像去噪的算法,该方法可增强含噪图像细节的清晰度,但对图像的概貌和视觉识别感知较差. 2021 年, 何明^[10]提出了一种基于 L1 范数和自适应全变差的去噪算法,该方法能有效地抑制图像的椒盐噪声,但对高斯噪声的去噪效果较差,易产生阶梯效应. 基于上述去噪研究中出现的截断伪影和边缘模糊、细节不清晰的问题,本文提出了一种全变差曲波变换算法,并通过仿真实验验证了该算法的有效性.

1 全变差曲波变换算法分析

1.1 含噪医学影像图像模型

本文建立的含噪医学影像图像模型为:

$$\begin{aligned} \mu_0(x, y) &= \mu(x, y) + N(x, y), \\ x &= 0, 1, \dots, m-1; y = 0, 1, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\mu(x, y)$ 是原始医学影像图像; $N(x, y)$ 是均值为 0、标准差为 σ 的高斯白噪声,服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布; m 和 n 分别为图像在 x 方向和 y 方向上的像素数; $\mu_0(x, y)$ 为加入噪声后的医学影像图像.

1.2 曲波变换去噪算法分析

曲波变换方法是通过建立一组具有各向异性的基来求解空域图像在这组基底上的相关值^[11]. 曲波变换去噪的方法是:首先将含噪图像分解成不同尺度的子带,并通过 Plancherel 运算得到每个子带所对应的曲波变换系数;然后用硬阈值法对所得到的曲波变换系数进行处理(放弃较小的变换系数,保留较大的变换系数),以此实现滤除

图像中的噪声和保留图像的边缘特性. 曲波变换去噪的硬阈值表达式^[12]为:

$$C_0(i, h) = \begin{cases} C(i, h), & |C(i, h)| \geq T_i; \\ 0, & |C(i, h)| < T_i. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中 $C(i, h)$ 为尺度 i 和方向 h 上的曲波系数, T_i 为不同尺度所对应的阈值, $C_0(i, h)$ 为硬阈值处理去噪之后的曲波变换系数. 阈值 T_i 的选取表达式为:

$$T_i = k_i \cdot \sigma \cdot \sigma_i, \quad (3)$$

其中 σ 为噪声标准差, σ_i 为子带变换后所对应的噪声标准差, k_i 为每一子带所对应的自适应常数. 本方法中采用具有强适应性的蒙特卡洛算法估计噪声标准差.

1.3 全变差去噪算法分析

全变差方法是建立在数学模型基础上的一种关于能量泛函求极值的去噪方法^[13]. 全变差去噪的方法是:首先用变分方法导出偏微分方程,然后再通过对图像反复迭代求解出方程的最优解^[14]. 由于无噪图像的全变差小于含噪图像的全变差,故全变差去噪可表示为:

$$\min E(\mu) = \min \int_{\Omega} \sqrt{|\nabla \mu|^2} dx dy. \quad (4)$$

式(4)中, Ω 为图像面积, $|\nabla \mu|$ 为图像 μ 的梯度模. 由最小化图像的全变差可得到以下两个约束条件:

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \mu dx dy = \int_{\Omega} \mu_0 dx dy, \\ \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} (\mu - \mu_0)^2 dx dy = \sigma^2. \end{cases} \quad (5)$$

由于含噪声图像的全变差显著大于无噪声的全变差,所以采用最小化全变差可以消除图像中的噪声信号. 因此,本文引入拉格朗日乘数法,以便于将约束条件(5)变换为无约束的极值表达式. 变换后得到的图像去噪的全变差为:

$$\min \int_{\Omega} \sqrt{|\nabla \mu|^2} dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (\mu - \mu_0)^2 dx dy. \quad (6)$$

式(6)中:第 1 项为 μ 的全变差范数,它的作用是减少震荡和平滑图像;第 2 项为逼近项,其决定原始图像 μ 和含噪图像 μ_0 的差异; λ 为拉格朗日乘子, $\lambda > 0$. λ 值越大, μ 越逼近 μ_0 , 即图像的细节被平滑得越弱,去噪效果越差; λ 值越小, μ 越远

离 μ_0 , 即图像的细节和噪声被平滑得越强, 去噪效果越好. 因此, 图像去噪的全变差模型^[15] 可等价为:

$$\mu_t = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \mu}{|\nabla \mu|} \right) + \lambda(\mu - \mu_0), \quad t > 0. \quad (7)$$

式(7) 中, $1/|\nabla \mu|$ 为扩散系数, 初始条件为 $\mu = \mu_0$. 采用梯度下降法迭代求解出方程的最优解, 最终获得去噪后的图像. 由式(7) 可知, 扩散只发生在与梯度正交的方向上, 因此全变差模型可有效去除医学影像图像中的噪声和保持图像的边缘特征, 但其在平滑区域会产生阶梯效应.

2 全变差曲波变换去噪的流程与实验仿真

2.1 全变差曲波变换去噪的流程

在医学影像图像中, 由于图像的基本信息主要由低频系数体现, 图像的边缘和细节信息主要由高频系数体现, 因此需采用不同算法来处理图像的高、低频信息. 因加权平均算法在处理图像低频成分方面具有平滑去噪及有效消除截断伪影的优点, 因此本文采用加权平均方法处理图像的伪影. 令两幅源医学影像图像分别为 X 和 Y , 最终的合成医学影像图像为 Z , 则图像平滑去噪及消除截断伪影的加权平均法可表示为:

$$C(Z, p) = kC(X, p) + (1 - k)C(Y, p), \quad (8)$$

其中 k 为加权系数(根据表 1 数据, 本文取 $k = 0.5$), $p = (x, y)$ 表示曲波系数的空间位置.

表 1 k 参数与 $C(Z, p)$ 的对应值					
k	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
$C(Z, p) / \%$	0.21	0.37	0.48	0.79	0.97
k	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
$C(Z, p) / \%$	0.89	0.81	0.78	0.67	0.63

由于利用绝对值取大算法处理图像高频成分时能充分提取曲波变换阈值去噪后的图像边缘和纹理信息, 因此本文采用绝对值取大方法处理图像的纹理细节. 绝对值取大算法为:

$$C(Z, p) = \begin{cases} C(X, p), & |C(X, p)| \gg |C(Y, p)|; \\ C(Y, p), & |C(X, p)| \ll |C(Y, p)|. \end{cases} \quad (9)$$

全变差曲波变换去噪算法的流程图如图 1 所示.

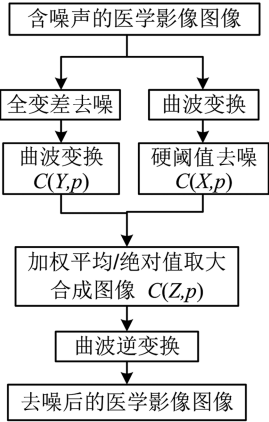


图 1 全变差曲波变换去噪算法的流程图

2.2 实验仿真结果与分析

为检验全变差曲波变换方法的有效性, 利用 Matlab 平台^[16] 将本文方法和单一的曲波、全变差方法对医学影像图像的去噪效果进行实验对比. 实验用图像来源于医学图像数据集(<https://www.kaggle.com/felipekitamura/head-ct-hemorrhage>), 图像大小为 512 像素 \times 512 像素, 如图 2 所示(图 2(a) 为原始图像, 图 2(b) 为加入标准差 $\sigma = 25$ 的高斯白噪声的图像). 图 3 中的(a)、(b)、(c)图像分别为对图 2(b) 进行曲波变换、全变差、全变差曲波变换的结果.

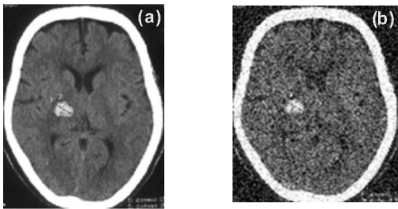


图 2 原始图像(a)和加噪($\sigma=25$)的医学影像图像(b)



图 3 曲波变换(a)、全变差(b)、全变差曲波变换(c)算法的去噪效果

由图 3 可以看出, 3 种算法虽然都能够有效去除噪声, 但存在差异. 其中: 曲波变换去噪算法(图 3(a))可有效滤除噪声和保持医学影像图像的边缘、纹理等细节信息, 但在图像边缘处产生了

明显的由硬阈值法造成的截断伪影,进而使得图像产生了一些原本不存在的印迹;全变差去噪算法(图 3(b))虽然保持边缘的效果较好,但其丢失了较多纹理等细节信息,使得纹理细节变得模糊,并出现明显的块状效应;全变差曲波变换去噪算法(图 3(c))在有效去除噪声的同时较好地保持了图像边缘及纹理等细节信息,即能有效克服曲波变换去噪算法产生的截断伪影现象以及全变差去噪算法出现的细节丢失和块状效应问题。由以上可以看出,本文提出的算法在保留图像的边缘、纹理、细节等信息方面以及在消除截断伪影方面显著优于曲波变换去噪算法和全变差去噪算法。

表 2 为曲波变换、全变差、全变差曲波变换算法去噪时的峰值信噪比。由表 2 可知,在不同标准差的噪声下,全变差曲波变换算法的峰值信噪比均高于曲波变换去噪算法和全变差去噪算法,由此进一步表明全变差曲波变换算法的去噪效果优于曲波变换去噪算法和全变差去噪算法。

表 2 曲波变换、全变差、全变差曲波变换算法去噪时的峰值信噪比

噪声标准差 (σ)	PSNR/dB			
	含噪 图像	曲波 去噪	全变差 去噪	全变差 曲波去噪
10	21.6500	32.2708	31.8705	32.9258
20	19.1756	31.1257	31.2569	31.8953
30	17.2147	27.8127	29.2137	30.7475

3 结语

研究表明,本文提出的全变差曲波变换算法具有较好的去噪声性能,能够很好地保持图像的边缘、纹理和细节等信息,同时可消除截断伪影;因此,本文提出的算法对医学影像图像的去噪具有很好的应用价值。在今后的研究中我们将对算法的鲁棒性做进一步研究。

参考文献:

[1] 陈军. 基于小波分析的医学影像图像除噪设计及仿真研究[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2020, 37(5): 78-81.

[2] 方斌, 陈家益. 去除脉冲噪声的小波阈值去噪算法[J/OL]. 激光与光电子学进展, 2021: 1-12[2021-08-03]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1690.TN.20210301.1033.046.html>.

[3] 张爱桃, 程思齐, 肖雨, 等. 基于小波自适应阈值的脑 CT 图像去噪研究[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 2021, 45(1): 19-25.

[4] CANDÈS E J, DONOHO D. Continuous curvelet transform: I. resolution of the wavefront set[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2005, 19(2): 162-197.

[5] CANDÈS E J, DONOHO D. Continuous curvelet transform: II. discretization and frames[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2005, 19(2): 198-222.

[6] MARJAN S A, DONG F Y, HAJIME N, et al. Dyadic curvelet transform (DClet) for image noise reduction[J]. Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2007, 11(6): 641-647.

[7] AMIR B, MARC T. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems[J]. IEEE Transactions on Image Proc, 2009, 18(11): 2419-2434.

[8] 胡辽林, 王斌, 薛瑞洋, 等. 基于可分离全变差模型的图像去噪[J]. 光子学报, 2014, 43(9): 215-219.

[9] 陆焱, 郭竞. 基于 Curvelet 变换的高频细节图像去噪算法[J]. 计算机仿真, 2020, 37(10): 393-397.

[10] 何明. 基于 L1 范数和自适应全变差的椒盐噪声图像去噪[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2021, 46(5): 115-120.

[11] 倪雪, 李庆武, 孟凡, 等. 基于 Curvelet 变换和全变差的图像去噪方法[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2390-2394.

[12] 梁晨. 基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法[J]. 延边大学学报(自然科学版), 2018, 44(1): 74-78.

[13] 吕俊瑞, 罗学刚, 岐世峰, 等. 保持局部结构的加权核范数最小化图像去噪[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(16): 65-72.

[14] 李志鹏. 基于多尺度几何分析的图像去噪研究[D]. 南昌: 南昌大学, 2014.

[15] 郭亚南. 乳腺钼靶 X 线病灶检测研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2019.

[16] 薛双青, 贺东东. 基于 2D-VMD 和双边滤波的医学超声图像去噪算法[J]. 西安科技大学学报, 2021, 41(3): 516-523.