

文章编号: 1004-4353(2021)04-0334-06

# 距离判别分析法在产品质量控制中的应用

欧阳娜<sup>1</sup>, 黄利文<sup>2</sup>

( 1. 黎明职业大学 新材料与鞋服工程学院;  
2. 泉州师范学院 数学与计算机科学学院: 福建 泉州 362000 )

**摘要:** 为提高多个观测变量的质量监控,在统计过程控制(SPC)方法的基础上提出了一种距离判别分析方法.该方法首先对 SPC 的过程监控图进行改进,并建立产品质量分类模型;然后对影响产品质量的因素进行分析,并通过仿真实验测试该方法的效果.仿真实验显示,该方法能较好地将产品质量分为 4 个等级,且分类正确率优于常见分类方法,因此此方法在产品质量控制中具有良好的应用价值.

**关键词:** 距离判别; 判别准则; 统计过程控制; 产品质量; 质量控制; 蒙特卡罗方法

**中图分类号:** O212.4

**文献标识码:** A

## Application of distance discriminant analysis method in product quality control

OU Yangna<sup>1</sup>, HUANG Liwen<sup>2</sup>

( 1. School of New Materials and Shoes & Clothing Engineering, Liming Vocational University;  
2. College of Mathematics and Computer Science, Quanzhou Normal University: Quanzhou 362000, China )

**Abstract:** A distance discriminant analysis method was proposed based on statistical process control (SPC) in order to improve the quality control of multiple observation variables. The method firstly improves the SPC process monitoring chart, then establishes the product quality classification model, analyzes the influencing factors of product quality, and tests the effect of this method through simulation experiments. The results of simulation experiments and comparison with the common classification methods show that the proposed method can divide the product quality into four grades, and the classification accuracy is better than the common classification methods. Therefore, the proposed method has good application value in product quality control.

**Keywords:** distance discriminant analysis method; discriminant rule; statistical process control; product quality; quality control; Monte Carlo method

## 0 引言

质量控制方法在提高企业的产品质量和竞争力方面具有重要的意义.目前,质量控制方法主要采用的是基于统计过程控制(statistical process control, SPC)的方法. SPC 方法虽然可有效提高

产品合格率,降低生产成本,但其仅适用于单个观测变量的过程监控,且其过程监控图缺乏统一的分析规则.为了克服 SPC 方法存在的上述问题,一些学者对 SPC 方法进行了改进或提出了新的一些质量控制方法. Hajej 等<sup>[1]</sup>在 SPC 方法的基

收稿日期: 2021-05-25

基金项目: 福建省先进高分子材料应用技术协同创新中心专项(GFZ202009);福建省中青年教师教育科研项目(JAT210884)

第一作者: 欧阳娜(1978—),女,硕士,副教授,研究方向为产品分析与检测、功能高分子材料.

通信作者: 黄利文(1979—),男,硕士,副教授,研究方向为数理统计、模式识别.

基础上完善了单个变量过程监控的方法,提出了一种集成生产、维护和质量控制的监控策略,并通过数值算例验证了所提策略的有效性. Pimenta 等<sup>[2]</sup>针对观测数据存在自相关的问题,将自回归模型、多元统计、自相关、多重共线性等方法引入到质量监控中,研究结果显示该方法可有效提高产品质量. Viharos 等<sup>[3]</sup>将强化学习引入到 SPC 方法中,结果显示该方法可有效提高产品质量. Ranaee 等<sup>[4]</sup>提出了一种混合的智能识别控制图模式(CCP),仿真结果显示该模式识别异常问题的正确率约为 99.37%. Bersimis 等<sup>[5]</sup>基于多元统计方法探讨了多个观测变量的过程监控问题,扩展了单变量过程监控的方法. 上述研究虽然改善了 SPC 方法的一些过程监控问题,但在产品质量等级划分方面还存在不足. 为能更好地解决多个观测指标的质量控制问题,本文提出了一种距离判别分析方法,并通过仿真实验验证了本文方法的有效性.

## 1 多个观测指标的质量控制理论基础

设某一产品的生产过程包含  $k$  ( $k > 0$ ) 道工序,  $k$  中有  $m$  个观测指标  $X_1, X_2, \dots, X_m$ , 其中  $X_i$  的均值记为  $\mu_i$ , 标准差记为  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

在 1 个观测指标的 SPC 的质量控制中,通常采用六西格玛原则来控制产品的质量. 一般是将观测数据位于区间  $(-\sigma, \sigma)$  的产品设定为质量最好,将位于区间  $(-2\sigma, 2\sigma) \setminus (-\sigma, \sigma)$  的产品设定为质量一般,将位于区间  $(-3\sigma, 3\sigma) \setminus (-2\sigma, 2\sigma)$  的产品设定为质量较差,不在上述 3 个区间的产品属于不合格产品. 由以上可知,不同质量产品的观测数据具有包含关系的特点. 在多个观测指标的质量控制中,由于产品在生产过程中具有多重不确定性因素,因此会使观测数据变得更加复杂.

基于上述分析,本文将产品的质量分为 4 类,并记为  $G_p$ ,  $p = 1, 2, 3, 4$ . 其样本数据记为  $G_p$ :  $x_{(1)}^{(p)}, x_{(2)}^{(p)}, \dots, x_{(n_p)}^{(p)}$ ,  $n_p$  为第  $p$  类别总体的样品数,样品  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$ .

在产品的质量类别中,  $G_1$  表示质量最好的合格产品类别,  $G_2$  表示质量一般的合格产品类别,  $G_3$  表示质量较差的合格产品类别,  $G_4$  表示质量不

合格的产品类别. 不同产品类别的数据关系见图 1.

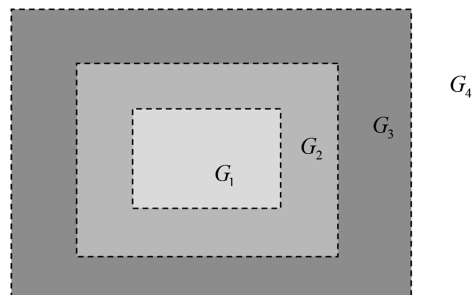


图 1 不同产品类别的数据关系

由图 1 可知,多观测变量的质量监控数据具有一环包围一环的特点. 目前,判断多个观测指标的质量控制数据一般采用判别分析方法、支持向量机(support vector machine, SVM)、集成分类(ensemble classifiers, EC)方法和  $K$  最近邻分类( $K$ -nearest neighbor, KNN)方法. 由于传统的判别分析方法针对一环包围一环的数据集时易出现误判的情形,因此一些学者对该方法进行了改进. 例如:文献[6]在传统的判别分析方法的基础上探讨了混合球状数据的判别问题,但由于多个观测指标的质量控制数据不一定是球状数据,因此该方法在应用上具有一定的局限性. Huang 等<sup>[7-8]</sup>对文献[6]提出的方法进行了改进,这些方法虽可提高非球状数据集的判别正确率,但不易分析样品的误判原因. SVM 是一种应用较广的分类方法,具有较高的分类正确率<sup>[9-11]</sup>,但该方法用于多个观测指标的产品质量等级分类问题并不稳定. EC<sup>[12-14]</sup>和 KNN<sup>[15-16]</sup>方法具有较好的稳定性和分类效果,但难以分析对产品的误判原因. 为了更好地区分产品质量所属的类别和分析影响产品质量的因素,本文在 SPC 的基础上提出一种改进的距离判别分析方法. 首先引入如下定义:

**定义 1** 设  $x \in G_p$ ,  $u_i^{(p)}$ ,  $\sigma_i^{(p)}$  分别为  $G_p$  类别第  $i$  个观测变量的均值和标准差,称  $d(x, G_p) =$

$\max_{1 \leq i \leq m} \left\{ \left| \frac{x_i - \mu_i^{(p)}}{\sigma_i^{(p)}} \right| \right\}$  为样品  $x$  到总体  $G_p$  的距离.

该距离具有如下的性质:

性质 1  $d(x, G_p)$  是无量纲的.

性质 2 若  $x \in G_p$ , 有  $0 \leq d(x, G_p) \leq 1$ .

性质 3 对任一样品  $x$ , 有:

$$\begin{cases} d(x, G_p) \leq 1, x \text{ 在 } G_p \text{ 的内部;} \\ d(x, G_p) > 1, x \text{ 在 } G_p \text{ 的外部.} \end{cases}$$

**证明** 1) 性质 1 和性质 2 的证明.  $\forall x \in G_p$ ,

由定义 1 可知有  $d(x, G_p) = \max_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{x_i - \mu_i^{(p)}}{\sigma_i^{(p)}} \right\}$ . 又

因为  $0 \leq \left| \frac{x_i - \mu_i^{(p)}}{\sigma_i^{(p)}} \right| \leq 1, 1 \leq i \leq m$ , 所以知

$d(x, G_p)$  是无量纲的, 且  $0 \leq d(x, G_p) \leq 1$ .

2) 性质 3 的证明. 对任一样品  $x$ , 若  $x \in G_p$ , 则由性质 2 可知,  $d(x, G_p) \leq 1$ . 若  $x \notin G_p$ , 则  $x$  与  $G_p$  的关系如图 2 所示. 由图 2 可知: 若  $x$  在  $G_p$  的内部, 则  $0 \leq \left| \frac{x_i - \mu_i^{(p)}}{\sigma_i^{(p)}} \right| \leq 1, 1 \leq i \leq m$ , 进而有  $d(x, G_p) \leq 1$ ; 若  $x$  在  $G_p$  的外部, 则至少存在一个  $i (1 \leq i \leq m)$ , 使得  $\left| \frac{x_i - \mu_i^{(p)}}{\sigma_i^{(p)}} \right| > 1$ , 进而有  $d(x, G_p) > 1$ .

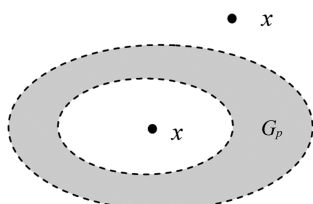


图 2  $x$  与  $G_p$  的关系

由于有时难以获得不合格成品的数据, 因此无法直接判断成品是否属于不合格产品. 解决这个问题的思路有两种: 一是采用蒙特卡罗方法模拟不合格产品的数据, 然后通过这些数据判别产品是否合格; 二是通过  $G_1, G_2, G_3$  的质量等级间接判别产品是否合格. 为了方便起见, 文中采用第 2 种思路对产品进行质量控制和等级分类.

$$\text{记 } D(x, G_k) = \begin{cases} 1, & d(x, G_k) < 1; \\ 0, & \text{其它;} \end{cases} \quad N(x) =$$

$\sum_{k=1}^3 D(x, G_k)$ . 由性质 2、性质 3 和图 1 可知以下几个结论成立: ① 当  $x \in G_1$  时,  $N(x) = 3$ ; ② 当  $x \in G_2$  时,  $N(x) = 2$ ; ③ 当  $x \in G_3$  时,  $N(x) = 1$ ; ④ 当  $x \in G_4$  时,  $N(x) = 0$ . 根据上述可建立如下的产品质量控制和等级分类方法:  $\forall x$ , 计算

$N(x) = \sum_{k=1}^3 D(x, G_k)$ . 若  $N(x) = 0$ , 则判断  $x \in G_4$ , 即  $x$  为异常点; 若  $N(x) = 1$ , 则判断  $x \in G_3$ ,

即  $x$  为合格产品中质量较差的样品; 若  $N(x) = 2$ , 则判断  $x \in G_2$ , 即  $x$  为合格产品中质量一般的样品; 若  $N(x) = 3$ , 则判断  $x \in G_1$ , 即  $x$  为合格产品中质量最好的样品.

## 2 距离判别分析法在产品质量控制中的应用

### 2.1 产品质量控制流程

在 SPC 方法的基础上建立的产品质量控制体系的产品质量控制流程如图 3 所示.

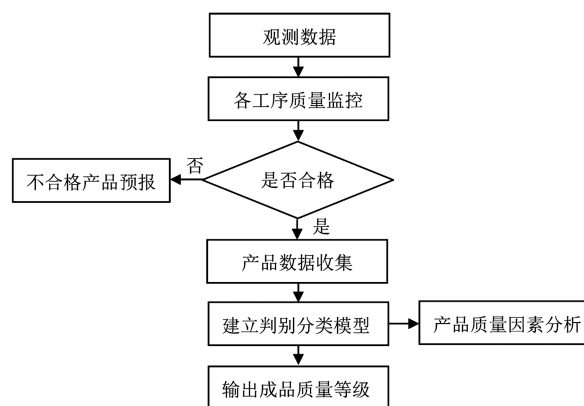


图 3 产品质量控制流程

### 2.2 产品质量控制过程监控

在 SPC 方法的产品质量控制过程中, 常用控制图中的点的分布和趋势来评估生产过程的情况; 但由于对制图缺乏统一的分析规则, 因此不同人对图的分析结果存在较大差异<sup>[17]</sup>. 为了克服这一问题, 本文利用上述  $N(x)$  建立一种新的产品质量过程监控图, 见图 4. 由图可知, 当  $N(x) = 1$  时, 产品的质量为最好; 当  $N(x) = 2$  时, 产品的质量为一般;  $N(x) = 3$  时, 产品的质量为较差; 当  $N(x) = 0$  时, 产品的质量为不合格.

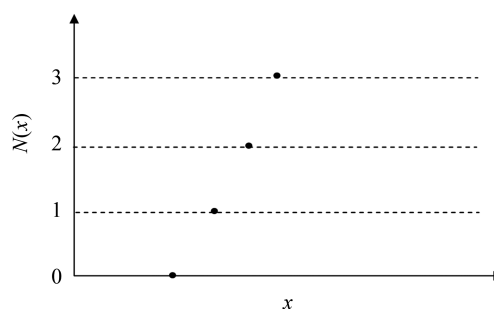


图 4 产品质量控制过程监控图

由 2.1 中的产品质量等级判别分类模型可以得到产品质量等级的相关数据. 根据这些数据得到的各产品的质量等级如图 5 所示. 由图 5 可知, 利用该图即可了解产品生产的质量情况.

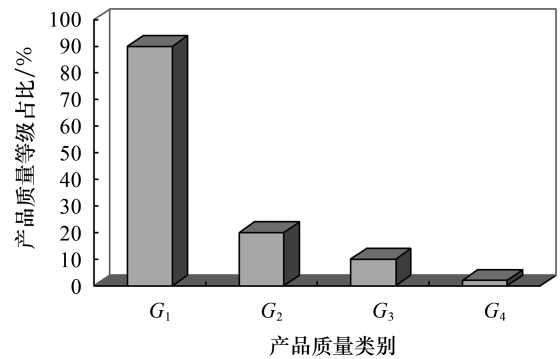


图 5 不同产品的质量等级占比

2.3 影响产品质量的因素分析

为了解观测指标  $X_j$  所确定的  $G_i$  样品数量, 本文引入变量  $N_{ij}$ , 其表达式为:

$$N_{ij}(x) = \begin{cases} 1, & d(x, G_i) = \left| \frac{x_j - \mu_i^{(p)}}{\sigma_j} \right|; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中  $1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq m$ . 于是有

$$n_i = \sum_{x \in G_i} \sum_{j=1}^m N_{ij}(x). \tag{1}$$

记第  $j$  个观测指标属于第  $i$  个质量等级的比例为  $R_{ij}$ , 其计算公式为:

$$R_{ij} = \sum_{x \in G_i} \frac{N_{ij}(x)}{n} \times 100\%, \tag{2}$$

其中  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ . 根据式(1) 和式(2) 计算得到的产品质量的观测指标见表 1.

表 1 产品质量观测指标分析表 %					
质量等级	观测指标				质量等级占比
	$X_1$	$X_2$	...	$X_m$	
$G_1$	$R_{11}$	$R_{12}$	...	$R_{1m}$	$n_1 \times 100/n$
$G_2$	$R_{21}$	$R_{22}$	...	$R_{2m}$	$n_2 \times 100/n$
$G_3$	$R_{31}$	$R_{32}$	...	$R_{3m}$	$n_3 \times 100/n$
$G_4$	$R_{41}$	$R_{42}$	...	$R_{4m}$	$n_4 \times 100/n$

在表 1 中, 当  $j$  固定时, 一般有  $R_{1j} > R_{2j} > R_{3j} > R_{4j}, 1 \leq j \leq m$ . 若  $R_{1j}, R_{2j}, R_{3j}, R_{4j}$  不是依次递减时, 则需分析该现象的出现原因, 如机器故障、人为因素、原材料问题等. 此外, 若产品合格率不符合实际要求时, 可通过对  $R_{ij}$  值进行分析

来发现引起产品质量下降的因素, 从而及时采取相应维护措施.

3 仿真实验

通过模拟产品的生产过程对本文提出方法的有效性进行仿真实验. 设某一产品生产有 3 道工序: 第 1 道工序有 2 个观测指标, 记为  $X_1$  和  $X_2$ ; 第 2 道工序有 1 个观测指标, 记为  $X_3$ ; 第 3 道工序有 2 个观测指标, 记为  $X_4$  和  $X_5$ . 5 个观测指标的均值和标准差如表 2 所示. 产品质量控制的仿真实验设置为 3 种, 每种方案的  $G_1, G_2, G_3, G_4$  的产品数量各不相同(见表 3). 产品数据(10 000 个)采用蒙特卡罗方法模拟.

表 2 产品观测指标的均值和标准差

观测指标	均值	标准差
$X_1$	0.50	0.05
$X_2$	1.20	0.03
$X_3$	0.20	0.06
$X_4$	0.82	0.02
$X_5$	1.50	0.08

表 3 各实验方案不同质量等级的产品数量

实验方案	不同质量等级的产品数量			
	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
方案 1	9 200	550	200	50
方案 2	3 343	4 311	1 960	386
方案 3	1 443	6 436	1 984	137

采用本文的方法对表 3 的 3 种方案进行质量监控和等级分类, 并与 Fisher 判别分析法(FLDA)、贝叶斯判别法(BSDA)、马氏距离判别法(MDA)、KNN 方法、EC 方法和 Monte Carlo 方法进行比较, 结果见表 4—表 5. 由表 4 可以看出, 本文方法和 KNN 方法的分类正确率达到 100%, 显著优于 FLDA、BSDA、MDA、EC 方法的分类正确率. 其原因是多观测变量的产品质量观测数据是一环包围一环的, 且数据不平衡, 因此导致传统的判别分析方法和 EC 方法的效果不佳. 另外, 当产品的合格率较低时, EC 和 KNN 分类法无法从观测数据中分析影响产品质量的因素. 由表 5 可以看出, Monte Carlo 方法对不同模拟数据的分类正确率均达到 96% 以上, 表明该方法具有良好

的稳定性;但该方法分类的正确率与总体  $G_4$  的模拟数据密切相关,当  $G_4$  的样本数据按各个观测变量标准差的 7 倍(或 7 倍以上)进行模拟时,其分类正确率才可达到 100%. 由以上可知,本文的方法在质量监控中具有较好的效果.

表 4 不同判别方法的正确率 %

实验方案	正确率					本文方法
	FLDA	BSDA	MDA	EC	KNN	
方案 1	47.99	29.86	2.53	94.00	100.00	100.00
方案 2	24.52	33.75	35.33	58.21	100.00	100.00
方案 3	12.67	21.79	1.37	64.48	100.00	100.00

表 5 Monte Carlo 方法运行 100 次的平均测定结果 %

实验方案	不同倍数的观测变量标准差所对应的正确率			
	4	5	6	7
方案 1	99.05	99.94	100.00	100.00
方案 2	96.70	99.42	99.91	100.00
方案 3	99.58	99.97	100.00	100.00

依据 2.3 中的分析得到的 3 种方案的产品质量分析表见表 6—表 8. 从 SPC 的监控方法来看, 3 种方案的产品合格率均较高(方案 1 的产品合格率为 99.50%, 方案 2 的产品合格率为 96.14%, 方案 3 的产品合格率为 98.63%), 但采用 SPC 方法无法了解产品的质量等级情况;而本文的方法不仅能了解产品的合格率和产品的质量等级情况, 还能够通过产品的质量分析表分析产品的生产过程是否出现异常. 例如: 由表 6 可以看出, 方案 1 中  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$  和  $G_4$  的占比分别为 92.00%、5.50%、2.00%、0.50%, 其中质量最优的合格产品占比最大, 其余的质量等级占比很小且依次递减, 这表明方案 1 的产品生产状态较好. 由表 7 可以看出, 方案 2 中  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$  和  $G_4$  的占比分别为 33.43%、43.11%、19.60%、3.86%, 其中一般的合格产品占比最大;另外, 还可以看出表中的第 2 个观测变量出现异常, 因此需对第 2 个观测指标所对应的机器进行检查和维修等, 以提高产品质量. 由表 8 可以看出, 方案 3 中  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$  和  $G_4$  的占比分别为 14.43%、64.36%、19.84%、1.37%, 其中一般的合格产品占比最大;但由于各个观测变量所确定的质量等级无明显差异, 因此需要对整个生产流程进行检查和改进以提高产品质量.

表 6 方案 1 的产品质量分析表 %

质量等级	观测指标					质量等级占比
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	
$G_1$	18.93	17.99	18.58	18.66	17.84	92.00
$G_2$	0.92	1.18	1.02	1.20	1.18	5.50
$G_3$	0.33	0.29	0.44	0.56	0.38	2.00
$G_4$	0.14	0.11	0.12	0.08	0.05	0.50

表 7 方案 2 的产品质量分析表 %

质量等级	观测指标					质量等级占比
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	
$G_1$	7.10	5.29	6.85	7.09	7.10	33.43
$G_2$	5.80	20.05	5.48	5.81	5.97	43.11
$G_3$	1.50	14.34	1.25	1.10	1.41	19.60
$G_4$	0.19	3.22	0.13	0.20	0.12	3.86

表 8 方案 3 的产品质量分析表 %

质量等级	观测指标					质量等级占比
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	
$G_1$	3.09	2.98	2.75	2.75	2.86	14.43
$G_2$	13.08	12.84	12.95	12.40	13.09	64.36
$G_3$	3.87	4.01	4.26	3.92	3.78	19.84
$G_4$	0.32	0.19	0.35	0.24	0.27	1.37

4 结论

仿真实验结果表明, 本文提出的质量监控方法的过程监控图不仅具有简单、直观的优点, 而且还具有统一的分析规则, 可消除 SPC 方法过程监控图中的“标准分析问题”;同时, 该方法能够对 SPC 方法中产品质量等级进行分类, 且分类准确率达到 100%. 另外, 通过产品质量分析表还能够较好地了解成品的质量等级情形和各个观测指标是否出现异常, 进而对产品的生产过程起到质量监控作用. 本文在研究中仅涉及到了产品生产过程中的质量控制方面, 而对机器寿命、客户对产品的需求变化等方面没有进行探讨, 因此今后我们将进一步探讨解决多个观测指标的质量控制问题, 以提高本文方法的适用性.

参考文献:

[1] HAJEJ Z, NYOUNGUE A C, ABUBAKAR A S, et al. An integrated model of production, maintenance, and quality control with statistical process control chart of a supply chain[J]. Appl Sci, 2021, 11(9):4192.

[2] PIMENTA C D, SILVA M B, MARINS F, et al.



- Application of statistical monitoring using auto-correlated data and with the influence of multicollinearity in a steel process[J]. International Journal of Statistics and Probability, 2021,10(4):96-118.
- [3] VIHAROS Z J, JAKAB R. Reinforcement learning for statistical process control in manufacturing[J]. Measurement, 2021,182:109616.
- [4] RANAEE V, EBRAHIMZADEH A. Control chart pattern recognition using a novel hybrid intelligent method[J]. Applied Soft Computing, 2011,11(2):2676-2686.
- [5] BERSIMIS S, PSARAKIS S, PANARETOS J. Multivariate statistical process control charts: an overview[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2007,23(5):517-543.
- [6] 黄利文.改进的距离判别分析法[J].江南大学学报(自然科学版),2011,10(6):745-748.
- [7] HUANG L W, SU L T. Hierarchical discriminant analysis and its application[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2013,42(11):1951-1957.
- [8] HUANG L W. Modified hybrid discriminant analysis methods and their applications in machine learning[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2020,2020:1-5.
- [9] FOODY G M, MATHUR A. Toward intelligent training of supervised image classifications: directing training data acquisition for SVM classification[J]. Remote Sensing of Environment, 2004,93(1/2):107-117.
- [10] KEERTHI S S, SHEVADE S K, BHATTACHARYYA C, et al. Improvements to Platt's SMO algorithm for SVM classifier design[J]. Neural Computation, 2014,13(3):637-649.
- [11] LIU Y, PI D, CHENG Q. Ensemble kernel method: SVM classification based on game theory[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016,27(1):251-259.
- [12] LAM K F, MOY J W. Combining discriminant methods in solving classification problems in two-group discriminant analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2002,138(2):294-301.
- [13] HALBE Z, ALADJEM M. Model-based mixture discriminant analysis: an experimental study[J]. Pattern Recognition, 2005,38(3):437-440.
- [14] NAZIF C, EROL H. A new per-field classification method using mixture discriminant analysis[J]. Journal of Applied Statistics, 2012,39(10):2129-2140.
- [15] 姜红,马泉,杜岩.基于判别分析与K近邻算法对塑料吸管的红外光谱分析[J].塑料工业,2020,48(5):122-126.
- [16] TAN S. Neighbor-weighted K-nearest neighbor for unbalanced text corpus[J]. Expert Systems with Applications, 2005,28(4):667-671.
- [17] 何晓群,罗平.如何提升SPC的可操作性[J].中国统计,2021(3):57-58.

(上接第308页)

- [12] LI J, ZHU S Y, AGARWAL G S. Squeezed states of magnons and phonons in cavity magnomechanics[J]. Physical Reviews A, 2019,99:0261801.
- [13] HOLSTEIN T, PRIMAKOFF H. Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet[J]. Physical Review Journals Archive, 1940,58:1098.
- [14] GARDINER C W. Inhibition of atomic phase decays by squeezed light: a direct effect of squeezing[J]. Physical Review Letters, 1986,56:1917.
- [15] PARKS P C, HAHN V. Stability Theory[M]. New York: Prentice Hall, 1993.
- [16] DEJESUS E X, KAUFMAN C. Routh-hurwitz criterion in the examination of eigenvalues of a system of nonlinear ordinary differential equations[J]. Physical Reviews A, 1987,35(12):5288-5290.
- [17] ZHANG X F, ZOU C L, TANG H X, et al. Cavity magnomechanics[J]. Science Advances, 2016,2:e1501286.
- [18] YANG Z B, JIN H, JIN J W, et al. Bistability of squeezing and entanglement in cavity magnonics[J]. Physical Review Research, 2021,3:023126.