

文章编号: 1004-4353(2021)04-0303-07

耦合腔磁系统中磁子的压缩

王根艳, 李世龔, 朱爱东
(延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002)

摘要: 提出了一个在耦合腔-磁系统中制备磁子压缩态的方案. 该系统由两个内部分别嵌入钇铁石榴石球的微波腔通过超导传输线相互耦合组成, 磁子与微波腔之间存在磁偶极相互作用. 利用弱压缩真空场驱动其中一个微波腔能够产生磁子压缩态. 数值计算结果表明, 相比于克尔非线性机制的方案, 该方案产生的磁子压缩度更高. 该方案可为研究多个磁子的压缩提供参考.

关键词: 腔磁系统; 磁子压缩态; 压缩真空场; 压缩度

中图分类号: O413.2

文献标识码: A

Squeezing of magnons in a coupled cavity-magnonic system

WANG Genyan, LI Shiyan, ZHU Aidong
(College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: We propose a scheme to prepare magnon squeezed states in a coupled cavity magnonic system. The system consists of two microwave cavities embedded with two macroscopic yttrium iron garnet spheres, respectively, coupled with each other through a superconducting transmission line. The magnon interacts with the cavity via the magnetic dipole interaction. By using a weak squeezed vacuum field to drive one of the cavities, the magnon squeezed state can be produced. The numerical results show that compared with scheme with Kerr nonlinearity, the current scheme has a higher squeezing degree. This scheme can provide references for the study of squeezing for multiple magnons.

Keywords: cavity-magnonic system; squeezing of magnons; squeezed vacuum field; squeezed degree

0 引言

近年来随着对腔光力学研究的深入^[1-5], 一些学者将相关研究扩展到了腔磁力学^[6]. 腔磁系统是一种利用铁磁晶体中的集体自旋激发作为量子比特的混合量子系统^[7]. 钇铁石榴石具有极高的自旋密度和较高的居里温度(约 559 K), 可以在室温下保持良好的铁磁性质, 而且在外加磁场的作用下钇铁石榴石的自旋会被集体激发而形成磁振子模式. 研究显示, 磁子模(Kittel 模)具有相干时间长和低阻尼率以及易使腔磁系统达到强耦合机制或超强耦合机制的优点^[8-11]. 由于钇铁石榴石球的尺寸较大, 因此它在研究磁子-光子系统的宏观量子态方面具有天然的优势^[12]. 压缩态在连续变量信息处理中的作用大, 它不仅可以提高测量灵敏度, 而且也可以用于退相干理论的研究^[1]. 目前, 已有学者利用钇铁石榴石球中的克尔非线性制备了单个磁子压缩态, 但该方法需要很强的驱动场来增强克尔非线性, 实验难度较大.

收稿日期: 2021-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(11564041)

第一作者: 王根艳(1996—), 女, 在读硕士, 研究方向为量子光学.

通信作者: 朱爱东(1968—), 女, 博士, 教授, 研究方向为量子信息学和量子光学.

因此,本文提出了一种利用弱压缩真空场驱动微波腔产生磁子压缩态的方法.该方法不仅可以在耦合腔磁系统中实现磁子压缩,而且可以避免由克尔非线性较弱而需要使用强驱动的问题.

1 系统模型与哈密顿量

图 1 为两个相互耦合的腔磁系统示意图,其中两个钇铁石榴石球被分别放置在腔模的最大磁场处,且两个钇铁石榴石球同时处于外加的均匀偏置磁场 H 中.图中,腔模的磁场沿 x 方向,偏置磁场沿 z 方向,两个钇铁石榴石球均由 y 方向的微波场驱动(图 1 中未画出).在均匀的偏置磁场激发下,两个钇铁石榴石球中的自旋被集体激发,尽而使得由此产生的磁子模与腔模之间存在磁偶极耦合.图中 J 是两个微波腔的耦合强度, κ_j 和 κ_{m_j} 分别是腔模 j 和磁子模 j 的耗散率($j=1,2$).

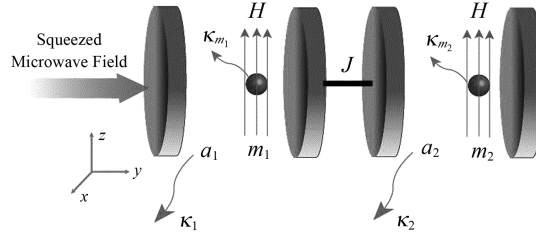


图 1 耦合腔磁系统的结构示意图

由于钇铁石榴石球的尺寸远远小于微波波长,因此微波场对钇铁石榴石球的辐射压力可以忽略不计.为了方便计算,设 $\hbar=1$, 则腔磁系统总的哈密顿量为:

$$H = \sum_{j=1,2} \omega_{a_j} a_j^\dagger a_j + \sum_{j=1,2} \omega_{m_j} m_j^\dagger m_j + \sum_{j=1,2} g_{m_j a_j} (a_j^\dagger m_j + a_j m_j^\dagger) + J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger) + i \sum_{j=1,2} \Omega_j (m_j^\dagger e^{-i\omega_0 t} - m_j e^{i\omega_0 t}). \quad (1)$$

其中: a_j 和 m_j 分别是第 j 个腔模和磁子模的湮灭算符,且满足玻色对易关系 $[O, O^\dagger]=1$ ($O=a_j, m_j$); ω_{a_j} 和 ω_{m_j} 分别是腔模 j 和磁子模 j 的共振频率;磁子模的频率由外加偏置磁场 H 和旋磁比 γ 决定,即 $\omega_{m_j} = \gamma H$; $g_{m_j a_j}$ 是腔模 j 和磁子模 j 之间的耦合速率; Ω_j 为微波场驱动磁子模 j (频率为 ω_0 、振幅为 B_0) 的拉比频率, $\Omega_j = \frac{\sqrt{5}}{4} \gamma \sqrt{N} B_0$ (N 为钇铁石榴石球中总的自旋数, $N = \rho V$, ρ 和 V 分别表示钇铁石榴石球的自旋密度和体积). 本文设 Ω_j 为零,由于有效的克尔非线性非常弱,因此可以忽略不计.利用霍尔斯坦-普里马科夫变换可将自旋的集体运动表示成玻色子算符 m_j 和 m_j^\dagger ,且算符 m_j 和 m_j^\dagger 满足低激发条件 $\langle m_j^\dagger m_j \rangle \ll 2Ns$ (在钇铁石榴石球中 $s=5/2$ 是基态离子 Fe^{3+} 的自旋数)^[13]. 在驱动频率 ω_0 的旋转框架下,系统总的哈密顿量可以改写为:

$$H = \sum_{j=1,2} \Delta_j a_j^\dagger a_j + \sum_{j=1,2} \Delta_{m_j} m_j^\dagger m_j + i \sum_{j=1,2} \Omega_j (m_j^\dagger - m_j) + \sum_{j=1,2} g_{m_j a_j} (a_j^\dagger m_j + a_j m_j^\dagger) + J(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger), \quad (2)$$

其中 $\Delta_j = \omega_{a_j} - \omega_0$ 和 $\Delta_{m_j} = \omega_{m_j} - \omega_0$ 分别是腔模 j 和磁子模 j 的频率失谐.

由于系统动力学特性不可避免地会受到输入噪声和耗散的影响,因此系统的动力学演化可以用量子朗之万方程描述:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= -i\Delta_1 a_1 - ig_{m_1 a_1} m_1 - iJ a_2 - \kappa_1 a_1 + \sqrt{2\kappa_1} a_1^{\text{in}}, \\ \dot{a}_2 &= -i\Delta_2 a_2 - ig_{m_2 a_2} m_2 - iJ a_1 - \kappa_2 a_2 + \sqrt{2\kappa_2} a_2^{\text{in}}, \\ \dot{m}_1 &= -i\Delta_{m_1} m_1 - ig_{m_1 a_1} a_1 + \Omega_1 - \kappa_{m_1} m_1 + \sqrt{2\kappa_{m_1}} m_1^{\text{in}}, \\ \dot{m}_2 &= -i\Delta_{m_2} m_2 - ig_{m_2 a_2} a_2 + \Omega_2 - \kappa_{m_2} m_2 + \sqrt{2\kappa_{m_2}} m_2^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 a_j^{in} 和 m_j^{in} 分别是腔模 j 和磁子模 j 的输入噪声算符,其平均值为零.腔模 1 的输入噪声算符满足如下关联关系^[14]:

$$\begin{aligned}\langle a_1^{\text{in}}(t)a_1^{\text{in}\dagger}(t') \rangle &= (N_1 + 1)\delta(t - t'), \quad \langle a_1^{\text{in}\dagger}(t)a_1^{\text{in}}(t') \rangle = N_1\delta(t - t'), \\ \langle a_1^{\text{in}}(t)a_1^{\text{in}}(t') \rangle &= M\delta(t - t'), \quad \langle a_1^{\text{in}\dagger}(t)a_1^{\text{in}\dagger}(t') \rangle = M^*\delta(t - t').\end{aligned}\quad (4)$$

其中:参数 $N_1 = \sinh^2 r + N_a(\sinh^2 r + \cosh^2 r)$, $M = e^{i\theta} \sinh^2 r \cosh r (1 + 2N_1)$, r 和 θ 分别是输入弱压缩真空场的压缩参数和相位,为了使磁子 2 能够产生大的压缩,本文采用 $\theta = 0$ 为弱压缩真空场的最佳相位. N_a 是腔模 1 的平均热光子数, $N_a = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_{a_1}}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$, k_B 是玻尔兹曼常数, T 是温度.腔模

2、磁子模 j 的输入噪声算符分别满足如下关联关系:

$$\begin{aligned}\langle a_2^{\text{in}}(t)a_2^{\text{in}\dagger}(t') \rangle &= (N_2 + 1)\delta(t - t'), \quad \langle a_2^{\text{in}\dagger}(t)a_2^{\text{in}}(t') \rangle = N_2\delta(t - t'), \\ \langle m_j^{\text{in}}(t)m_j^{\text{in}\dagger}(t') \rangle &= (N_{m_j} + 1)\delta(t - t'), \quad \langle m_j^{\text{in}\dagger}(t)m_j^{\text{in}}(t') \rangle = N_{m_j}\delta(t - t').\end{aligned}\quad (5)$$

其中: N_2 是腔模 2 的平均热光子数, $N_2 = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_{a_2}}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$; N_{m_j} 是磁子模 j 热平衡时的平均热磁子

数, $N_{m_j} = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_{m_j}}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$.

2 制备磁子压缩态

为了产生磁子压缩态,需要研究系统的量子涨落动力学.由于外部驱动场会导致腔模和磁子模的振幅增强,因此可将标准线性化技术应用于式(3)中的量子朗之万方程.因此,本文将腔模和磁子模写成经典平均值和量子涨落算符的和,即 $O = \langle O \rangle + \delta O$ ($O = a_j, m_j$).在此基础上忽略二阶小量后,量子涨落满足的朗之万方程为:

$$\begin{aligned}\dot{\delta a}_1 &= -(i\Delta_1 + \kappa_1)\delta a_1 - ig_{m_1 a_1}\delta m_1 - iJ\delta a_2 + \sqrt{2\kappa_1}a_1^{\text{in}}, \\ \dot{\delta a}_2 &= -(i\Delta_2 + \kappa_2)\delta a_2 - ig_{m_2 a_2}\delta m_2 - iJ\delta a_1 + \sqrt{2\kappa_2}a_2^{\text{in}}, \\ \dot{\delta m}_1 &= -(i\Delta_{m_1} + \kappa_{m_1})\delta m_1 - ig_{m_1 a_1}\delta a_1 + \sqrt{2\kappa_{m_1}}m_1^{\text{in}}, \\ \dot{\delta m}_2 &= -(i\Delta_{m_2} + \kappa_{m_2})\delta m_2 - ig_{m_2 a_2}\delta a_2 + \sqrt{2\kappa_{m_2}}m_2^{\text{in}}.\end{aligned}\quad (6)$$

实现磁子压缩态的过程为:首先利用弱压缩真空场驱动共振腔模 1,以此对磁子模 1 进行压缩;然后通过超导传输线的耦合作用将压缩转移到腔模 2 上;最后通过磁偶极子作用将压缩转移到磁子模 2 上,以此实现磁子模 2 的压缩.为方便起见,本文引入腔模和磁子模的振幅正交分量算符及其相应的输入噪声算符:

$$\delta X_j = (\delta a_j + \delta a_j^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta Y_j = i(\delta a_j^\dagger - \delta a_j) / \sqrt{2}, \quad (7)$$

$$\delta x_j = (\delta m_j + \delta m_j^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta y_j = i(\delta m_j^\dagger - \delta m_j) / \sqrt{2},$$

$$X_j^{\text{in}} = (a_j^{\text{in}} + a_j^{\text{in}\dagger}) / \sqrt{2}, \quad Y_j^{\text{in}} = i(a_j^{\text{in}\dagger} - a_j^{\text{in}}) / \sqrt{2}, \quad (8)$$

$$x_j^{\text{in}} = (m_j^{\text{in}} + m_j^{\text{in}\dagger}) / \sqrt{2}, \quad y_j^{\text{in}} = i(m_j^{\text{in}\dagger} - m_j^{\text{in}}) / \sqrt{2}.$$

利用式(7)和式(8)可将方程(6)简化为:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (9)$$

其中 $\mathbf{u}(t)$ 是涨落算符的列矩阵, $\mathbf{n}(t)$ 是输入噪声算符的列矢量, $\mathbf{A}(t)$ 是漂移矩阵,并且

$$\mathbf{u}(t) = [\delta X_1(t), \delta Y_1(t), \delta X_2(t), \delta Y_2(t), \delta x_1(t), \delta y_1(t), \delta x_2(t), \delta y_2(t)]^T,$$

$$\mathbf{n}(t) = [\sqrt{2\kappa_1}\delta X_1^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_1}\delta Y_1^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_2}\delta X_2^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_2}\delta Y_2^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_{m_1}}\delta x_1^{\text{in}}(t),$$

$$\sqrt{2\kappa_{m_1}}\delta y_1^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_{m_2}}\delta x_2^{\text{in}}(t), \sqrt{2\kappa_{m_2}}\delta y_2^{\text{in}}(t)]^T,$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} -\kappa_1 & \Delta_1 & 0 & J & 0 & g_{m_1 a_1} & 0 & 0 \\ -\Delta_1 & -\kappa_1 & -J & 0 & -g_{m_1 a_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & -\kappa_2 & \Delta_2 & 0 & 0 & 0 & g_{m_2 a_2} \\ -J & 0 & -\Delta_2 & -\kappa_2 & 0 & 0 & -g_{m_2 a_2} & 0 \\ 0 & g_{m_1 a_1} & 0 & 0 & -\kappa_{m_1} & \Delta_{m_1} & 0 & 0 \\ -g_{m_1 a_1} & 0 & 0 & 0 & -\Delta_{m_1} & -\kappa_{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{m_2 a_2} & 0 & 0 & -\kappa_{m_2} & \Delta_{m_2} \\ 0 & 0 & -g_{m_2 a_2} & 0 & 0 & 0 & -\Delta_{m_2} & -\kappa_{m_2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

由于本文使用的是非线性化的量子朗之万方程,因此系统在时间演化过程中其输入态的高斯性质保持不变,且系统的量子涨落为四模高斯态;因此,可用 8×8 协方差矩阵的矩阵元定义量子涨落的时间演化,即 $\mathbf{V}_{k,l}(t) = \langle U_k(t)U_l(t) + U_l(t)U_k(t) \rangle / 2$ ($k, l = 1, 2, \dots, 8$). 当系统处于稳态时,矩阵 $\mathbf{V}(t)$ 满足李雅普诺夫方程^[15]:

$$\mathbf{A}(t)\mathbf{V}(t) + \mathbf{V}(t)\mathbf{A}^T(t) = -\mathbf{D}, \quad (11)$$

其中与噪声相关的扩散矩阵 \mathbf{D} 是由 $\langle n_k(t)n_l(t') + n_l(t')n_k(t) \rangle = 2\mathbf{D}_{kl}\delta(t-t')$ 定义的, $\mathbf{D} = \mathbf{D}_1 \oplus \mathbf{D}_2$,

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} \kappa_1(2N_1 + 1 + M + M^*) & i\kappa_1(M - M^*) & 0 & 0 \\ i\kappa_1(M - M^*) & \kappa_1(2N_1 + 1 - M - M^*) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_2(2N_2 + 1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_2(2N_2 + 1) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{D}_2 = \text{diag}[\kappa_{m_1}(2N_{m_1} + 1), \kappa_{m_1}(2N_{m_1} + 1), \kappa_{m_2}(2N_{m_2} + 1), \kappa_{m_2}(2N_{m_2} + 1)]. \quad (13)$$

由劳斯-霍尔维茨判据^[16]可知,如果漂移矩阵 $\mathbf{A}(t)$ 的所有特征值都有负实部,则系统将达到稳态.

3 数值模拟分析和讨论

从式(11)可以看出, $\mathbf{V}(t)$ 的对角线元素是腔和磁子的振幅正交分量的方差,其方差为 $\langle \delta Z^2(t) \rangle$ ($Z = Y_1, X_2, x_1, y_2$). 当 $\langle \delta Z^2(t) \rangle < \langle \delta Z^2(t) \rangle_{\text{ZPF}}$ ($\langle \delta Z^2(t) \rangle_{\text{ZPF}} = 0.5$ 是零点涨落) 时,腔和磁子可以产生压缩态,并且方差越小量子涨落越小. 腔和磁子压缩程度用分贝(dB)表示,即 $-10 \lg(\langle \delta Z^2(t) \rangle / 0.5)$, 由此可知压缩度的值越大压缩态的噪声越小.

为了研究失谐、压缩参数和相位对两个磁子压缩态的影响,绘制磁子的振幅正交分量的方差随失谐、压缩参数和相位的变化关系图,如图 2 所示. 图 2(a) 和图 2(c) 是磁子 1 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 和磁子 2 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随磁子失谐 Δ_{m_j} 和腔失谐 Δ_j 的变化情况,图 2(b) 和图 2(d) 是磁子 1 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 和磁子 2 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随压缩参数 r 和相位 θ 的变化情况. 实验参数取值为: $\omega_{a_j}/2\pi = 10$ GHz, $\omega_{m_j} = \omega_{a_j}$, $\kappa_1/2\pi = 5$ MHz, $\kappa_2 = \kappa_1$, $\kappa_{m_1}/2\pi = 1$ MHz, $\kappa_{m_2} = \kappa_{m_1}$, $g_1 = 4\kappa_1$, $g_2 = g_1$, $J = 3\kappa_1$, $T = 20$ mK^[17]. 在图 2(a) 中, $\Delta_2 = \Delta_{m_2} = 0$, $r = 2$; 在图 2(c) 中, $\Delta_1 = \Delta_{m_1} = 0$, $r = 2$; 在图 2(b) 和图 2(d) 中, $\Delta_1 = \Delta_{m_1} = \Delta_2 = \Delta_{m_2} = 0$. 由图 2(a) 和图 2(c) 可以看出,在 $\Delta_1 = \Delta_{m_1} = \Delta_2 = \Delta_{m_2} = 0$ 时,磁子 1 和磁子 2 的振幅正交分量的方差都小于 0.5 (分别为 0.287 和 0.338), 因此这两个磁子的噪声均可以被压缩. 磁子 1 的振幅正交分量的方差所对应的压缩程度为 2.41, 大于 Yang 等^[18] 提出的利用克尔非线性产生的磁子压缩(1.43), 这说明本文方案产生的磁子压缩度更大. 由图 2(b) 和图 2(d) 可以看出,当 $\theta = 0$ 时, r 越大磁子 1 和磁子 2 的振幅正交分量的方差越小,这表明压缩参数 r 取 2 时会得到最佳的磁子压缩态.

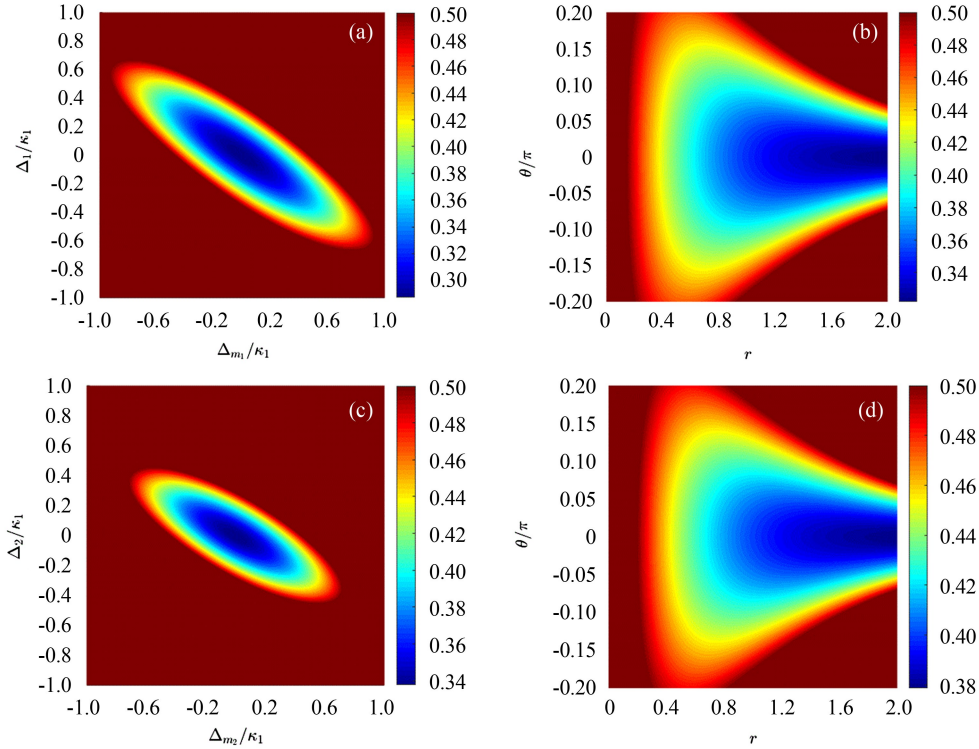


图 2 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 和 $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随腔失谐、磁子失谐、压缩参数和相位的变化情况

为了研究腔的失谐对磁子压缩态的影响,绘制磁子的振幅正交分量的方差随两腔失谐量的变化关系图,如图 3 所示.图 3(a) 是磁子 1 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 随两腔失谐量的变化关系,图 3(b) 是磁子 2 的振幅正交分量的方差 $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随两腔失谐量的变化关系.图 3 中 $\Delta_{m_1} = \Delta_{m_2} = 0$,其他参数见图 2.由图 3 可知,当 $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ 时,即两个腔共振时,磁子 1 和磁子 2 的振幅正交分量的方差达到最佳.

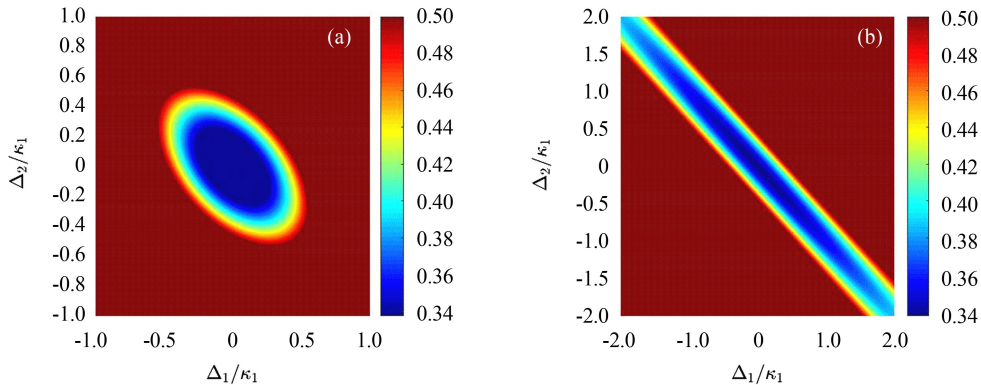


图 3 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 和 $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随腔失谐的变化情况

为了进一步了解系统压缩态的转移情况,绘制腔和磁子的振幅正交分量的方差 S 随光子耦合强度 J 的变化关系图,如图 4 所示.图中 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_{m_1} = \Delta_{m_2} = 0$,其他参数见图 2.由图 4 可以看出:① 当 J 增加时, $\langle \delta Y_1^2(t) \rangle$ 和 $\langle \delta x_1^2(t) \rangle$ 随之增大, $\langle \delta X_2^2(t) \rangle$ 随之减小, $\langle \delta y_2^2(t) \rangle$ 随之先减小后增大,并且两个磁子的振幅正交分量的方差都小于 0.5,即都能产生压缩态.② 当 J 增加到 3.6 附近时,磁子 2 压缩态达到最佳,且只有当 J 取适当值时才能够实现两个磁子的压缩.这是因为仅当 J 能够保证在微波腔 2 中存在足够多的光子数时才能够实现磁子 2 的压缩.③ 压缩态从腔 1 转移到其他子系统中,最终实现了磁子 1 和磁子 2 的压缩.

为了验证腔压缩态和磁子压缩态对环境温度具有鲁棒性,绘制腔和磁子的振幅正交分量的方差 S 随温度 T 的变化关系图,如图 5 所示. 图中 $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, $\Delta_{m_1} = \Delta_{m_2} = 0$, 其他参数见图 2. 由图 5 可以看出,当温度达到 0.196 K 时磁子 2 仍然处于压缩态,这表明磁子 2 的振幅正交分量的方差 S 对环境温度具有很好的鲁棒性,且腔压缩态和磁子 1 压缩态对环境温度具有很好的鲁棒性.

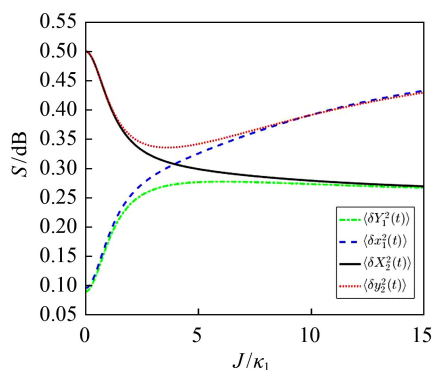


图 4 腔和磁子的振幅正交分量的方差 S 随光子耦合强度 J 的变化情况

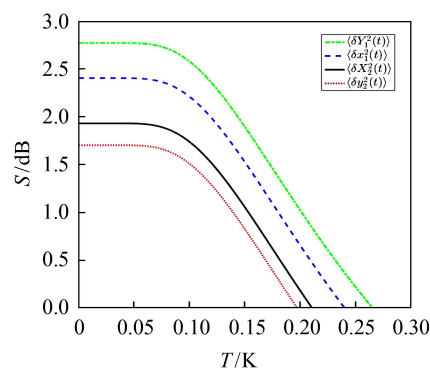


图 5 腔和磁子的振幅正交分量的方差 S 随温度 T 的变化情况

4 结论

本文采用一个弱压缩真空场驱动微波腔产生了两个磁子的压缩态. 数值模拟结果表明:选择合适的模间相互作用,可以制备两个磁子压缩态,并且在失谐量满足 $\Delta_1 = \Delta_{m_1} = \Delta_2 = \Delta_{m_2} = 0$ 时,磁子 1 和磁子 2 的振幅正交分量的方差分别达到 0.287 和 0.338. 同时,腔压缩态和磁子压缩态对环境温度具有很好的鲁棒性. 本文结果可对宏观量子态的研究提供参考.

参考文献:

- [1] MARKUS A, TOBIAS J K, FLORIAN M. Cavity optomechanics[J]. Reviews of Modern Physics, 2014, 86:1391.
- [2] WOLLMAN E E, LEI C U, WEINSTEIN A J, et al. Quantum squeezing of motion in a mechanical resonator[J]. Science, 2015, 349(6251):952-955.
- [3] HOU K, ZHU C J, YANG Y P, et al. Interfering pathways for photon blockade in cavity QED with one and two qubits[J]. Physical Reviews A, 2019, 100:063817.
- [4] RIEDINGER R, WALLUCKS A, MARINKOVIC L, et al. Remote quantum entanglement between two micromechanical oscillators[J]. Nature, 2018, 556:473-477.
- [5] OCKELOEN C F, DAMSKAGG E, PIRKKALAINEN J M, et al. Stabilized entanglement of massive mechanical oscillators[J]. Nature, 2018, 556:478-482.
- [6] SOYKAL O O, FLATTE M E. Size dependence of strong coupling between nanomagnets and photonic cavities[J]. Physical Review B, 2010, 82(10):104413.
- [7] HAIGH J A, NUNNENKAMP A, RAMSAY A J, et al. Triple-resonant brillouin light scattering in magneto-optical cavities[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(13):133602.
- [8] ZHANG D K, WANG X M, LI T F, et al. Cavity quantum electrodynamics with ferromagnetic magnons in a small yttrium-iron-garnet sphere[J]. NPJ Quantum Information, 2015, 1:15014.
- [9] CHEREPANOV V, KOLOKOLOV L, LVOV V. The saga of YIG: spectra, thermodynamics, interaction and relaxation of magnons in a complex magnet[J]. Physics Reports, 1993, 229(3):81-144.
- [10] ZHANG X F, ZOU C L, TANG H X, et al. Strongly coupled magnons and cavity microwave photons[J]. Physical Review Letters, 2014, 113:156401.
- [11] BOURHILL J, KOSTYLEV N, GORYACHEV M, et al. Ultrahigh cooperativity interactions between magnons and resonant photons in a YIG sphere[J]. Physical Reviews B, 2016, 93:144420.

(下转第 339 页)

- Application of statistical monitoring using auto-correlated data and with the influence of multicollinearity in a steel process[J]. International Journal of Statistics and Probability, 2021,10(4):96-118.
- [3] VIHAROS Z J, JAKAB R. Reinforcement learning for statistical process control in manufacturing[J]. Measurement, 2021,182:109616.
- [4] RANAEE V, EBRAHIMZADEH A. Control chart pattern recognition using a novel hybrid intelligent method[J]. Applied Soft Computing, 2011,11(2):2676-2686.
- [5] BERSIMIS S, PSARAKIS S, PANARETOS J. Multivariate statistical process control charts: an overview[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2007,23(5):517-543.
- [6] 黄利文.改进的距离判别分析法[J].江南大学学报(自然科学版),2011,10(6):745-748.
- [7] HUANG L W, SU L T. Hierarchical discriminant analysis and its application[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2013,42(11):1951-1957.
- [8] HUANG L W. Modified hybrid discriminant analysis methods and their applications in machine learning[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2020,2020:1-5.
- [9] FOODY G M, MATHUR A. Toward intelligent training of supervised image classifications: directing training data acquisition for SVM classification[J]. Remote Sensing of Environment, 2004,93(1/2):107-117.
- [10] KEERTHI S S, SHEVADE S K, BHATTACHARYYA C, et al. Improvements to Platt's SMO algorithm for SVM classifier design[J]. Neural Computation, 2014,13(3):637-649.
- [11] LIU Y, PI D, CHENG Q. Ensemble kernel method: SVM classification based on game theory[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016,27(1):251-259.
- [12] LAM K F, MOY J W. Combining discriminant methods in solving classification problems in two-group discriminant analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2002,138(2):294-301.
- [13] HALBE Z, ALADJEM M. Model-based mixture discriminant analysis: an experimental study[J]. Pattern Recognition, 2005,38(3):437-440.
- [14] NAZIF C, EROL H. A new per-field classification method using mixture discriminant analysis[J]. Journal of Applied Statistics, 2012,39(10):2129-2140.
- [15] 姜红,马泉,杜岩.基于判别分析与K近邻算法对塑料吸管的红外光谱分析[J].塑料工业,2020,48(5):122-126.
- [16] TAN S. Neighbor-weighted K-nearest neighbor for unbalanced text corpus[J]. Expert Systems with Applications, 2005,28(4):667-671.
- [17] 何晓群,罗平.如何提升SPC的可操作性[J].中国统计,2021(3):57-58.

—————
(上接第308页)

- [12] LI J, ZHU S Y, AGARWAL G S. Squeezed states of magnons and phonons in cavity magnomechanics[J]. Physical Reviews A, 2019,99:0261801.
- [13] HOLSTEIN T, PRIMAKOFF H. Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet[J]. Physical Review Journals Archive, 1940,58:1098.
- [14] GARDINER C W. Inhibition of atomic phase decays by squeezed light: a direct effect of squeezing[J]. Physical Review Letters, 1986,56:1917.
- [15] PARKS P C, HAHN V. Stability Theory[M]. New York: Prentice Hall, 1993.
- [16] DEJESUS E X, KAUFMAN C. Routh-hurwitz criterion in the examination of eigenvalues of a system of nonlinear ordinary differential equations[J]. Physical Reviews A, 1987,35(12):5288-5290.
- [17] ZHANG X F, ZOU C L, TANG H X, et al. Cavity magnomechanics[J]. Science Advances, 2016,2:e1501286.
- [18] YANG Z B, JIN H, JIN J W, et al. Bistability of squeezing and entanglement in cavity magnonics[J]. Physical Review Research, 2021,3:023126.