

文章编号: 1004-4353(2021)01-0042-05

基于交叉克尔对称模和反对称模的 光子反聚束

祝卿皓, 刘洪雨*

(延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002)

摘要: 为了制备可调谐单光子源,研究了在交叉克尔相互作用下由两个线性耦合的非线性模组成的对称模和反对称模的光子阻塞. 研究结果显示,在该模型中对称模和反对称模都可以得到强光子反聚束,强光子反聚束的最佳交叉克尔相互作用与两模之间的耦合强度和频率失谐量的差呈线性关系,两模之间的耦合强度与频率失谐量呈准线性关系. 这表明,通过调节该系统的交叉克尔相互作用或两模之间的耦合强度可以产生可调谐的单光子源.

关键词: 交叉克尔相互作用; 对称模; 反对称模; 光子阻塞; 单光子源

中图分类号: O431

文献标识码: A

Photon antibunching of symmetric and antisymmetric modes with cross-Kerr nonlinearity

ZHU Qinghao, LIU Hongyu*

(College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: For preparing tunable single-photon sources, we study the photon blockade of symmetric and antisymmetric modes under the assistance of a cross-Kerr interaction consisting of two linearly coupled nonlinear modes. Our calculations show that strong photon antibunching of both symmetric and antisymmetric modes can be obtained. We find that the optimal cross-Kerr interaction for strong photon antibunching in the symmetric and antisymmetric modes is linearly dependent on difference between the coupling strength of the two modes and frequency detunings, the coupling strength of the two modes for strong photon antibunching is quasi-linearly dependent on frequency detunings. This implies that the system can be used to generate tunable single-photon sources by tuning the values of cross-Kerr interaction or the coupling strength between the modes.

Keywords: cross-Kerr interaction; symmetric mode; antisymmetric mode; photon blockade; single-photon sources

单光子源是在单光子水平进行量子信息处理的基本设备之一. 1997 年, Imamoglu 等首次用四能级原子制备了单光子源, 且发现该单光子源具有很强的光子反聚束效应(光子阻塞效应)^[1]. 随后, 一些学者在不同的系统中也发现了强光子反聚束效应, 如囚禁原子的光学腔^[2]、光子晶体中的量子点^[3]和电路量子电动力学系统^[4]. 2010 年, Liew 等在由两个线性耦合的非线性腔模组成的光子分子中发现, 当非线性远小于腔模的衰减率时, 该系统也可以产生强光子反聚束^[5]. 基于这一发现, 学者们提出了许多不同的系统来实现光子阻塞, 如具有量子点的双模光学腔^[6]、具有二阶或三阶非线性的耦合腔^[7-9]以及耦

收稿日期: 2021-01-22

基金项目: 吉林省教育厅“十三五”科学研究规划项目(JJKH20200510KJ)

* 通信作者: 刘洪雨(1982—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为量子光学.

合光机系统^[10]、非线性光子分子^[11]、交叉克尔非线性^[12]等. 基于上述研究, 本文将研究由两个线性耦合的非线性腔组成的光学模(对称模和反对称模)的光子反聚束效应, 并证明了该对称模和反对称模的非线性无论强弱都可以产生较强的反聚束效应. 另外, 本文还分析了在双模驱动作用和存在双模驱动相位时光子反聚束效应的变化情况.

1 理论模型

本文考虑由两个单模光场组成的模型. 在该模型中, 两个光学模通过相互作用和交叉克尔相互作用耦合在一起. 系统的哈密顿量为($\hbar = 1$):

$$H = \Delta_a a^\dagger a + \Delta_b b^\dagger b + J(a^\dagger b + b^\dagger a) + G a^\dagger a b^\dagger b + E(a^\dagger + a) + F(b^\dagger e^{i\delta} + b e^{-i\delta}). \quad (1)$$

其中: $a(b)$ 是模 A(B) 的湮灭算符; $a^\dagger(b^\dagger)$ 是模 A(B) 的产生算符; $\Delta_a = \omega_a - \omega_d$, $\Delta_b = \omega_b - \omega_d$, ω_a 是模 A 的频率, ω_b 是模 B 的频率, ω_d 是模 A 驱动光场的频率; J 是模 A 和模 B 的相互作用强度; G 是模 A 和模 B 的交叉克尔相互作用的耦合强度; E 是模 A 的驱动强度; F 是模 B 的驱动强度, 驱动频率为 ω_e ; δ 为模 A 和模 B 驱动光场的相位差, $\delta = (\omega_e - \omega_d) t$. 为了简便起见, 假设两个模频率差相等, 即 $\Delta_a = \Delta_b = \Delta$, $c_\pm = (a \pm b) / \sqrt{2}$, c_+ (c_-) 为模 A 和模 B 合成的对称模(反对称模). 将 $c_\pm = (a \pm b) / \sqrt{2}$ 代入方程(1)得

$$H = (\Delta + J) c_+^\dagger c_+ + (\Delta - J) c_-^\dagger c_- + \frac{G}{4} (c_+^\dagger c_+^\dagger c_+ c_+ + c_-^\dagger c_-^\dagger c_- c_- - c_+^\dagger c_+^\dagger c_- c_- - c_-^\dagger c_-^\dagger c_+ c_+) + \frac{E}{\sqrt{2}} (c_+^\dagger + c_+ + c_-^\dagger + c_-) + \frac{F}{\sqrt{2}} (c_+^\dagger e^{i\delta} + c_+ e^{-i\delta} - c_-^\dagger e^{i\delta} - c_- e^{-i\delta}). \quad (2)$$

系统的动力学方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = & -i[H, \rho] + \frac{\kappa_a + \kappa_b}{4} (2c_+ \rho c_+^\dagger - c_+^\dagger c_+ \rho - \rho c_+^\dagger c_+) + \frac{\kappa_a + \kappa_b}{4} (2c_- \rho c_-^\dagger - c_-^\dagger c_- \rho - \rho c_-^\dagger c_-) + \\ & \frac{\kappa_a - \kappa_b}{4} (2c_+ \rho c_-^\dagger - c_+^\dagger c_- \rho - \rho c_+^\dagger c_-) + \frac{\kappa_a - \kappa_b}{4} (2c_- \rho c_+^\dagger - c_-^\dagger c_+ \rho - \rho c_-^\dagger c_+), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 κ_a (κ_b) 是模 A(B) 的耗散率. 由于本文的分析均是在热平衡下进行, 故忽略了平均热光子数对系统的影响, 同时假设模 A 和模 B 的耗散率相等, 即 $\kappa_a = \kappa_b = \kappa$.

为了研究对称模和反对称模的光子统计性质, 本文给出如下归一化的二阶关联函数^[13]:

$$g_{\pm}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_{\pm}^\dagger(0) c_{\pm}^\dagger(\tau) c_{\pm}(\tau) c_{\pm}(0) \rangle}{\langle c_{\pm}^\dagger(0) c_{\pm}(0) \rangle^2}. \quad (4)$$

稳态情况下, 式中的 τ 是不同探测器之间的时间延时. 通过数值求解方程(3)(主方程)可得到截断 Fock 态空间的密度矩阵, 进而可得到对称模和反对称模的二阶关联函数.

2 光子阻塞的优化条件

在弱驱动条件($E \ll \kappa$)下, 对称模和反对称模的 Fock 态基可由 $|m, n\rangle$ 表示, 其中 m 表示对称模的光子数, n 表示反对称模的光子数. 为了研究对称模和反对称模的光子阻塞效应, 可将系统的波函数用 Fock 态基($|0, 0\rangle$, $|1, 0\rangle$, $|0, 1\rangle$, $|2, 0\rangle$, $|1, 1\rangle$, $|0, 2\rangle$)展开:

$$|\psi\rangle = C_{00}|0, 0\rangle + C_{10}|1, 0\rangle + C_{01}|0, 1\rangle + C_{20}|2, 0\rangle + C_{11}|1, 1\rangle + C_{02}|0, 2\rangle, \quad (5)$$

其中 $|n_+, n_-\rangle$ 表示对称模 n_+ 光子和反对称模 n_- 光子的 Fock 态. 将方程(5)和方程(2)代入薛定谔方程可得到系数为 $C_{n_+ n_-}$ 的动力学方程:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} C_{00} &= \frac{E}{\sqrt{2}} C_{10} + \frac{E}{\sqrt{2}} C_{01} + \frac{F}{\sqrt{2}} C_{10} e^{i\delta} - \frac{F}{\sqrt{2}} C_{01} e^{i\delta}, \\ i \frac{\partial}{\partial t} C_{10} &= \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{10} + \frac{E}{\sqrt{2}} (C_{00} + C_{11}) + E C_{20} + \frac{F}{\sqrt{2}} (C_{00} e^{-i\delta} - C_{11} e^{i\delta}) + F C_{20} e^{i\delta}, \\ i \frac{\partial}{\partial t} C_{01} &= \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{01} + \frac{E}{\sqrt{2}} (C_{00} + C_{11}) + E C_{02} - \frac{F}{\sqrt{2}} (C_{00} e^{-i\delta} - C_{11} e^{i\delta}) - F C_{02} e^{i\delta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i \frac{\partial}{\partial t} C_{20} &= \left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{20} + EC_{10} + FC_{10} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{02}, \\
i \frac{\partial}{\partial t} C_{02} &= \left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{02} + EC_{01} - FC_{01} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{20}, \\
i \frac{\partial}{\partial t} C_{11} &= 2 \left(\Delta - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{11} + \frac{E}{\sqrt{2}} (C_{10} + C_{01}) - \frac{F}{\sqrt{2}} (C_{10} e^{-i\delta} - C_{01} e^{-i\delta}).
\end{aligned} \quad (6)$$

由弱驱动条件可知 $|C_{00}| \gg \{|C_{10}|, |C_{01}|\} \gg \{|C_{20}|, |C_{11}|, |C_{02}|\}$, 进而知方程(6) 的单光子态系数方程可描述为:

$$\left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{10} + \frac{E}{\sqrt{2}} C_{00} + \frac{F}{\sqrt{2}} C_{00} e^{-i\delta} = 0, \quad (7)$$

$$\left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{01} + \frac{E}{\sqrt{2}} C_{00} - \frac{F}{\sqrt{2}} C_{00} e^{-i\delta} = 0. \quad (8)$$

双光子态的系数方程为:

$$\left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{20} + EC_{10} + FC_{10} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{02} = 0, \quad (9)$$

$$\left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{02} + EC_{01} - FC_{01} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{20} = 0, \quad (10)$$

$$2 \left(\Delta - i \frac{\kappa}{2} \right) C_{11} + \frac{E}{\sqrt{2}} (C_{10} + C_{01}) - \frac{F}{\sqrt{2}} (C_{10} e^{-i\delta} - C_{01} e^{-i\delta}) = 0. \quad (11)$$

为了简便起见, 假设 $F = nE$, 则从方程(7) 和方程(8) 可得到系数 C_{10} 和 C_{01} 的关系为:

$$\frac{C_{10}}{C_{01}} = \left\{ \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) (1 + n e^{-i\delta}) \right\} / \left\{ \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) (1 - n e^{-i\delta}) \right\} = \eta. \quad (12)$$

将方程(12) 代入方程(9) 和方程(10) 可得:

$$\left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{20} + E\eta C_{01} + nE\eta C_{01} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{02} = 0, \quad (13)$$

$$\left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{02} + EC_{01} - nEC_{01} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{20} = 0. \quad (14)$$

根据阻塞的条件 $g_+^{(2)}(0) \ll 1^{[11]}$, 设 $C_{20} = 0$, 则方程(13) 和方程(14) 可转变为:

$$EC_{10} + nEC_{10} e^{-i\delta} - \frac{G}{2} C_{02} = 0, \quad \left[\frac{G}{2} + 2 \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) \right] C_{02} + EC_{01} - nEC_{01} e^{-i\delta} = 0.$$

通过求解上述 2 个方程可得

$$(G + 4\Delta - 4J - 2i\kappa) \left(\Delta - J - i \frac{\kappa}{2} \right) (1 + n e^{-i\delta})^2 + G \left(\Delta + J - i \frac{\kappa}{2} \right) (1 - n e^{-i\delta})^2 = 0, \quad (15)$$

式中的实部和虚部都为 0. 为简便起见, 假设 $n = 0$, 则系统模型可转化为单模驱动情形, 并可得到阻塞的最优条件: $G = 4(J - \Delta)$, $4J^2 - 4\Delta^2 - \kappa^2 = 0$.

3 数值模拟

本文在假设外部驱动场很弱($E/\kappa = 0.01$) 的情况下, 在截断的 Fock 态空间内通过数值方法求解主方程, 并通过选取不同的参数绘制二阶关联函数 $g_{\pm}^{(2)}(\tau)$.

图 1(a) 为零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随交叉克尔相互作用强度 G/κ 和失谐 Δ/κ 变化的对数图. 由图 1(a) 可以看出, 在 $G/\kappa = 0.5$ 和 $\Delta/\kappa = 2.5$ 附近存在强反聚束区域. 图 1(b) 为零延时二阶关联函数 $g_-^{(2)}(0)$ 随交叉克尔相互作用强度 G/κ 和失谐 Δ/κ 变化的对数图. 由图 1(b) 可以看出, 在 $G/\kappa = 0.5$ 和 $\Delta/\kappa = -1.5$ 附近存在强反聚束区域. 图 1 中, 其他参数的取值分别为 $J/\kappa = 2$, $n/\kappa = 2$, $\delta = \pi/2$. 图 1 表明, 在一定的参数下对称模和反对称模都存在很强的反聚束效应.

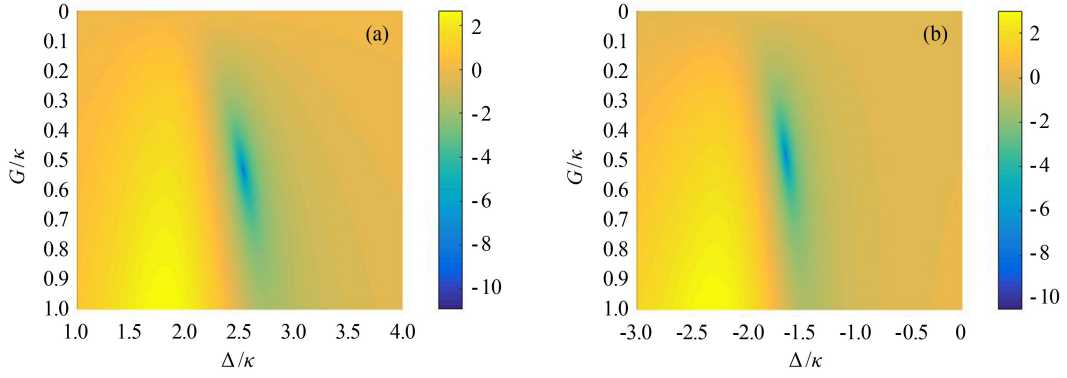


图 1 零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 和 $g_-^{(2)}(0)$ 随交叉克尔相互作用强度 G/κ 和失谐 Δ/κ 变化的对数图

图 2 为零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ (实线) 和 $g_-^{(2)}(0)$ (虚线) 随失谐 Δ/κ 变化的对数图, 其中图 2(a) 中 $G/\kappa = 0.5$, 图 2(b) 中 $G/\kappa = 15$, 其他参数与图 1 中的参数相同. 由图 2(a) 可以看出, 当对称模和反对称模的交叉克尔相互作用较弱时, 对称模获得的最强阻塞区域在 $\Delta/\kappa = 2.5$ 附近, 反对称模获得的最强阻塞区域在 $\Delta/\kappa = -1.6$ 附近. 文献[12]的作者研究的是光模与振子模之间的弱的交叉克尔相互作用强度, 但由于光场模频率通常显著大于振子模频率, 因此在低耗散情况下光模间可以取相对更强的交叉克尔相互作用强度. 本文在此取 $G/\kappa = 15$, 得到的对称模和反对称模的零延时二阶关联函数如图 2(b) 所示. 由图 2(b) 可以看出, 当对称模和反对称模的交叉克尔相互作用较强时, 对称模获得的最强阻塞区域在 $\Delta/\kappa = -2$ 附近, 反对称模获得的最强阻塞区域在 $\Delta/\kappa = 2$ 附近.

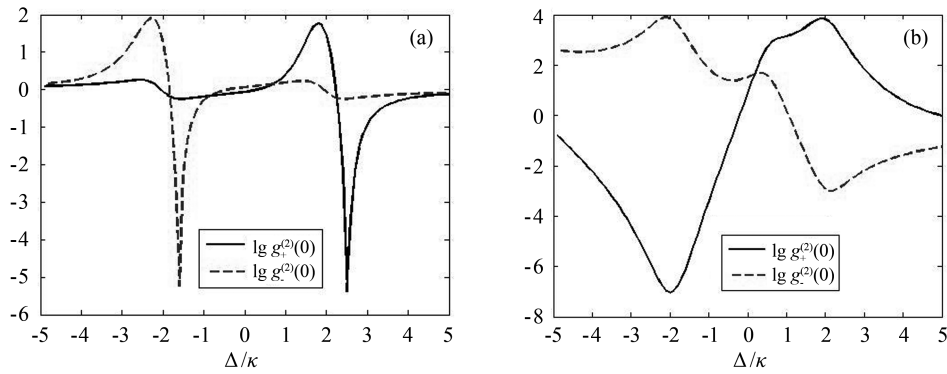


图 2 零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ (实线) 和 $g_-^{(2)}(0)$ (虚线) 随失谐 Δ/κ 变化的对数图

在最优条件下(模型退化为单模驱动的系统), 得到的对称模的零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 的对数图如图 3 所示. 图 3 中的虚线满足阻塞的最优条件 ($4J^2 - 4\Delta^2 - \kappa^2 = 0$). 由图 3 可以看出, 反聚束区域中的模之间的相互作用强度与失谐呈准线性关系, 且最优条件(虚线)与反聚束区域的图像拟合得较好. 图 3 中 $G/\kappa = 0.5$, $n = 0$, 其他参数的取值与图 1 中的参数相同.

图 4 是对称模的零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随驱动强度比例系数 n ($F = nE$) 变化的对数图, 其中 $G/\kappa = 0.5$, $\Delta/\kappa = 2.5$, 其他参数的取值与图 1 中的参数相同. 由图 4 可以看出, 随着比例系数的增加, 对数值出现先减弱后增强的趋势, 其中最强反聚束区域在 $n = 2.1$ 附近.

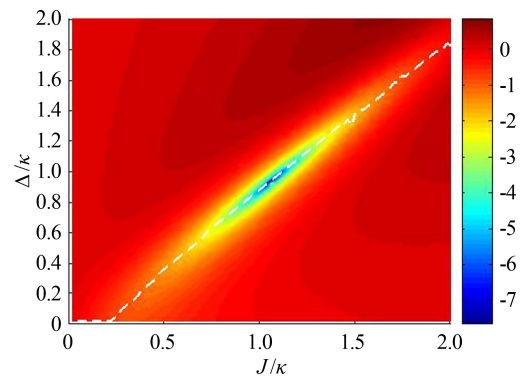


图 3 最优条件下对称模的零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随模间耦合强度和失谐的对数图

图 5 是零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随相位差 δ 变化的对数图,图 5 中 $G/\kappa=0.5$, $\Delta/\kappa=2.5$, 其他参数的取值与图 1 中的参数相同. 由图 5 可以看出, $g_+^{(2)}(0)$ 的对数值随相位差呈周期性变化, 最强反聚束区域在 $\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2$ 附近, 且以 2π 为周期变化.

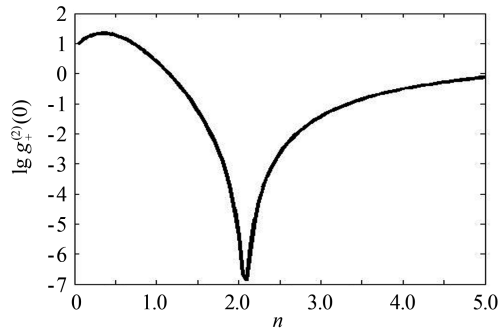


图 4 零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随驱动强度比例系数 n 变化的对数图

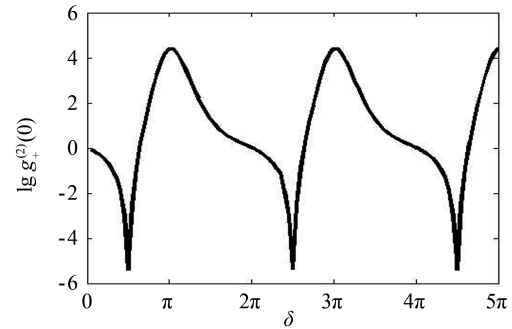


图 5 零延时二阶关联函数 $g_+^{(2)}(0)$ 随两个驱动场之间的相位差变化的对数图

4 结论

本文对由两个线性耦合的非线性腔模组成的对称模和反对称模的光子阻塞效应进行研究表明, 对称模和反对称模的非线性无论强弱都可以产生较强的反聚束效应. 在最佳条件下对光子阻塞效应进行分析表明, 当系统中存在双驱动和驱动相位差时, 系统均可获得强光子反聚束. 综上表明, 本文的系统可以通过调节非线性腔模之间的耦合强度来控制光子的反聚束效应. 本文研究结果对在实验中实现可调谐单光子源具有良好的参考价值.

参考文献:

- [1] IMAMOGLU A, SCHMIDT H, WOODS G, et al. Strongly interacting photons in a nonlinear cavity[J]. Physical Review Letter, 1997, 79(8):1467-1470.
- [2] DAYAN B, PARKINS S A, AOKI T, et al. A photon turnstile dynamically regulated by one atom[J]. Science, 2008, 319(5866):1062-1065.
- [3] FARAON A, FUSHMAN I, ENGLUND D, et al. Coherent generation of non-classical light on a chip via photon-induced tunnelling and blockade[J]. Nature Physics, 2008, 4:859-863.
- [4] HOFFMAN A J, SRINIVASAN S J, SCHMIDT S, et al. Dispersive photon blockade in a superconducting circuit[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(5):053602.
- [5] LIEW T C H, SAVONA V. Single photons from coupled quantum modes[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(18):183601.
- [6] MAJUMDAR A, BAJCSY M, RUNDQUIST A, et al. Loss-enabled sub-possonian light generation in a bimodal nanocavity[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(18):183601.
- [7] GERACE D, SAVONA V. Unconventional photon blockade in doubly resonant microcavities with second-order nonlinearity[J]. Physical Review A, 2014, 89(3):031803(R).
- [8] ZHOU Y H, SHEN H Z, YI X X. Unconventional photon blockade with second-order nonlinearity[J]. Physical Review A, 2015, 92(2):023838.
- [9] SHEN H Z, ZHOU Y H, YI X X. Tunable photon blockade in coupled semiconductor cavities[J]. Physical Review A, 2015, 91(6):063808.
- [10] XU X W, LI Y J. Antibunching photons in a cavity coupled to an optomechanical system[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2013, 46:035502.
- [11] XU X W, LI Y. Strong photon antibunching of symmetric and antisymmetric modes in weakly nonlinear photonic molecules[J]. Physical Review A, 2014, 90(3):033809.
- [12] ZOU F, FAN L B, HUANG J F, et al. Enhancement of few-photon optomechanical effects with cross-Kerr nonlinearity[J]. Physical Review A, 2019, 99(4):043837.
- [13] SCULLY M O, ZUBAIRY M S. Quantum Optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012:114.