

文章编号: 1004-4353(2021)01-0032-05

一类混沌系统的变时刻脉冲控制与同步

胡茂萍

(重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331)

摘要: 为了探讨混沌系统在变时刻脉冲控制下的行为, 研究了有脉冲时窗混沌系统的稳定和同步问题。首先利用数学归纳法探讨了一类有脉冲时窗混沌系统的稳定性问题, 得到了该混沌系统稳定的充分条件; 其次对存在扰动的主从系统的鲁棒同步问题进行了分析, 得到了具有脉冲时窗误差系统稳定的充分条件; 最后利用数值分析证明了所得结论的有效性。

关键词: 混沌系统; 脉冲控制与同步; 脉冲时窗; 脉冲鲁棒同步

中图分类号: O175

文献标识码: A

Time varying impulsive control and synchronization for a class of chaotic systems

HU Maoping

(School of Mathematical Sciences, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: In order to study the behavior of chaotic systems under time-varying impulsive control, the stability and synchronization of chaotic systems with impulse time windows are studied. Firstly, the stability of a class of chaotic systems with impulse time windows is discussed by mathematical induction, sufficient conditions for the stability of chaotic systems are obtained. Secondly, the robust synchronization of master-slave systems with disturbance is analyzed, sufficient conditions for the stabilization of error systems with impulse time windows are obtained. Finally, the validity of the conclusions is proved by numerical analysis.

Keywords: chaotic systems; impulsive control and synchronization; impulse time windows; impulsive robust synchronization

0 引言

混沌系统广泛存在于非线性系统中。由于混沌系统具有遍历性、不确定性和无法预测性, 因此学者们相继提出了一些控制方法以实现混沌系统的稳定和同步, 如自适应控制、滑模控制、脉冲控制等方法^[1-3], 其中脉冲控制策略因具有成本低、效率高的优势被很多研究者所关注。目前, 利用脉冲控制方法所研究的相关文献^[4-8]中大多是假设脉冲是在固定时刻发生的, 而在实际运用中由于硬件的影响, 脉冲期望注入的时刻和实际发生的时刻往往存在偏差, 进而会导致脉冲出现在脉冲时窗内的任一时刻; 因此, 研究混沌系统在变时刻脉冲控制下的行为具有重要意义。文献[9]的作者研究了有脉冲时窗的忆阻混沌系统的稳定问题。文献[10]的作者研究了带脉冲时窗忆阻混沌系统的同步问题。文献[11]的作者研究了如下一类混沌系统:

收稿日期: 2020-12-26 基金项目: 重庆市研究生科研创新项目(CYS19322)

作者简介: 胡茂萍(1997—), 女, 硕士研究生, 研究方向为混沌系统的控制与同步。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_1 - x_2), \\ \dot{x}_2 = bx_1 - cx_2 + x_1x_3, \\ \dot{x}_3 = -dx_3 + x_1^2, \end{cases} \quad (1)$$

其中 x_1, x_2 和 x_3 是状态变量. 在参数 $a=16, c=24, d=4$ 的条件下, 当 $b < 0$ 时, 系统(1) 是广义 Lorenz 系统族; 当 $b=0$ 时, 系统(1) 是广义 Lü 系统族; 当 $b > 0$ 时, 系统(1) 是广义 Chen 系统族. 文献[11] 的作者研究了系统(1) 的动力学行为、自适应稳定控制与异结构同步, 但未能考虑该系统在变时刻脉冲控制下的稳定与同步. 为此, 本文利用数学归纳法研究了带脉冲时窗系统的稳定性问题, 并探讨了带有扰动的主从系统的脉冲同步问题.

1 混沌系统的非固定时刻脉冲控制

固定时刻脉冲控制系统可描述为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t)), t \neq \tau_k; \\ \Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(\tau_k^+) - \mathbf{x}(\tau_k^-), t = \tau_k, k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量, $f(\mathbf{x}(t))$ 是非线性向量函数, $\Delta\mathbf{x}(t)$ 是 $\mathbf{x}(t)$ 在时刻 τ_k 的改变量, $\tau_k^+ = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} (\tau_k + \epsilon)$, $\tau_k^- = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} (\tau_k - \epsilon)$, $\mathbf{x}(\tau_k^-) = \mathbf{x}(\tau_k)$. 脉冲时刻 $\tau_k (k=1, 2, \dots)$ 满足 $t_0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k < \tau_{k+1} < \dots$, 且当 $k \rightarrow \infty$ 时有 $\tau_k \rightarrow \infty$. 为了方便叙述, 用 \mathbf{x} 代替 $\mathbf{x}(t)$, 则系统(1) 可描述为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \varphi(\mathbf{x}), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & -a & 0 \\ b & -c & 0 \\ 0 & 0 & -d \end{pmatrix}$, $\varphi(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ x_1x_3 \\ x_1^2 \end{pmatrix}$. 由此带有脉冲时窗的系统可描述为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \varphi(\mathbf{x}), t \neq \tau_k, \tau_k \in (\tau_k^l, \tau_k^r); \\ \mathbf{x}(\tau_k^+) = \Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{x}(\tau_k^-) = \mathbf{C}_k \mathbf{x}(\tau_k), t = \tau_k, k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (4)$$

其中: τ_k 表示脉冲时刻, (τ_k^l, τ_k^r) 为脉冲时窗, 满足 $t_0 < \tau_1^l < \tau_1 < \tau_1^r < \tau_2^l < \tau_2 < \tau_2^r < \dots < \tau_k^l < \tau_k < \tau_k^r < \tau_{k+1}^l < \tau_{k+1} < \tau_{k+1}^r < \dots$, 且当 $k \rightarrow \infty$ 时有 $\tau_k \rightarrow \infty$.

定理 1 假设 q 是 $(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)$ 的最大特征值, $q + 2M = \eta$, 其中 M 是混沌系统的一个界, d_k 是 $\mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k$ 的最大特征值. 如果存在常数 $\xi > 1$ 满足

$$\eta(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l) + \ln(\xi d_k) \leq 0, \quad (5)$$

则有脉冲时窗的混沌系统(4) 是渐近稳定的.

证明 首先构造与系统状态变量 \mathbf{x} 有关的 Lyapunov 函数 $V(t) = \mathbf{x}^T \mathbf{x}$. 当 $t \neq \tau_k$, $t \in (\tau_{k-1}, \tau_k]$ 时有

$$\begin{aligned} D^+V(t) &= \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T + \mathbf{A}) \mathbf{x} + \varphi^T(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \varphi(\mathbf{x}) \leq q \mathbf{x}^T \mathbf{x} + 2x_1 x_2 x_3 + 2x_1^2 x_3 \leq \\ &q \mathbf{x}^T \mathbf{x} + 2M |2x_1 x_3| \leq q \mathbf{x}^T \mathbf{x} + 2M \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq (q + 2M) \mathbf{x}^T \mathbf{x} = \eta V(t). \end{aligned}$$

由上式易得: 当 $t \in (\tau_{k-1}, \tau_k]$ 时, $V(t) \leq V(\tau_{k-1}^+) e^{\eta(t-\tau_{k-1})}$; 当 $t = \tau_k$ 时, $V(\tau_k^+) = \mathbf{x}(\tau_k^+)^T \mathbf{x}(\tau_k^+) = (\mathbf{C}_k \mathbf{x}(\tau_k))^T \mathbf{C}_k \mathbf{x}(\tau_k) = \mathbf{x}(\tau_k)^T \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k \mathbf{x}(\tau_k) \leq d_k \mathbf{x}(\tau_k)^T \mathbf{x}(\tau_k) \leq d_k V(\tau_k)$; 当 $t \in (t_0, \tau_1^l]$ 时, $V(t) \leq V(t_0) e^{\eta(t-t_0)}$; 当 $t \in (\tau_1^l, \tau_1]$ 时, $V(t) \leq V(t_0) e^{\eta(t-t_0)}$; 当 $t \in (\tau_1, \tau_2^l]$ 时, $V(t) \leq V(\tau_1^+) e^{\eta(t-\tau_1)} \leq d_1 V(\tau_1) e^{\eta(t-\tau_1)} \leq d_1 V(t_0) e^{\eta(\tau_1-t_0)} e^{\eta(t-\tau_1)} \leq d_1 V(t_0) e^{\eta(t-t_0)}$. 因此, 对于 $t \in (\tau_1^l, \tau_2^l]$ 由上述最后两个式子可

推出 $V(t) \leq d_1^{Y_k} V(t_0) e^{\eta(t-t_0)}$, 其中 Y_k 满足 $Y_k = \begin{cases} 0, & t \leq \tau_k; \\ 1, & t > \tau_k, k = 1, 2, \dots. \end{cases}$ 对于 $t \in (\tau_{k+1}^l, \tau_{k+2}^l]$, 由数学归

纳法可得

$$V(t) \leqslant V(t_0)d_1d_2\cdots d_{k-1}d_kd_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot e^{\eta(t-t_0)} \leqslant V(t_0)d_1d_2\cdots d_{k-1}d_kd_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot e^{\eta(\tau_{k+2}^l - t_0)} \leqslant \\ V(t_0)d_1e^{\eta(\tau_3^l - \tau_2^l)}d_2e^{\eta(\tau_4^l - \tau_3^l)}\cdots d_ke^{\eta(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l)}d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot e^{\eta(\tau_2^l - t_0)}.$$

由条件(5)可得 $d_k e^{\eta(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l)} \leqslant \frac{1}{\xi}$, 所以当 $t \in (\tau_{k+1}^l, \tau_{k+2}^l]$ 时, $V(t) \leqslant \frac{1}{\xi^k}V(t_0)d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot e^{\eta(\tau_2^l - t_0)}$. 因为

$V(t_0)d_{k+1}^{Y_{k+1}}e^{\eta(\tau_2^l - t_0)}$ 是一个有限常数, 所以当 $k \rightarrow \infty$ 时有 $\frac{1}{\xi^k}V(t_0)d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot e^{\eta(\tau_2^l - t_0)} \rightarrow 0$, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时有 $V(t, x) \rightarrow 0$. 由此可知 $x \rightarrow 0$, 这说明此时系统(4)是渐近稳定的.

若控制增益矩阵 C_k 为常数矩阵 C 时, 有如下推论:

推论 1 假设 q 是 $(A + A^T)$ 的最大特征值, $q + 2M = \eta$, 其中 M 是混沌系统的一个界, d 是 $C^T C$ 的最大特征值. 如果存在常数 $\xi > 1$ 满足 $\eta(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l) + \ln(\xi d) \leqslant 0$, 则有脉冲时窗的混沌系统(4)是渐近稳定的.

当 $\tau_k^l = \tau_k = \tau_k^r$ 时, 可以得到如下推论:

推论 2 假设 q 是 $(A + A^T)$ 的最大特征值, $q + 2M = \eta$, 其中 M 是混沌系统的一个界, d 是 $C^T C$ 的最大特征值. 如果存在常数 $\xi > 1$ 满足 $\eta\tau_{k+2}^l + \ln(\xi d) \leqslant \eta\tau_{k+1}^l$, 则有脉冲控制的混沌系统(4)是渐近稳定的.

注 1 当 $\tau_k^l = \tau_k = \tau_k^r$ 时, 有脉冲时窗的混沌系统(4)变为固定时刻的脉冲控制系统, 因此定理 1 和推论 1 比推论 2 更具有一般性.

2 混沌系统的脉冲鲁棒同步

带有扰动的系统(1)的主系统可描述为:

$$\dot{x} = Ax + \varphi(x) + \omega(t, x), \quad (6)$$

其中 $\omega(t, x)$ 为干扰项, 满足 $\|\omega(t, x)\| \leqslant L \|x(t)\|$ ($L > 0$), $x = (x_1, x_2, x_3)^T$. 带有扰动的系统(1)的从系统可描述为:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + \varphi(\bar{x}) + \omega(t, \bar{x}), \quad (7)$$

其中 $\omega(t, \bar{x})$ 为扰动项, $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)^T$, $A = \begin{pmatrix} a & -a & 0 \\ b & -c & 0 \\ 0 & 0 & -d \end{pmatrix}$, $\varphi(\bar{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{x}_1\bar{x}_3 \\ \bar{x}_1^2 \end{pmatrix}$.

系统(6)和系统(7)的同步误差系统为:

$$\dot{e} = Ae + \eta(x, \bar{x}) + \delta(t, x, \bar{x}), \quad (8)$$

其中 $e = (e_1, e_2, e_3)^T = (x_1 - \bar{x}_1, x_2 - \bar{x}_2, x_3 - \bar{x}_3)^T$, $\eta(x, \bar{x}) = \varphi(x) - \varphi(\bar{x})$, $\delta(t, x, \bar{x}) = \omega(t, x) - \omega(t, \bar{x})$. 假设 $\|\delta(t, x, \bar{x})\| \leqslant S\|e\|$ ($S > 0$), 则有脉冲时窗的误差系统为:

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + \eta(x, \bar{x}) + \delta(t, x, \bar{x}), & t \neq \tau_k, \tau_k \in (\tau_k^l, \tau_k^r); \\ e(t_k^+) = \Delta e(t) + e(t_k^-) = C_k e(\tau_k), & t = \tau_k, k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (9)$$

定理 2 令 q 是 $(A + A^T)$ 的最大特征值, $h = q + 1 + S^2 + 3M$, 其中 M 是混沌系统的一个界, d_k 是 $C_k^T C_k$ 的最大特征值. 如果存在常数 $\xi > 1$ 满足

$$h(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l) + \ln(\xi d_k) \leqslant 0, \quad (10)$$

则系统(6)与系统(7)可实现脉冲鲁棒同步.

证明 首先构造与误差系统状态变量 e 有关的 Lyapunov 函数 $V(t) = e^T e$. 当 $t \neq \tau_k$, $t \in (\tau_{k-1}, \tau_k]$ 时有

$$\begin{aligned}
D^+V(t) &= \mathbf{e}^\top (\mathbf{A}^\top + \mathbf{A})\mathbf{e} + \mathbf{e}^\top \eta(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) + \eta^\top(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})\mathbf{e} + \mathbf{e}^\top \delta(t, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) + \delta^\top(t, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})\mathbf{e} = \\
&= \mathbf{e}^\top (\mathbf{A}^\top + \mathbf{A})\mathbf{e} + 2[e_2 x_1 x_3 - e_2 \bar{x}_1 \bar{x}_3 + e_3(x_1^2 - \bar{x}_1^2)] + 2\mathbf{e}^\top \delta(t, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) \leqslant \\
&\quad q\mathbf{e}^\top \mathbf{e} + 2[M(|e_1 e_3| + |e_2 e_3| + |e_2 e_1|) + M|e_1 e_3|] + \mathbf{e}^\top \mathbf{e} + \delta^\top(t, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})\delta(t, \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) \leqslant \\
&\quad q\mathbf{e}^\top \mathbf{e} + 2M\mathbf{e}^\top \mathbf{e} + M\mathbf{e}^\top \mathbf{e} + \mathbf{e}^\top \mathbf{e} + L^2 \mathbf{e}^\top \mathbf{e} = (q + 1 + L^2 + 3M)V(t) = hV(t).
\end{aligned}$$

由上式易得: 当 $t \in (\tau_{k-1}, \tau_k]$ 时, $V(t) \leqslant V(\tau_{k-1}^+) \exp(h(t - \tau_{k-1}))$; 当 $t = \tau_k$ 时, $V(\tau_k^+) = \mathbf{e}(\tau_k^+)^T \cdot \mathbf{e}(\tau_k^+) = (\mathbf{C}_k \mathbf{e}(\tau_k))^T \mathbf{C}_k \mathbf{e}(\tau_k) = \mathbf{e}(\tau_k)^T \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k \mathbf{e}(\tau_k) \leqslant d_k \mathbf{e}(\tau_k)^T \mathbf{e}(\tau_k) \leqslant d_k V(\tau_k)$; 当 $t \in (t_0, \tau_1^l]$ 时, $V(t) \leqslant V(t_0) \exp(h(t - t_0))$; 当 $t \in (\tau_1^l, \tau_1]$ 时, $V(t) \leqslant V(t_0) \exp(h(t - t_0))$; 当 $t \in (\tau_1, \tau_2^l]$ 时, $V(t) \leqslant V(\tau_1^+) \exp(h(t - \tau_1)) \leqslant d_1 V(\tau_1) \exp(h(t - \tau_1)) \leqslant d_1 V(t_0) \exp(h(\tau_1 - t_0)) \exp(h(t - \tau_1)) \leqslant d_1 V(t_0) \exp(h(t - t_0))$. 因此, 对于 $t \in (\tau_1^l, \tau_2^l]$ 由上述最后两个式子可推出 $V(t) \leqslant d_1^{Y_k} V(t_0) \exp(h(t - t_0))$,

其中 Y_k 满足 $Y_k = \begin{cases} 0, & t \leqslant \tau_k; \\ 1, & t > \tau_k, \end{cases} k = 1, 2, \dots$. 对于 $t \in (\tau_{k+1}^l, \tau_{k+2}^l]$, 由数学归纳法可得:

$$\begin{aligned}
V(t) &\leqslant V(t_0) d_1 d_2 \cdots d_{k-1} d_k d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot \exp(h(t - t_0)) \leqslant \\
&V(t_0) d_1 d_2 \cdots d_{k-1} d_k d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot \exp(h(\tau_{k+2}^l - t_0)) \leqslant \\
&V(t_0) d_1 \exp(h(\tau_3^l - \tau_2^l)) d_2 \exp(h(\tau_4^l - \tau_3^l)) \cdots d_k \exp(h(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l)) d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot \exp(h(\tau_2^l - t_0)).
\end{aligned}$$

由条件(10)可得 $d_k \exp(h(\tau_{k+2}^l - \tau_{k+1}^l)) \leqslant \frac{1}{\xi}$, 所以当 $t \in (\tau_{k+1}^l, \tau_{k+2}^l]$ 时,

$$V(t) \leqslant \frac{1}{\xi^k} V(t_0) d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot \exp(h(\tau_2^l - t_0)).$$

因为 $V(t_0) d_{k+1}^{Y_{k+1}} \exp(h(\tau_2^l - t_0))$ 是一个有限常数, 所以当 $k \rightarrow \infty$ 时有

$$\frac{1}{\xi^k} V(t_0) d_{k+1}^{Y_{k+1}} \cdot \exp(h(\tau_2^l - t_0)) \rightarrow 0,$$

即当 $t \rightarrow \infty$ 时有 $V(t, \mathbf{e}) \rightarrow 0$. 由此可知 $\mathbf{e} \rightarrow 0$, 这表明此时误差系统(9)是渐近稳定的, 进而知系统(6)和系统(7)在变时刻脉冲控制下能够达到鲁棒同步.

3 数值模拟

取 $a = 16, c = 24, d = 4, b = 15$ 和 $x_1(0) = 1, x_2(0) = -1, x_3(0) = -3$, 然后对系统(1)进行计算可知系统(1)有

混沌现象出现. 此时 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 16 & -16 & 0 \\ 15 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, 由此得 $(\mathbf{A} + \mathbf{A}^\top)$

的最大特征值 $q = 32.015$, 混沌系统的界 $M = 40$. 为了满足条件(10), 取 $S = 1.2, \xi = 1.1$, 并给定脉冲强度不变的控制

增益矩阵 $\mathbf{C} (\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix})$, 由此得到的误差系统

(9)的仿真结果如图1所示. 由图1可以看出, 误差变量快速趋近于零, 这表明带有干扰的系统(6)和系统(7)在脉冲时窗影响下也均能够达到脉冲鲁棒同步.

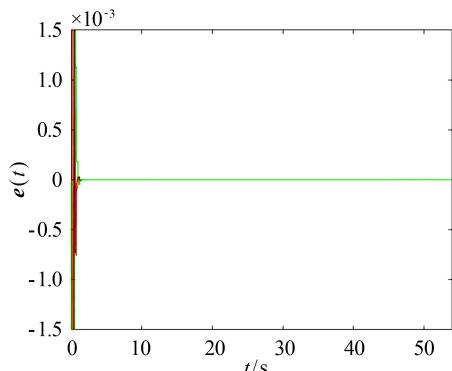


图1 误差系统(9)的状态曲线

(下转第87页)

- [4] 曹树金,岳文玉.守正创新:近60年武汉大学信息管理学院学术论文研究主题的演变[J].图书馆论坛,2020(10):1-10.
- [5] 甘克勤,丛超,张宝林,等.基于划分的文本聚类算法在标准文献中的试验与对比研究[J].标准科学,2013(10):47-50.
- [6] 洪韵佳,许鑫.基于领域本体的知识库多层次文本聚类研究:以中华烹饪文化知识库为例[J].现代图书情报技术,2013(12):19-26.
- [7] 张广凯.基于机器学习的短文本聚类算法研究[D].武汉:中南民族大学,2019.
- [8] 邹臣嵩,刘松.基于谱聚类的全局中心快速更新聚类算法[J].计算机与现代化,2018(10):6-11.
- [9] 安计勇,韩海英,侯效礼.一种改进的DBscan聚类算法[J].微电子学与计算机,2015(7):68-71.
- [10] ABUALIGAH L M, KHADER A T. Unsupervised text feature selection technique based on hybrid particle swarm optimization algorithm with genetic operators for the text clustering[J]. The Journal of Supercomputing, 2017, 73(11):4773-4795.
- [11] CHANDRASHEKAR G, SAHIN F. A survey on feature selection methods[J]. Computers & Electrical Engineering, 2014, 40(1):16-28.
- [12] SANGAIAH A K, FAKHRY A E, ABDEL-BASSET M, et al. Arabic text clustering using improved clustering algorithms with dimensionality reduction[J]. Cluster Computing, 2019, 22(2):4535-4549.
- [13] 周宇,覃征.聚类分析中特征选择的研究[J].计算机应用研究,2006(5):55-57.
- [14] 熊玮,白越,刘爱国.基于改进RI方法的文本聚类[J].南昌大学学报(理科版),2016,40(5):426-430.

(上接第35页)

参考文献:

- [1] YANG X S, CAO J D, LONG Y, et al. Adaptive lag synchronization for competitive neural networks with mixed delays and uncertain hybrid perturbations[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(10):1656-1666.
- [2] ZHANG Q J. Robust synchronization of FitzHugh-Nagumo network with parameter disturbances by sliding mode control[J]. Chaos, Solitons, Fractals, 2014, 58:22-26.
- [3] SUN J T, ZHANG Y P, WU Q D. Less conservative conditions for asymptotic stability of impulsive control systems[J]. IEEE Trans Automatic Contr, 2003, 48(5):829-831.
- [4] YANG T, YANG L B, YANG C M. Impulsive synchronization of Lorenz systems[J]. Phys Lett A, 1997, 226(6):349-354.
- [5] 罗润梓.一个新混沌系统的脉冲控制与同步[J].物理学报,2007,56(10):5655-5660.
- [6] ZHAO Y H, YANG Y Q. The impulsive control synchronization of the drive-response complex system[J]. Physics Letters A, 2008, 372(48):7165-7171.
- [7] LIU G M, DING W. Impulsive synchronization for a chaotic system with channel time delay[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2011, 16(2):958-965.
- [8] SUN J T, WU Q D. Impulsive control for the stabilization and synchronization of Lure systems[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2004, 25(3):291-296.
- [9] CHEN F L, WANG H, LI C D. Impulsive control of memristive chaotic systems with impulsive time window[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015:1-7.
- [10] XIONG Z L, ZHANG Z L, MA T D. Variable impulsive synchronization of memristor-based chaotic systems with actuator saturation[J]. IEEE Access, 2019, 7:185839-185848.
- [11] 徐昌彪,郭桃桃,钟德,等.一个新的统一混沌系统及其同步控制[J].重庆邮电大学学报(自然科学版),2020,32(4):611-619.