

文章编号: 1004-4353(2021)01-0027-06

# 一类 Van der Pol-Duffing 系统的 变结构滑模控制

李德奎, 张怀德

(甘肃中医药大学(定西校区)理科教学部, 甘肃 定西 743000)

**摘要:** 研究了一类含有平方项和 5 次幂项的 Van der Pol-Duffing 系统的跟踪控制问题. 首先, 基于 Lyapunov 指数理论和分岔理论分析了该系统的复杂动力学行为, 包括周期运动、倍周期分岔、混沌运动等; 然后, 在系统参数已知和未知的两种情况下, 基于 Lyapunov 稳定性定理分别构造了两类简单的变结构滑模控制器对该系统的混沌行为进行跟踪控制, 并均跟踪控制到了预期的运动状态. 最后, 利用数值仿真验证了上述两类滑模控制器对该系统跟踪控制的有效性.

**关键词:** Van der Pol-Duffing 系统; Lyapunov 指数理论; 变结构滑模控制; 参数辨识

**中图分类号:** O322

**文献标识码:** A

## Variable structure sliding mode control of a class of Van der Pol-Duffing system

LI Dekui, ZHANG Huaide

(Department of Science Teaching, Gansu University of Chinese Medicine (Dingxi Campus),  
Dingxi 743000, China)

**Abstract:** Tracking control problem of a class of Van der Pol-Duffing system with square term and fifth power term is studied. Firstly, based on Lyapunov exponent theory and bifurcation theory, the complex dynamic behaviors of the system are analyzed, including periodic motion, period doubling bifurcation, chaotic motion, etc. Then, under two situations which are known parameters and unknown parameters of the system, two types of simple variable structure sliding mode controllers are constructed to track control the chaotic behavior of the system based on Lyapunov stability theorem, and make the system track control to the expected motion state. Finally, the effectiveness of two types of sliding mode controllers for tracking control of the Van der Pol-Duffing system is verified by numerical simulation.

**Keywords:** Van der Pol-Duffing system; Lyapunov exponent theory; variable structure sliding mode control; parameter identification

## 0 引言

混沌运动是非线性系统在特定条件下独有的一种运动形式. 近年来, 许多学者对 Duffing 系统<sup>[1]</sup>和 Van der Pol 系统<sup>[2]</sup>进行了广泛研究, 并提出了 Van der Pol-Duffing 系统. 由于 Van der Pol-Duffing 系统中既含有 Van der Pol 系统维持自激振荡的非线性阻尼项, 又含有 Duffing 系统的 3 次非线性恢复力项, 因此它具有非常丰富的动力学特性<sup>[3-6]</sup>. 目前, 对 Van der Pol-Duffing 系统的研究主要集中在其动

收稿日期: 2020-12-06

作者简介: 李德奎(1979—), 男, 副教授, 研究方向为混沌理论及其应用.

基金项目: 甘肃省高等学校创新基金(2020A-191); 甘肃中医药大学科学研究与创新基金(2019KCYB-10)

力学性质方面,如混沌与分岔、微弱信号检测、稳态响应等.文献[7]提出了一类含有平方项和 5 次幂项的 Van der Pol-Duffing 系统,并应用多尺度法研究了该系统的 Hopf 分岔控制问题,但未能对该系统的混沌控制问题进行深入研究.混沌控制与同步是混沌研究和应用的两个重要方面,其相关研究已取得较多成果,如参数微扰法(OGY 方法)<sup>[8-9]</sup>、时滞反馈控制法<sup>[10]</sup>、自适应控制法<sup>[11]</sup>、滑模控制法<sup>[12-13]</sup>等.滑模变结构控制法是通过控制器进行来回切换将系统控制到预定的状态,因此该系统具有很强的鲁棒性.基于以上研究,本文研究一类含有平方项和 5 次幂项的 Van der Pol-Duffing 系统的滑模变结构控制问题,并在系统参数已知和未知的两种情况下分别通过构造有效的变结构滑模控制器,将该系统控制到预期的运动状态.

## 1 模型的描述

Van der Pol-Duffing 系统的一般方程为

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + ax + bx^3 = f \cos(\omega t + \phi). \quad (1)$$

式中:  $x$  为系统的状态变量,  $\mu$  为阻尼系数,  $a$  和  $b$  分别为线性和非线性刚性系数,  $f$  为外力激励的振幅,  $\omega$  为外力激励的频率,  $\phi$  为外力激励的初相. 系统(1) 具有线性项和非线性 3 次幂项.

文献[7] 给出了一类改进的 Van der Pol-Duffing 系统,该系统同时含有平方项和 5 次幂项,其动力学方程为

$$\ddot{x} - b(1 - x^2)\dot{x} + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^5 = f \cos(\omega t + \phi). \quad (2)$$

其中  $a_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) 和  $b$  为系统参数,其余字母的含义与系统(1) 中的相同字母所表示的意义相同. 与系统(1) 相比可知,系统(2) 增加了两个高次项,因此系统(2) 的动力学行为更加复杂.

系统(2) 可进一步写成如下形式的微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = b(1 - x^2)y - a_1x - a_2x^2 - a_3x^3 - a_4x^5 + f \cos(\omega t + \phi). \end{cases} \quad (3)$$

采用 Runge-Kutta 方法对系统(3) 进行数值仿真,参数取  $a_1 = -1.5$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = 1.2$ ,  $a_4 = 2.5$ ,  $f = 6$ ,  $\omega = 2$ ,  $\phi = 0$ , 初值条件为  $x(0) = 0.5$ ,  $y(0) = 0.3$ . 系统(3) 的状态变量  $x$  随参数  $b$  变化的分岔图如图 1 所示. 从图 1 可以看出,在其他参数一定的情况下,随着参数  $b$  的变化系统出现了周期运动、倍周期分岔、混沌等现象,由此表明系统具有非常复杂的动力学行为. 从图 1 还可以看出,当参数  $b = -1$  时,系统处于混沌状态. 当参数  $b = -1$  时,系统(3) 的 Lyapunov 指数谱如图 2 所示. 从图 2 可以看出,当参数  $b = -1$  时,系统(3) 有一个 Lyapunov 指数 ( $\lambda_1 = 1.2393$ ) 大于 0,这说明在给定的参数条件下系统(3) 处于混沌运动状态,并具有如图 3 所示的混沌吸引子相图.

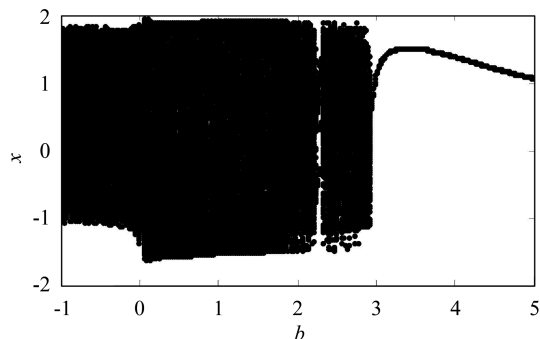


图 1 状态变量  $x$  随参数  $b$  变化的分岔图

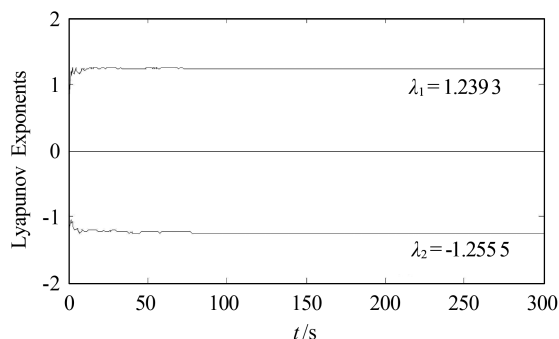


图 2 系统(3) 的 Lyapunov 指数谱

## 2 系统参数已知的滑模变结构控制

描述参数已知的受控 Van der Pol-Duffing 系统的方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = b(1 - x_1^2)x_2 - a_1x_1 - a_2x_1^2 - a_3x_1^3 - a_4x_1^5 + f\cos(\omega t + \phi) + u, \end{cases} \quad (4)$$

式中  $u$  是滑模控制器. 参数取  $a_1 = -1.5, a_2 = 3, a_3 = 1.2, a_4 = 2.5, f = 6, \omega = 2, \phi = 0, b = -1$ , 并将系统(4)跟踪控制到任意二阶可微有界信号  $y$ , 且定义误差为  $e_1 = x_1 - y, e_2 = x_2 - \dot{y}$ , 由此可将误差系统的动力学方程描述为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = x_2 - \dot{y} = e_2, \\ \dot{e}_2 = b[1 - (e_1 + y)^2](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + f\cos(\omega t) - \ddot{y} + u. \end{cases} \quad (5)$$

为了使误差系统(5)的零解是渐近稳定的, 需要对系统(4)进行滑模控制, 为此选取的滑模面为

$$\tau = ke_1 + e_2, \quad (6)$$

式中  $k > 0$ . 根据霍尔维茨定理可知, 式(6)是渐近稳定的.

为了实现系统(4)的运动状态能在有限时间内到达并稳定于式(6), 需构造有效的滑模控制器. 首先选取 Lyapunov 函数  $V = \tau^2$ , 显然  $V > 0$ . 对 Lyapunov 函数沿式(5)对时间  $t$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = 2\tau\dot{\tau} = 2(ke_1 + e_2)(k\dot{e}_1 + \dot{e}_2) = 2(ke_1 + e_2)\{ke_2 + b[1 - (e_1 + y)^2](e_2 + \dot{y}) - \\ a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + f\cos(\omega t) - \ddot{y} + u\}. \end{aligned} \quad (7)$$

为了使得  $\dot{V} < 0$ , 控制器  $u$  需要满足  $u = \begin{cases} u^+, & \tau > 0; \\ u^-, & \tau < 0. \end{cases}$  其中  $u^+$  和  $u^-$  分别满足

$$\begin{cases} ke_2 + b[1 - (e_1 + y)^2](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + \\ f\cos(\omega t) - \ddot{y} + u^+ < 0, \\ ke_2 + b[1 - (e_1 + y)^2](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + \\ f\cos(\omega t) - \ddot{y} + u^- > 0. \end{cases}$$

因为混沌系统(4)和追踪信号  $y$  是有界的, 因此误差  $e_1$  和  $e_2$  以及函数  $g(e_1, e_2, y) = ke_2 + b[1 - (e_1 + y)^2](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + f\cos(\omega t) - \ddot{y}$  也是有界的. 设  $l_1 < g(e_1, e_2, y) < l_2$ ,  $l_1$  和  $l_2$  为实数, 则根据以上构造的变结构滑模控制器为

$$u = \begin{cases} u^+ = -l_2, & \tau > 0; \\ u^- = -l_1, & \tau < 0. \end{cases} \quad (8)$$

**定理 1** 若选取变结构滑模控制器(8), 则误差系统(5)能够在有限时间内到达并稳定于式(6), 即混沌系统(4)能够在有限时间内稳定跟踪到信号  $y$ .

下面利用数值仿真验证定理 1 的正确性. 任意选取二阶可导的连续有界信号  $y = \cos t$ , 取  $k = 1$ , 其余参数已知, 初值条件为  $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = 0.3$ . 由  $l_1 < g(e_1, e_2, y) < l_2$  和式(8)可知, 若要得到对系统所要施加的变结构滑模控制器的具体形式, 需求出函数  $g(e_1, e_2, y)$  的上、下界. 函数  $g(e_1, e_2, y)$  随时间变化的序列图如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 函数  $g(e_1, e_2, y)$  的上、下确界分别是 80 和 -80. 根据式(8), 本文取  $l_1 = -80$  和  $l_2 = 80$  对系统(4)进行控制, 结果如图 5 所示.

从图 5 可以看出, 滑模变结构控制器(8)对系统(4)的跟踪控制效果较为理想. 其中: 图 5(a) 中的误差曲线快速趋向于零刻度线, 说明状态变量曲线快速趋向目标曲线; 图 5(b) 中的状态曲线  $x_1$  能够快速追踪目标曲线  $\cos t$ , 说明所构造的变结构滑模控制器(8)能够对系统(4)进行有效控制. 根据误差的定义, 当  $e_1 = x_1 - \cos t \rightarrow 0, e_2 = x_2 + \sin t \rightarrow 0$  时,  $x_1 \rightarrow \cos t, x_2 \rightarrow -\sin t$ , 这说明滑模控制器(8)将图 3 所示的混沌曲线控制到了单位圆上(如图 5(c) 所示).

在数值仿真中,  $l_2$  和  $l_1$  也可分别取函数  $g(e_1, e_2, y)$  的任意上、下界, 并且  $l_2$  和  $l_1$  取值的绝对值越大, 混沌系统(4)稳定跟踪到预设信号的时间越短. 因此, 只要  $l_2$  和  $l_1$  取较大的绝对值就可使混沌系统(4)跟踪到预设信号, 从而使控制器的选取变得更加简单.

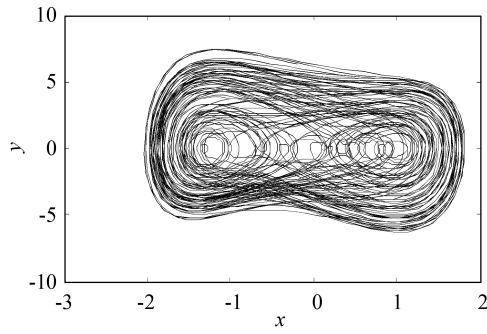


图 3 系统(3)的混沌吸引子相图

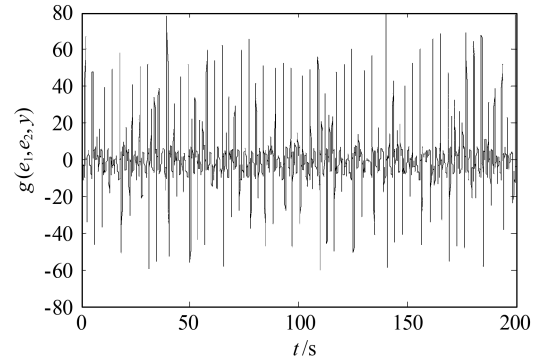
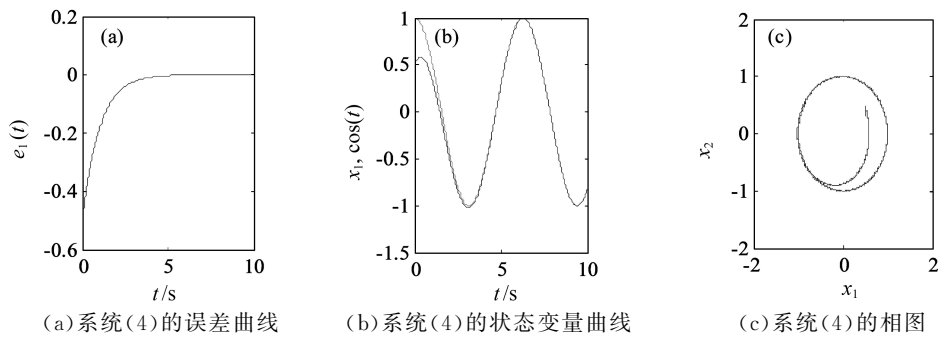
图 4 函数  $g(e_1, e_2, y)$  随时间变化的序列图

图 5 滑模控制器(8)对系统(4)的控制效果

### 3 参数未知系统的变结构滑模控制

描述参数未知的受控 Van der Pol-Duffing 系统的方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = (x_1^2 - 1)x_2 - a_1 x_1 - a_2 x_1^2 - a_3 x_1^3 - a_4 x_1^5 + f \cos(\omega t + \phi) + u. \end{cases} \quad (9)$$

式中  $u$  是自适应滑模变结构控制器, 参数向量  $\mathbf{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  是未知的. 假设将系统(9)跟踪控制到任意二阶可微的连续有界信号  $y$ , 且设误差为  $e_1 = x_1 - y$ ,  $e_2 = x_2 - \dot{y}$ , 则由系统(9)可给出误差系统的动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = x_2 - \dot{y} = e_2, \\ \dot{e}_2 = [(e_1 + y)^2 - 1](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + f \cos(\omega t) - \ddot{y} + u. \end{cases} \quad (10)$$

为了使误差系统(5)的零解是渐近稳定的, 需对其进行滑模控制, 为此选取的滑模面为

$$\tau = e_1 + e_2. \quad (11)$$

根据霍尔维茨定理可知, 式(11)是渐近稳定的. 选取 Lyapunov 函数  $V = \tau^2 + \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}}$ , 式中  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}$  ( $\hat{\mathbf{A}}$  为未知参数自适的估计量), 显然  $V > 0$ . 对 Lyapunov 函数关于时间  $t$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = 2\tau\dot{\tau} + 2\tilde{\mathbf{A}}^T \dot{\tilde{\mathbf{A}}} &= 2\tau(\dot{e}_1 + \dot{e}_2) + 2\tilde{\mathbf{A}}^T \dot{\tilde{\mathbf{A}}} = 2\tau\{e_2 + [(e_1 + y)^2 - 1](e_2 + \dot{y}) - a_1(e_1 + y) - \\ &\quad a_2(e_1 + y)^2 - a_3(e_1 + y)^3 - a_4(e_1 + y)^5 + f \cos(\omega t) - \ddot{y} + u\} + 2\tilde{\mathbf{A}}^T \dot{\tilde{\mathbf{A}}}. \end{aligned} \quad (12)$$

为了使  $\dot{V} < 0$ , 将自适应滑模变结构控制器和未知参数的自适应律设置为

$$\begin{cases} u = -e_2 - [(e_1 + y)^2 - 1](e_2 + \dot{y}) + \hat{a}_1(e_1 + y) + \hat{a}_2(e_1 + y)^2 + \\ \quad \hat{a}_3(e_1 + y)^3 + \hat{a}_4(e_1 + y)^5 + \ddot{y} - f \operatorname{sgn}(\tau), \\ \dot{\hat{\mathbf{A}}} = [- (e_1 + y), - (e_1 + y)^2, - (e_1 + y)^3, - (e_1 + y)^5] \tau. \end{cases} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & 2\tau \{-\tilde{a}_1(e_1 + y) - \tilde{a}_2(e_1 + y)^2 - \tilde{a}_3(e_1 + y)^3 - \tilde{a}_4(e_1 + y)^5 + f \cos(\omega t) - f \operatorname{sgn}(\tau)\} + \\ & 2\{\tilde{a}_1(e_1 + y) + \tilde{a}_2(e_1 + y)^2 + \tilde{a}_3(e_1 + y)^3 + \tilde{a}_4(e_1 + y)^5\}\tau = 2\tau f \cos(\omega t) - 2\tau f \operatorname{sgn}(\tau). \end{aligned}$$

因为  $2\tau f \cos(\omega t) - 2\tau f \operatorname{sgn}(\tau) \leq 0$ , 所以  $\dot{V} \leq 0$ .

**定理 2** 若选取自适应变结构滑模控制器和未知参数辨识法则(13), 则误差系统(10)能够在有限时间内到达并稳定于式(11), 即混沌系统(9)能够在有限时间内稳定跟踪到信号  $y$ .

下面利用数值仿真验证定理 2 的正确性. 任意选取二阶可导的连续有界信号  $y = \sin t$ , 初值条件取  $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = 0.3$ , 固有参数值为  $a_1 = -1.5, a_2 = 3, a_3 = 1.2, a_4 = 2.5, f = 6, \omega = 2, \phi = 0$ . 由式(13)可知, 对系统(9)施加的自适应变结构控制器以及未知参数的辨识法则可分别表示为:

$$\begin{aligned} u = & -(x_2 - \cos t) + (1 - x_1^2)x_2 + \hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_1^2 + \hat{a}_3 x_1^3 + \hat{a}_4 x_1^5 - \\ & \sin t - 6\operatorname{sgn}(x_1 + x_2 - \sin t - \cos t); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_1 = -x_1(x_1 + x_2 - \sin t - \cos t), \\ \dot{\hat{a}}_2 = -x_1^2(x_1 + x_2 - \sin t - \cos t), \\ \dot{\hat{a}}_3 = -x_1^3(x_1 + x_2 - \sin t - \cos t), \\ \dot{\hat{a}}_4 = -x_1^5(x_1 + x_2 - \sin t - \cos t). \end{cases} \quad (15)$$

对系统(9)施加自适应变结构滑模控制器(14)后得到的对信号  $y = \sin t$  的跟踪效果如图 6 所示. 从图 6 可以看出, 自适应滑模控制器(14)对系统(9)的跟踪控制效果较为理想. 其中: 图 6(a) 中的误差曲线快速稳定于零刻度线, 说明状态变量曲线快速趋向目标曲线; 图 6(b) 中的状态变量曲线  $x_1$  快速追踪到目标曲线  $\sin t$ , 说明所构造的自适应滑模控制器(14)能够对系统(9)进行有效的控制. 根据误差的定义, 当  $e_1 = x_1 - \sin t \rightarrow 0, e_2 = x_2 - \cos t \rightarrow 0$  时,  $x_1 \rightarrow \sin t, x_2 \rightarrow \cos t$ , 说明自适应滑模控制器(14)将图 3 所示的混沌曲线控制到了单位圆上, 如图 6(c) 所示.

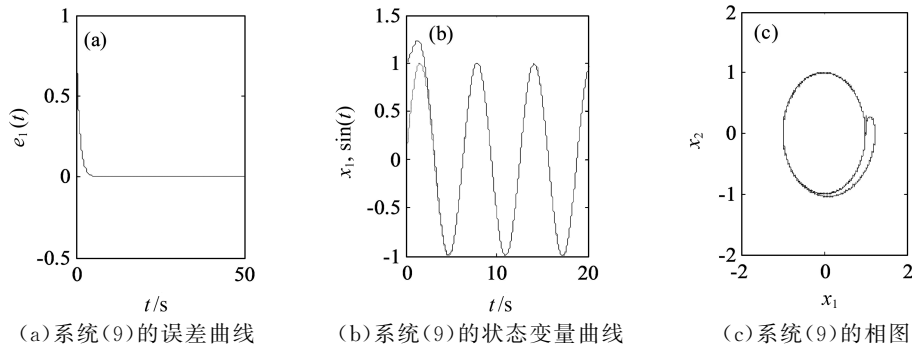


图 6 自适应滑模控制器(14)对系统(9)的控制效果

## 4 结论

本文基于 Lyapunov 指数理论和分岔理论对一类含有平方项和 5 次幂项的 Van der Pol-Duffing 系统进行研究, 发现该系统具有非常复杂的动力学行为(包括周期运动、倍周期分岔、混沌运动等). 通过构造两类简单的变结构滑模控制器对该系统的混沌行为进行跟踪控制发现, 该系统在参数已知和未知两种情况下均能够被跟踪控制到预期的运动状态. 研究还表明, 在系统参数已知的情况下, 该系统的变结构滑模控制器的选取非常简单, 只要  $l_2$  和  $l_1$  取绝对值较大的数值就可使该系统能够跟踪到预设的信号, 且绝对值越大, 控制所需的时间越短.

(下转第 63 页)

- 123.
- [7] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I[J]. Information Sciences, 1975, 8(3):199-249.
  - [8] 陈瑶,毛雅洁,赵涛,等. 两轮移动巡检机器人的区间二型模糊滑模控制[J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(10):27-33.
  - [9] 马飞越,韩吉霞,牛勃,等. 基于区间二型模糊终端滑模控制的飞行器姿态控制[J]. 空间控制技术与应用, 2019, 45(5):22-28.
  - [10] 张双,赵涛,佃松宜,等. 机械臂的区间二型模糊超螺旋滑模控制[J]. 空间控制技术与应用, 2019, 45(3):44-52.
  - [11] ARAS C, KAYNAK O. Interval type-2 fuzzy neural system based control with recursive fuzzy C-means clustering[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2014, 16(3):317-326.
  - [12] 于仲安,杨国亮. 基于大脑情感学习模型的参考自适应液压伺服控制系统研究[J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(3):671-673.
  - [13] BALKENIUS C, MOREÅN J. Emotional learning: a computational model of the amygdala[J]. Cybernetics and Systems, 2001, 32(6): 611-636.
  - [14] 赵国新,宋玉宝,王安,等. 大脑情感学习控制器的两关节机器人运动控制[J]. 机械设计与制造, 2019(8):139-141.
  - [15] 黄国勇,王道波,甄子洋. 基于大脑情感学习的推力矢量无人机姿态控制[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(12):2954-2957.
  - [16] LUCAS C, SHAHMIRZADI D, SHEIKHOESLAMI N. Introducing BELBIC: brain emotional learning based intelligent controller[J]. International Journal of Intelligent Automation and Soft Computing, 2004, 10(1):11-22.
  - [17] CHUNG C C, LIN C M. Fuzzy brain emotional learning control system design for nonlinear systems[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2015, 17(2):117-128.
  - [18] CHUNG C C, LIN C M. Fuzzy brain emotional cerebellar model articulation control system design for multi-input multi-output nonlinear[J]. Acta Polytechnica Hungarica, 2015, 12(4):39-58.

~~~~~  
(上接第 31 页)

## 参考文献:

- [1] 刘秉正,彭建华. 非线性动力学[M]. 北京:高等教育出版社,2004:27-35.
- [2] RAJASEKAR S, MURALI K, LAKSHMANAN M. Control of chaos by nonfeedback methods in a simple electronic circuit system and fitzhugh-nagumo equation[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1997, 8(9):1545-1558.
- [3] 符五久. Duffing-Vander Pol 系统的 Hopf 分岔[J]. 振动与冲击, 2010, 29(7):204-209.
- [4] 石艳香. 三阱 Duffing-Van der Pol 系统的分支与混沌[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2019, 42(3):517-525.
- [5] 刘坤峰,靳艳飞. 相关白噪声激励下双稳态 Duffing-Van der Pol 系统的随机分岔[J]. 动力学与控制学报, 2019, 17(2):1-7.
- [6] BALA SHUNMUGA JOTHI V, SELVARAJ S, CHINNATHAMBI V, et al. Bifurcations and chaos in two-coupled periodically driven four-well Duffing-van der Pol oscillators[J]. Chinese Journal of Physics, 2017, 55(5):1849-1856.
- [7] 秦爽,张建刚,杜文举,等. 一类 Van der Pol-Duffing 系统的 Hopf 分岔控制[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 2017, 41(1):24-31.
- [8] 吴德华,林毅. 基于混沌的汇流瓶颈区交通流模糊控制与仿真研究[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2017, 34(6):110-114.
- [9] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos[J]. Physics Review Letters, 1990, 64(11):1196-1199.
- [10] 徐昌进. Arneodo 混沌动力系统的时滞反馈控制[J]. 西南大学学报(自然科学版), 2013, 35(3):1-8.
- [11] LI D K. Modified functional projective synchronization of the unidirectional and bidirectional hybrid connective star network with coupling time-delay[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2019, 24(4):321-328.
- [12] 程春蕊,毛北行. 参数未知的分数阶不确定 Rössler 混沌系统的自适应滑模同步[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(8):186-191.
- [13] CHEN X Y, PARK J H, CAO J D, et al. Sliding mode synchronization of multiple chaotic systems with uncertainties and disturbances[J]. Applied Mathematics and Computation, 2017, 308:161-173.