

文章编号: 1004-4353(2020)03-0203-07

基于频率调制和双冷却通道的 机械振子的基态冷却

高晓元¹, 王铁², 管思宇¹, 杨珺雅¹, 朱爱东^{1*}

(1. 延边大学 理学院, 吉林 延吉 133002; 2. 哈尔滨工业大学 理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 基于光-电力学系统提出了一个机械振子的基态冷却方案. 在该系统中, 机械振子的一端通过辐射压力与光学腔耦合, 另一端通过电容与超导微波腔耦合, 通过对光腔、微波腔和机械振子进行周期性的频率调制将机械振子冷却到基态. 采用协方差矩阵的方法对冷却动力学进行了数值模拟与分析, 结果表明采用双冷却通道和频率调制所得的冷却速率远高于标准单腔光力系统, 并且该系统可有效抑制斯托克斯加热过程, 因此本文方案可有效提高机械振子的冷却效率.

关键词: 光-电机械耦合系统; 基态冷却; 频率调制

中图分类号: O413.2

文献标志码: A

Ground-state cooling of a mechanical oscillator based on frequency modulation and dual-cooling channel

GAO Xiaoyuan¹, WANG Tie², GUAN Siyu¹, YANG Junya¹, ZHU Aidong^{1*}

(1. College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China;

2. College of Science, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A scheme of ground-state cooling for a mechanical oscillator is proposed based on an opto-electro-mechanical system, in which the oscillator is coupled to an optical cavity through radiation pressure and simultaneously coupled to a superconducting microwave through efficient capacitance. Meanwhile the periodical frequency modulations are applied to the optical, microwave, and mechanical modes, respectively. By using the covariance matrix method, the cooling dynamics is simulated and analyzed numerically. The results show that the cooling rate obtained by using the double channel and frequency modulations is faster than the standard optomechanical system with a single cavity. Meanwhile, the Stokes heating processes can be suppressed effectively and the cooling efficiency can be improved with this system.

Keywords: opto-electro-mechanical system; ground-state cooling; frequency modulations

0 引言

腔光力学系统不仅能为研究物理系统的宏观量子行为提供合适的平台, 而且在宏观量子纠缠^[1-2]、态转移^[3]、量子信息处理^[4-6]、光存储等方面具有潜在的应用价值; 因此, 近年来腔光力学系统受到学者们的关注. 研究表明, 在腔光力学系统中腔场和机械振子之间的辐射压力是由光自身携带的能量作用于机械振子而产生的动量变化引起的^[7-8]. 由于机械振子在与光场相互作用过程中不可避免地会受到环境热噪声的影响, 因此为了尽可能地抑制环境的热涨落效应, 必须将机械振子冷却到量子基态^[9]. 目前, 已

收稿日期: 2020-03-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11564041)

* 通信作者: 朱爱东(1968—), 女, 博士, 教授, 研究方向为量子信息学和量子光学.

有学者在实验上提出了多种冷却机械振子的方案,如反馈冷却^[10]、电磁诱导透明冷却^[11]、边带冷却^[12]、时间控制冷却以及反作用冷却^[13]等.上述方案大多是在可分辨边带机制下实现机械振子的基态冷却,但在不可分辨边带机制下仅利用标准光力系统是难以实现基态冷却的^[14].为此,有学者在标准的光机械系统中引入了一些辅助系统,如原子系综^[15]、四能级原子^[16]和辅助腔^[17]等,以此改变光学模和机械模之间的可控辐射压力,找到抑制斯托克斯边带跃迁的最佳参数条件.与上述方案不同,本文在超导微波电路、光学腔和机械振子组成的三模系统中通过电力和光力的相互作用建立两个冷却通道,这种双冷却通道的协同效果可打破可分辨边带机制的限制,提高冷却效率.

1 物理模型及哈密顿量

图 1 为光力-电力系统结构示意图,它由 1 个光学腔、1 个微波腔和 1 个机械振子组成.机械振子的一端通过辐射压力与光学腔耦合,另一端通过镀有高反射膜的鼓型电容器与超导微波腔耦合;超导微波腔由共平面传输线组成;用于驱动光学腔的激光频率为 ω_1 , 振幅为 ϵ_1 ; 驱动微波腔的激光频率为 ω_D , 振幅为 ϵ_2 ; 光学腔和微波腔的本征频率分别为 ω_1 和 ω_2 , 机械振子的本征频率为 ω_m . 该系统的哈密顿

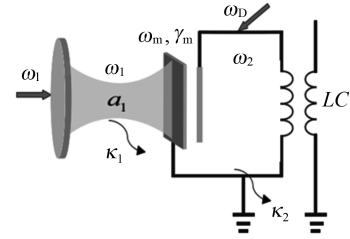


图 1 光-电机械系统的结构示意图

$$H_t = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_m^2 q^2 + \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \frac{\Phi^2}{2L} + \frac{Q^2}{2C} - \hbar g_1 x_{zp} a_1^\dagger a_1 q - \frac{q\beta Q^2}{2dC} + \hbar(\epsilon_1 a_1^\dagger e^{-i\omega_1 t} + \epsilon_1^* a_1 e^{i\omega_1 t}) + \frac{1}{2}E(t)\Phi. \quad (1)$$

在公式(1)的第 1 行中,前两项表示质量为 m 的机械振子的自由能, (q, p) 分别代表机械振子的位置和动量算符,它们满足正则对易关系 $[q, p] = i\hbar$; 第 3 项表示光学腔的自由能, $a_1 (a_1^\dagger)$ 表示光学腔的湮灭(产生)算符;第 4 项和第 5 项代表超导微波腔哈密顿的经典描述,其正则坐标 (Q, Φ) 分别表示电容 C 上的电荷和通过电感 L 的磁通量,它们满足正则对易关系 $[Q, \Phi] = i\hbar$; 最后 1 项表示光学腔和机械振子之间的耦合, g_1 为耦合强度, $x_{zp} (x_{zp} = \left(\frac{\hbar}{2m\omega_m}\right)^{\frac{1}{2}})$ 是机械振子的零点涨落. 在公式(1)的第 2 行中,第 1 项表示机械振子和微波腔之间的耦合,其中 $\beta = \frac{C_0}{C}$ (C_0 是平衡电容), d 是平衡板的间距;最后 2 项代表激光驱动腔场的作用,其中 $E(t) (E(t) = i\sqrt{2\hbar\omega_2 L\epsilon_2} (e^{-i\omega_D t} + e^{i\omega_D t}))$ 表示进入微波电路的微波驱动场.

为了量子化机械振子和超导微波腔,引入机械模的产生(湮灭)算符 $b^\dagger (b)$ 和超导微波腔产生(湮灭)算符 $a_2^\dagger (a_2)$:

$$b = \sqrt{\frac{m\omega_m}{2\hbar}} \hat{q} + \frac{i}{\sqrt{2\hbar m\omega_m}} \hat{p}, \quad a_2 = \sqrt{\frac{\omega_2 L}{2\hbar}} \hat{Q} + \frac{i}{\sqrt{2\hbar\omega_2 L}} \hat{\Phi}. \quad (2)$$

根据式(2),式(1)可以改写为

$$H_{\text{tot}} = \hbar\omega_m b^\dagger b + \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2 - \hbar g_1 x_{zp} a_1^\dagger a_1 q - \frac{1}{2}g_2 (a_2^\dagger + a_2)^2 (b^\dagger + b) + \hbar(\epsilon_1 a_1^\dagger e^{-i\omega_1 t} + \epsilon_1^* a_1 e^{i\omega_1 t}) + \hbar(\epsilon_2 e^{-i\omega_D t} + \epsilon_2^* e^{i\omega_D t}) (a_2 + a_2^\dagger), \quad (3)$$

其中 g_2 为有效电机械耦合强度, $g_2 \equiv \frac{\beta\omega_2}{2d} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_m}}$.

为了方便分析,利用旋转算符 $U = \exp[-i(\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_D a_2^\dagger a_2)t]$ 将上述哈密顿变换到关于驱动场的旋转框架下,同时忽略快速振荡项,由此系统的哈密顿量可以改写为

$$H'_t = U^+ H U - iU^+ \dot{U} = \omega_m b^\dagger b + \Delta_1 a_1^\dagger a_1 + \Delta_2 a_2^\dagger a_2 - g_1 a_1^\dagger a_1 (b^\dagger + b) - g_2 a_2^\dagger a_2 (b^\dagger + b) + (\epsilon_1 a_1^\dagger + \epsilon_1^* a_1) + (\epsilon_2 a_2^\dagger + \epsilon_2^* a_2), \quad (4)$$

其中 Δ_1 ($\Delta_1 = \omega_1 - \omega_l$) 和 Δ_2 ($\Delta_2 = \omega_2 - \omega_D$) 分别是光学腔和微波腔与各自的驱动激光之间的失谐量. 考虑到阻尼和噪声对系统的影响, 上述系统的动力学演化可以用如下非线性量子朗之万方程描述:

$$\begin{aligned} \dot{b} &= -(\gamma_m + i\omega_m)b + ig_1 a_1^\dagger a_1 + ig_2 a_2^\dagger a_2 + \sqrt{2\gamma_m} b_{in}(t), \\ \dot{a}_1 &= -(\kappa_1 + i\Delta_1)a_1 + ig_1 a_1 (b^\dagger + b) - i\epsilon_1 + \sqrt{2\kappa_1} a_{1,in}(t), \\ \dot{a}_2 &= -(\kappa_2 + i\Delta_2)a_2 + ig_2 a_2 (b^\dagger + b) - i\epsilon_2 + \sqrt{2\kappa_2} a_{2,in}(t), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 γ_m 为机械振子的衰减率, κ_1 为光学腔的衰减率, κ_2 为微波腔的衰减率. 以上3个模的噪声算符 b_{in} 、 $a_{1,in}$ 和 $a_{2,in}$ 满足如下关联关系:

$$\begin{aligned} \langle b_{in}(t)b_{in}^\dagger(t') \rangle &= (n_m + 1)\delta(t - t'), \\ \langle a_{1,in}(t)a_{1,in}^\dagger(t') \rangle &= (N_1 + 1)\delta(t - t'), \\ \langle a_{2,in}(t)a_{2,in}^\dagger(t') \rangle &= (N_2 + 1)\delta(t - t'). \end{aligned} \quad (6)$$

其中 N_1 和 N_2 分别为光学腔和微波腔的热声子数, n_m 为机械振子环境下的热激发数. 可假定 $N_1 \simeq 0$, $N_2 \simeq 0$ ^[18].

为了探讨机械振子的冷却机制, 本文将算符表示为 $O = \langle O \rangle + \delta O$, 其中 O 表示算符 a_1 、 a_2 和 b , $\langle O \rangle$ 表示算符 O 的经典平均值, δO 表示算符对应的量子涨落. 则线性化的哈密顿量可以表示为

$$H_L = \omega_m \delta b^\dagger \delta b + \Delta'_1 \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \Delta'_2 \delta a_2^\dagger \delta a_2 - (G_1 \delta a_1^\dagger + G_1^* \delta a_1)(\delta b^\dagger + \delta b) - (G_2 \delta a_2^\dagger + G_2^* \delta a_2)(\delta b^\dagger + \delta b), \quad (7)$$

其中 Δ'_1 ($\Delta'_1 = \Delta_1 - g_1(\beta + \beta^*)$) 表示光学腔的有效失谐, Δ'_2 ($\Delta'_2 = \Delta_2 - g_2(\beta + \beta^*)$) 表示微波腔的有效失谐, G_1 ($G_1 = g_1 \alpha_1$) 表示线性化后的有效光力耦合强度, G_2 ($G_2 = g_2 \alpha_2$) 表示有效电力耦合强度. 式(7)中包含分束器作用项 ($G_j \delta a_j^\dagger \delta b + G_j^* \delta a_j \delta b^\dagger$) 和双模压缩项 ($G_j \delta a_j^\dagger \delta b^\dagger + G_j^* \delta a_j \delta b$) ($j=1,2$). 分束器的共振作用虽然是增强反斯托克斯过程的必要前提, 但由于反斯托克斯过程存在严格的限制, 如弱光力耦合和较小的腔衰减率等, 因此在实验上实现冷却机械振子仍具有较大难度. 为了打破上述限制, 本文在系统中引入频率调制^[19], 即使系统具有频率调制的哈密顿量:

$$H_M = \omega_m b^\dagger b + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 - g_1 a_1^\dagger a_1 (b^\dagger + b) - g_2 a_2^\dagger a_2 (b^\dagger + b) + (\epsilon_1 a_1^\dagger e^{-i\omega_1 t} + \epsilon_1^* a_1 e^{i\omega_1 t}) + (\epsilon_2 a_2^\dagger e^{-i\omega_D t} + \epsilon_2^* a_2 e^{i\omega_D t}) + \frac{1}{2} \xi \nu \cos(\nu t) (b^\dagger b + a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2). \quad (8)$$

其中 ξ 是调制振幅, ν 是调制频率. 式(8)的计算方法与式(7)相同, 且在强驱动条件下忽略非线性项后可得到具有频率调制的系统哈密顿量:

$$H_{LM} = \omega_m \delta b^\dagger \delta b + \Delta'_1 \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \Delta'_2 \delta a_2^\dagger \delta a_2 - (G_1 \delta a_1^\dagger + G_1^* \delta a_1)(\delta b^\dagger + \delta b) - (G_2 \delta a_2^\dagger + G_2^* \delta a_2)(\delta b^\dagger + \delta b) + \frac{1}{2} \xi \nu \cos(\nu t) (\delta b^\dagger \delta b + \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \delta a_2^\dagger \delta a_2). \quad (9)$$

为了研究频率调制对系统动力学的影响, 用式

$$\begin{aligned} V_2 &= T \exp \left\{ -i \int_0^t d\tau [\omega_m \delta b^\dagger \delta b + \Delta'_1 \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \Delta'_2 \delta a_2^\dagger \delta a_2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} \xi \nu \cos(\nu t) (\delta b^\dagger \delta b + \Delta'_1 \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \Delta'_2 \delta a_2^\dagger \delta a_2)] \right\} = \\ &\exp \left[-it(\omega_m \delta b^\dagger \delta b + \Delta'_1 \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \Delta'_2 \delta a_2^\dagger \delta a_2) - \frac{i}{2} \xi \sin(\nu t) (\delta b^\dagger \delta b + \delta a_1^\dagger \delta a_1 + \delta a_2^\dagger \delta a_2) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

中的算符对哈密顿进行旋转变换, 其中 T 表示时序算符. 变换后的哈密顿为

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{LM} &= V_2^+ H_{LM} V_2 - iV_2^+ \dot{V}_2 = -G_1 \{ \delta a_1^\dagger \delta b e^{i[(\Delta'_1 + \omega_m)t + \xi \sin(\nu t)]} + \delta a_1^\dagger \delta b e^{i(\Delta'_1 - \omega_m)t} \} - \\ &\quad G_2 \{ \delta a_2^\dagger \delta b e^{i[(\Delta'_2 + \omega_m)t + \xi \sin(\nu t)]} + \delta a_2^\dagger \delta b e^{i(\Delta'_2 - \omega_m)t} \} + \text{H. c.} \end{aligned} \quad (11)$$

根据 Jacobi-Anger 展开式 $e^{i\xi \sin(\nu t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\xi) e^{ik\nu t}$, 式(11) 可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\text{L.M}} = & -G_1 \delta a_1^\dagger \delta b e^{i(\Delta'_1 - \omega_m)t} - G_2 \delta a_2^\dagger \delta b e^{i(\Delta'_2 - \omega_m)t} - \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_1 J_k(\xi) \delta a_1^\dagger \delta b^\dagger e^{i(\Delta'_1 + \omega_m + k\nu)t} - \\ & \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_2 J_k(\xi) \delta a_2^\dagger \delta b^\dagger e^{i(\Delta'_2 + \omega_m + k\nu)t} + \text{H. c.} . \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $J_k(\xi)$ 是第一类贝塞尔函数, k 是整数. 值得注意的是, 在上述计算过程中仅使用了一般的线性化方法, 并未采用其他特殊的方法. 在红失谐条件 ($\Delta'_1 = \Delta'_2 = \omega_m$) 下, 式(12) 中的旋波项处于共振状态, 该状态可以增强机械振子的冷却; 同时由于反旋波项存在失协量 ($\Delta'_i + \omega_m + k\nu$), 耦合强度为 $G_1 J_k(\xi)$ 和 $G_2 J_k(\xi)$, 因此可以通过选择适当的参数 ν 和 ξ 对反旋波项进行独立的调制. 式(12) 中的求和项对应的是不同 k 值时的斯托克斯加热过程. 为了抑制这些斯托克斯加热过程, 应尽可能地减小耦合强度与失协量的比值 $G_1 J_k(\xi)/(2\omega_m + k\nu)$ 和 $G_2 J_k(\xi)/(2\omega_m + k\nu)$. 对于给定的 ν 值, 首先假设 $k = k_0$ 对应于最接近共振条件的斯托克斯加热峰, 即在所有加热边带中失谐量 ($2\omega_m + k_0\nu$) 是最小的; 然后通过选择足够大的调制频率 ν , 就可使对应于 $k_0 \pm 1, k_0 \pm 2, \dots$ 的斯托克斯加热边带更加远离共振条件. 根据贝塞尔函数的性质可知, 总是可以选取一个调制振幅 ξ 满足 $J_{k_0}(\xi) = 0$ ($\xi = 2.4048$), 并且最接近共振条件的加热峰也可以得到抑制. 以上分析表明, 本文方案通过调节 ν 和 ξ 即可实现对斯托克斯过程的有效抑制, 而无频率调制方案只有满足条件 $G_1 \ll 2\omega_m$ 和 $G_2 \ll 2\omega_m$ 时才能抑制斯托克斯加热过程.

2 利用协方差方法分析基态冷却效率

根据线性哈密顿等式(9) 可得系统算符的朗之万方程:

$$\begin{aligned} \delta \dot{b} = & -(\gamma_m + i\omega_m) \delta b + iG_1 \delta a_1^\dagger + iG_1^* \delta a_1 + iG_2 \delta a_2^\dagger + iG_2^* \delta a_2 - \frac{i}{2} \xi \nu \cos(\nu t) \delta b + \sqrt{2\gamma_m} b_{\text{in}}(t), \\ \delta \dot{a}_1 = & -(\kappa_1 + i\Delta'_1) \delta a_1 + iG_1 (\delta b^\dagger + \delta b) - \frac{i}{2} \xi \nu \cos(\nu t) \delta a_1 + \sqrt{2\kappa_1} a_{1,\text{in}}(t), \\ \delta \dot{a}_2 = & -(\kappa_2 + i\Delta'_2) \delta a_2 + iG_2 (\delta b^\dagger + \delta b) - \frac{i}{2} \xi \nu \cos(\nu t) \delta a_2 + \sqrt{2\kappa_2} a_{2,\text{in}}(t). \end{aligned} \quad (13)$$

分别定义腔场和谐振子的正交算符:

$$\begin{aligned} \delta q_b = & (\delta b + \delta b^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta p_b = (\delta b - \delta b^\dagger) / \sqrt{2}, \\ \delta x_1 = & (\delta a_1 + \delta a_1^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta y_1 = (\delta a_1 - \delta a_1^\dagger) / \sqrt{2}, \\ \delta x_2 = & (\delta a_2 + \delta a_2^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta y_2 = (\delta a_2 - \delta a_2^\dagger) / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

再将以上算符对应的噪声算符定义为:

$$\begin{aligned} \delta q_{b,\text{in}} = & (b_{\text{in}} + b_{\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta p_{b,\text{in}} = (b_{\text{in}} - b_{\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}, \\ \delta x_{1,\text{in}} = & (a_{1,\text{in}} + a_{1,\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta y_{1,\text{in}} = (a_{1,\text{in}} - a_{1,\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}, \\ \delta x_{2,\text{in}} = & (a_{2,\text{in}} + a_{2,\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}, \quad \delta y_{2,\text{in}} = (a_{2,\text{in}} - a_{2,\text{in}}^\dagger) / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (15)$$

利用式(14) 和式(15) 中定义的算符可以将方程(13) 写成如下线性化的形式:

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{U} + \mathbf{N}(t). \quad (16)$$

其中 \mathbf{U} 是量子涨落算符的列矢量, \mathbf{N} 是噪声算符的列矢量, $\mathbf{A}(t)$ 是漂移矩阵, 并且

$$\begin{aligned} \mathbf{U} = & [\delta q_b, \delta p_b, \delta x_1, \delta y_1, \delta x_2, \delta y_2]^T, \\ \mathbf{N} = & [\sqrt{2\gamma_m} \delta q_{b,\text{in}}, \sqrt{2\gamma_m} \delta p_{b,\text{in}}, \sqrt{2\kappa_1} \delta x_{1,\text{in}}, \sqrt{2\kappa_1} \delta y_{1,\text{in}}, \sqrt{2\kappa_2} \delta x_{2,\text{in}}, \sqrt{2\kappa_2} \delta y_{2,\text{in}}]^T, \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} -\gamma_m & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_1 & -\gamma_m & 2G_1 & 2G_1 & 2G_2 & 2G_1 \\ -2G_1 & 0 & -\kappa_1 & M_2 & 0 & 0 \\ 2G_1 & 0 & -M_2 & -\kappa_1 & 0 & 0 \\ -2G_2 & 0 & 0 & 0 & -\kappa_2 & M_3 \\ -2G_2 & 0 & 0 & 0 & M_3 & -\kappa_2 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

假定式(17)中耦合强度 $G_i (i=1,2)$ 为实数,且 $M_1 = \omega_m + \frac{1}{2}\xi\nu \cos(\nu t)$, $M_2 = \Delta'_1 + \frac{1}{2}\xi\nu \cos(\nu t)$, $M_3 = \Delta'_2 + \frac{1}{2}\xi\nu \cos(\nu t)$. 根据上述量子涨落的线性动力学和量子噪声零均值的特性,可用 6×6 协方差矩阵的矩阵元定义量子涨落的时间演化,即 $\mathbf{V}_{k,l} = \langle U_k(t)U_l(t) + U_l(t)U_k(t) \rangle / 2$. 当系统处于稳态时,矩阵 \mathbf{V} 满足李雅普诺夫方程

$$\mathbf{A}(t)\mathbf{V}(t) + \mathbf{V}(t)\mathbf{A}^T(t) = -\mathbf{D}, \quad (18)$$

其中与噪声相关的扩散矩阵为

$$\mathbf{D} = \text{diag}\left[\frac{\gamma_m}{2}(2n_m + 1), \frac{\gamma_m}{2}(2n_m + 1), \frac{\kappa_1}{2}(2N_1 + 1), \frac{\kappa_1}{2}(2N_1 + 1), \frac{\kappa_2}{2}(2N_2 + 1), \frac{\kappa_2}{2}(2N_2 + 1)\right].$$

根据协方差矩阵的初始条件 $\mathbf{V}(0) = \text{diag}\left[n_m + \frac{1}{2}, n_m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, 即可求得方程(18)的数值解.

机械振子的最终平均声子数与方差的关系由下式确定:

$$\bar{n} = \frac{1}{2} [\langle \delta q^2 \rangle + \langle \delta p^2 \rangle - 1]. \quad (19)$$

根据式(19)即可以对机械振子的冷却动力学进行数值分析.

为了验证在光力弱耦合和可分辨边带机制下,斯托克斯加热过程能够完全被抑制,本文模拟了平均声子数的演化,结果如图2所示.图2中参数 $\xi = 2.4048$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.05\omega_m$, $\gamma_m = 10^{-5}\omega_m$, $\nu = 10\omega_m$, $n_m = 10^3$. 从图2可见,不同耦合强度下谐振器的最终稳态平均声子数远低于标准的单腔光力学系统,这表明本文提出的方案可有效抑制斯托克斯的加热过程.

为了说明双冷却通道的互补作用,绘制了谐振器的平均声子数随两个腔的衰减率变化的关系图,结果如图3所示.本文假定机械振子的初始声子数与热噪声数相同,并取 $G_1 = G_2 = 0.1\omega_m$, 其他参数与图2的参数相同.以图3(a)中的两个点 $\kappa_{2(1)}$ ($\kappa_{2(1)} \simeq 5.789\omega_m$) 和 $\kappa_{1(2)}$ ($\kappa_{1(2)} \simeq 5.263\omega_m$) 为例进行说明.由 $\kappa_{2(1)}$ 和 $\kappa_{1(2)}$ 可以看出,光学腔和微波腔之间具有互补冷却效应,即一个好的光学腔与一个坏的微波腔之间以及一个好的微波腔与一个坏的光学腔之间的合作,其冷却的平均声子数均低于标准的光力系统 ($\bar{n} = 0.1191$). 对比图3(a)与图3(b)可知,应用频率调制可明显减少非冷却区域.以 $\kappa_1 = \kappa_2 = 3.158\omega_m$ 为例:在没有频率调制(即 $\xi = 0$) 时,平均声子数 $\bar{n} = 29.59$; 而应用频率调制时,平均声子数降低到 $\bar{n} = 0.6349$. 这说明应用频率调制可以有效抑制斯托克斯加热过程,提高冷却效率.

机械振子的冷却速率不仅与两腔的衰减速率有关,还与光力耦合强度密切相关.图4为在红边带机制下的耦合强度与平均声子数的变化关系.图4中 $\kappa_1 = \kappa_2 = 3\omega_m$, 其他参数与图3的参数相同.对比图4(a)和图4(b)可知,存在频率调制时,未冷却的区域呈逐渐减小趋势.在频率调制的作用下,点

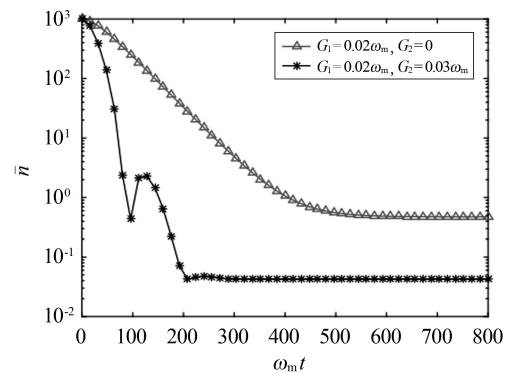


图2 平均声子数随时间的变化关系

$(G_1/\omega_m, G_2/\omega_m) = (0.2105, 0.1316)$ 的最终平均声子数由 1.683 下降到 0.4169, 点 $(0.3421, 0.1316)$ 的平均声子数由 1.247 下降到 0.09735. 这表明系统存在频率调制时, 可通过改变两个腔的耦合强度实现振子的基态冷却.

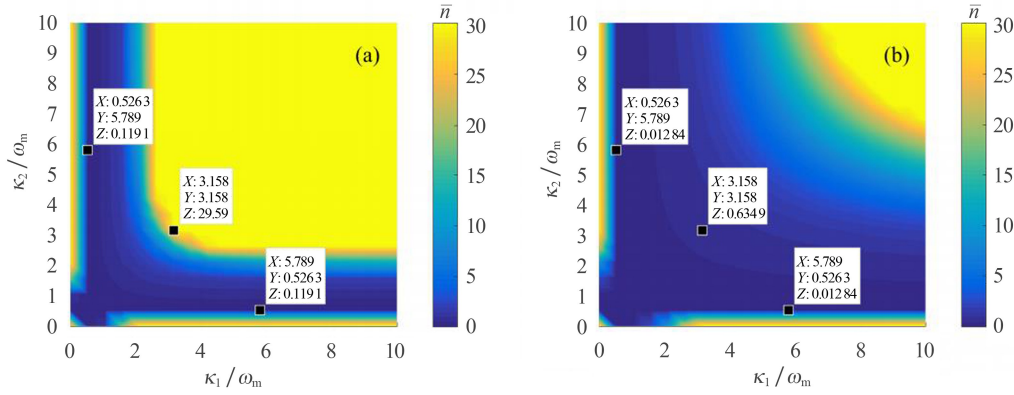


图 3 平均声子数与两腔衰减之间的变化关系

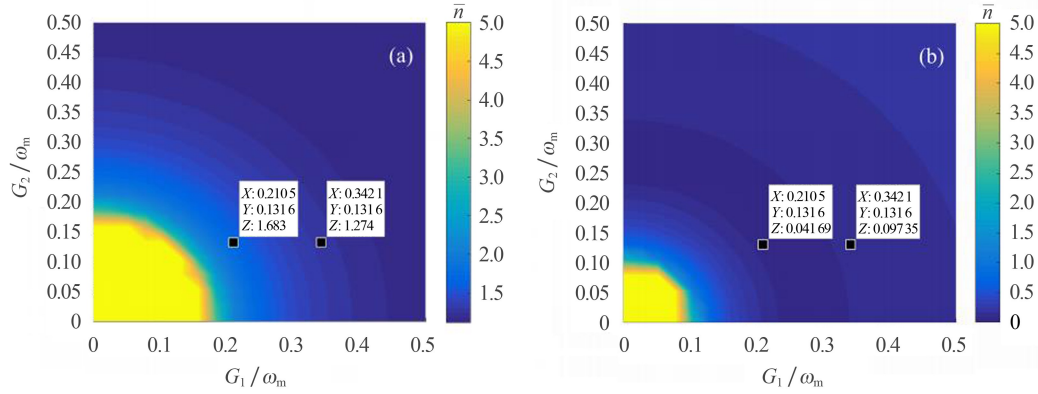


图 4 耦合强度与平均声子数的变化关系

3 异步调制冷却

异步调制的哈密顿量为

$$H_{M1} = \xi_1 \nu_1 \cos(\nu t) b^\dagger b + \xi_2 \nu_2 \cos(\nu t) a_1^\dagger a_1 + \xi_3 \nu_3 \cos(\nu t) a_2^\dagger a_2, \quad (20)$$

其中 $\xi_i (i=1, 2, 3)$ 和 $\nu_i (i=1, 2, 3)$ 分别为机械模、光学腔和微波腔的振幅和频率. 当 $\xi_1 \neq \xi_2$, $\nu_1 = \nu_2$ 时, 类似于式(12)的计算, 相互作用哈密顿可改写为

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & -G_1 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ J_k \left(\frac{\xi_2 - \xi_1}{2} \right) \delta a_1^\dagger \delta b e^{i[(\Delta'_1 - \omega_m + k\nu)t]} + J_k \left(\frac{\xi_2 + \xi_1}{2} \right) \delta a_1^\dagger \delta b^\dagger e^{i(\Delta'_1 + \omega_m + k\nu)t} \right\} - \\ & G_2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ J_k \left(\frac{\xi_3 - \xi_1}{2} \right) \delta a_2^\dagger \delta b e^{i[(\Delta'_2 - \omega_m + k\nu)t]} + J_k \left(\frac{\xi_3 + \xi_1}{2} \right) \delta a_2^\dagger \delta b^\dagger e^{i(\Delta'_2 + \omega_m + k\nu)t} \right\} + \text{H. c.} . \end{aligned} \quad (21)$$

由公式(21)可以看出, 当选择 $\xi_3 = \xi_2$, $\xi_0 = (\xi_2 + \xi_1)/2 = 2.4048$ 时, 不仅可以有效抑制近共振加热过程, 还能增强机械振子的冷却作用. 图 5 为异步调制下的平均声子数的演化图. 图 5 中所取的参数为 $\xi_1 = 2\xi_0 - \xi_2$, $\xi_1 = 2\xi_0 - \xi_3$, $\xi_0 = 2.4048$, $G_1 = G_2 = 0.1\omega_m$, $\Delta'_1 = \Delta'_2 = \omega_m$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 7.5\omega_m$, $\gamma_m = 10^{-5}\omega_m$, $n_m = 10^3$. 由图 5 可明显看出, 对 3 个模应用不同的调制参数也能够提高冷却效率, 其中最佳的冷却效果是通过具有相同振幅的同步调制实现的. 由图 5 的数值模拟结果也可以看出, 本文方案在不可分辨边带机制下可实现基态冷却.

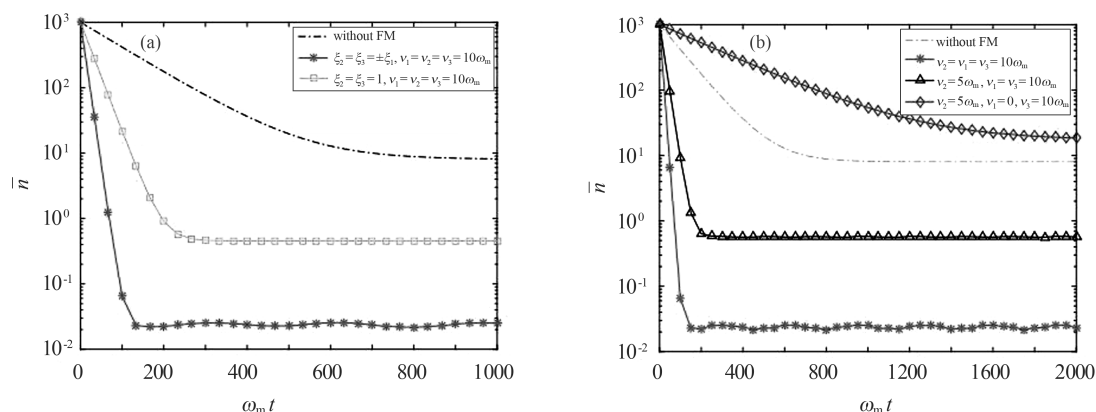


图5 异步调制与平均声子数的变化关系

4 结论

本文基于电机械耦合和光机械耦合的双冷却通道和频率调制提出的机械振子的冷却方案,不仅能有效消除斯托克斯加热过程,大大增强系统的冷却效应,而且还能显著降低系统的平均声子数.数值计算结果表明:双冷却通道的协同冷却可以打破分辨边带机制的限制,与传统的单腔光力系统相比,不仅放宽了实验的实现条件,而且更容易实现机械振子的冷却.本文得到的结果可以为相关的腔光力学研究提供理论参考.

参考文献:

- [1] LIAO J Q, WU Q Q, NORIV F. Entangling two macroscopic mechanical mirrors in a two-cavity optomechanical system[J]. Physical Reviews A, 2014,89(1):014302.
- [2] WANG M, WANG Y D, YOU J Q, et al. Macroscopic quantum entanglement in modulated optomechanics[J]. Physical Reviews A, 2016,94(5):053807.
- [3] MATSUKEVICH D N, KUZMICH A. Quantum state transfer between matter and light[J]. Science, 2004,306(5696):663-666.
- [4] STANNIGEL K, KONNA P, BENNETT S D, et al. Optomechanical quantum information processing with photons and phonons[J]. Physical Review Letters, 2012,109(1):013603.
- [5] LI H K, REN X X, LIU Y C, et al. Photon-photon interactions in a largely detuned optomechanical cavity[J]. Physical Review A, 2013,88(5):053850.
- [6] YAN Y, GU W J, LI G X. Entanglement transfer from two-mode squeezed vacuum light to spatially separated mechanical oscillators via dissipative optomechanical coupling[J]. Science China (Physics, Mechanics & Astronomy), 2015,58(5):1-8.
- [7] KIPPENBERG T J, VAHALA K J. Cavity opto-mechanics[J]. Optics Express, 2007,15(25):17172-17205.
- [8] ZHANG C Y, LI H, PAN G X, et al. Entanglement of movable mirror and cavity field enhanced by an optical parametric amplifier[J]. Chinese Physical B, 2016,25(7):074202.
- [9] LIU Y C, HU Y W, XIAO Y F. Review of cavity optomechanical cooling[J]. Chinese Physical B, 2013,22(11):114213.
- [10] OJANEN T, BØRKJE K. Ground-state cooling of mechanical motion in the unresolved sideband regime by use of optomechanically induced transparency[J]. Physical Review A, 2014,90(1):013824.
- [11] TEUFEL J D, DONNER T, LI D, et al. Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state[J]. Nature (London), 2011,475(7356):359-363.
- [12] ELSTE F, GIRVIN S M, CLERK A A. Quantum noise interference and backaction cooling in cavity nanomechanics[J]. Physical Review Letters, 2009,102(10):207209.
- [13] FENG J S, TAN L, GU H Q, et al. Auxiliary-cavity-assisted ground-state cooling of an optically levitated nanosphere in the unresolved-sideband regime[J]. Physical Review A, 2017,96(6):063818.

由图6可知,本文方法重建图像的平均峰值信噪比(26 dB)均高于文献[2](15 dB)、文献[3](10 dB)、文献[4](16 dB)方法的平均峰值信噪比,由此表明本文方法的单帧字符识别率高于文献[2-4]的方法。

4 结束语

仿真实验表明,本文提出的单帧字符图像重建分辨率增强方法具有较高的特征分辨能力和字符识别率,且优于文献[2-4]中的方法。因此,本文方法在提高车牌号码识别、图像检索、文档图像分析等领域具有良好的应用价值。今后的研究中,我们将对该方法的实际应用做进一步的研究。

参考文献:

- [1] 魏光杏,周献中,卜锡滨. 基于模糊C均值与人工蜂群优化的灰度图像分割[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2019, 55(2): 250-254.
- [2] 李键红,吴亚榕,吕巨建. 基于自相似性与多任务高斯过程回归的单帧图像超分辨率重建[J]. 光学精密工程, 2018, 26(11): 2814-2826.
- [3] 赵丽玲,孙权森,张泽林. 基于深度学习特征字典的单帧图像超分辨率重建[J]. 数据采集与处理, 2018, 33(4): 740-750.
- [4] 苏健民,杨岚心. 基于生成对抗网络的单帧遥感图像超分辨率[J]. 计算机工程与应用, 2019, 55(12): 202-207.
- [5] 余玛俐,张海. 基于低秩矩阵填充与全变分约束的HDR成像[J]. 计算机工程, 2019, 45(4): 262-266.
- [6] GRAF B L, ROJO L E, DELATORRE-HERRERA J. ChromoTrace: Reconstruction of 3D chromosomal configurations by super-resolution microscopy[J]. Food Chemistry, 2017, 131(2): 387-396.
- [7] MOON H M, CHANG H S, PAN S B. A low-cost media quality enhancement resolution up-conversion for mobile cloud[J]. Journal of Supercomputing, 2017, 73(7): 3098-3111.
- [8] WANG Y L, ZHOU Y N, WANG S X, et al. Enhancement of spatial resolution of ghost imaging via localizing and thresholding[J]. Chinese Physics B, 2019, 28(4): 194-199.

(上接第209页)

- [14] CHEN X, LIU Y C, PENG P, et al. Cooling of macroscopic mechanical resonators in hybrid atom-optomechanical systems[J]. Physical Review A, 2015, 92(3): 033841.
- [15] TEUFEL J D, REGAL C A, LEHNERT K W. Prospects for cooling nanomechanical motion by coupling to a superconducting microwave resonator[J]. New Journal of Physics, 2008, 10: 095002.
- [16] YI Z, LI G X, WU S P, et al. Ground-state cooling of an oscillator in a hybrid atom-optomechanical system[J]. Opt Express, 2014, 22(17): 20060.
- [17] LIU Y C, XIAO Y F, LUAN X S, et al. Coupled cavities for motional ground-state cooling and strong optomechanical coupling[J]. Phys Rev A, 2015, 91(3): 033818.
- [18] MANCINI S, GIOVANNETTI V, VITALI D, et al. Entangling macroscopic oscillators exploiting radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(22): 120401.
- [19] BIENERT M, BARBERIS-BLOSTEIN P. Optomechanical laser cooling with mechanical modulations[J]. Physical Review A, 2015, 91(2): 023818.