

文章编号: 1004-4353(2020)01-0008-07

基于联系数广义有序加权平均算子的 三角模糊数多属性决策方法

袁宏俊^{1,2}, 卢敏欣³, 江立辉⁴

(1. 安徽财经大学 统计与应用数学学院, 安徽 蚌埠 233030;

2. 东北财经大学 统计学院, 辽宁 大连 116025; 3. 安徽财经大学 金融学院, 安徽 蚌埠 233030;

4. 合肥学院 人工智能与大数据学院, 安徽 合肥 230601)

摘要: 为解决属性值和属性权重都是三角模糊数时的多属性决策问题, 采用等价转换的思路将属性值和属性权重的三角模糊数转换成同异型二元联系数, 进而将三角模糊数的多属性决策转换成二元联系数的多属性决策. 基于对二元联系数的有效信息集成, 构建了一种新型的联系数广义有序加权平均(CNGOWA)算子, 并提出了一种基于CNGOWA算子的三角模糊数多属性决策方法. 实例分析表明, 基于CNGOWA算子的三角模糊数多属性决策方法合理、稳定, 可应用于三角模糊数型的模糊数据的决策分析和应用.

关键词: 多属性决策; 三角模糊数; 联系数广义有序加权平均算子; 二元联系数; 均值-方差

中图分类号: C934

文献标志码: A

A method for multiple attribute decision making based on connection number generalized ordered weighted average operator

YUAN Hongjun^{1,2}, LU Minxin³, JIANG Lihui⁴

(1. School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, China; 2. School of Statistics, Dongbei University of Finance and Economics, Dalian 116025,

China; 3. School of Finance, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, China;

4. School of Artificial Intelligence and Big Data, Hefei University, Hefei 230601, China)

Abstract: In order to solve the multiple attribute decision making problem when attribute values and attribute weights are triangular fuzzy numbers, the idea of equivalent transformation is adopted to convert the triangular fuzzy numbers of attribute values and attribute weights into the same and different binary connection numbers, and then the multiple attribute decision making of triangular fuzzy numbers is converted into the multiple attribute decision making of binary connection numbers. Based on effective information integration of binary connection numbers, a new generalized ordered weighted average (CNGOWA) operator of connection numbers is constructed, and a triangular fuzzy number multiple attribute decision making method based on CNGOWA operator is proposed. An example analysis shows that the method is reasonable and stable, and can be applied to the analysis and application of triangular fuzzy number type fuzzy data decision making.

Keywords: multiple attribute decision making; triangular fuzzy number; CNGOWA operator; binary connection number; mean-variance

收稿日期: 2020-02-13

作者简介: 袁宏俊(1978—), 男, 副教授, 研究方向为预测理论与方法、决策分析.

基金项目: 安徽省教育厅人文社会科学重点研究项目(SK2020A0028, SK2018A0605); 安徽财经大学重点科研基金资助项目(ACKY1713ZDB); 合肥学院科研基金资助项目(17ZR06ZDA)

0 引言

多属性决策是指决策者根据已知方案的多个不同属性值(决策信息),然后运用一定的决策方法对所得的决策信息的评价和择优.多属性决策问题普遍存在于社会生活的诸多领域,但由于实际问题的复杂化和人们认识事物的局限性,在实际决策过程中往往出现具有模糊现象的评价问题,因此有必要开展模糊信息的多属性决策方法的研究.目前,国内外学者对三角模糊数多属性决策问题进行了广泛研究,并取得了许多研究成果^[1-15].例如:徐泽水^[3]针对决策者的方案偏好和属性权重信息不完全的情况,提出了一种基于相似度的三角模糊数型多属性决策方法.樊治平等^[4]提出了一个确定三角模糊数多指标信息的最优划分和最优聚类中心的定理,并给出了三角模糊数信息的 FCM 聚类算法.黄智力等^[5]针对属性权重未知的三角模糊数,利用合作博弈中的极大极小算法提出了一种基于比较可能度关系的三角模糊数多属性决策方法.卫贵武等^[6]针对决策者的方案偏好和属性权重信息不完全的情况,提出了一种基于灰色关联分析 GRA 的三角模糊数多属性决策方法.刘秀梅等^[7]针对属性值和属性权重都是三角模糊数的情况,提出了一种基于联系数的三角模糊数多属性决策方法.和媛媛等^[8]在三角模糊数多属性决策中,讨论了不同三角模糊数距离测度对模糊 TOPSIS 决策结果的影响.胡凌云等^[9]针对属性值和属性权重都是三角模糊数的情况,依据传统的 TOPSIS 思想提出了一种基于联系数距离的三角模糊数多属性决策方法.陈雪等^[10]针对属性权重未知的三角模糊数,利用合作博弈中的可能度最大化算法提出了一种基于相对相似度关系的三角模糊数多属性决策方法.江文奇^[11]针对属性值和属性权重都是三角模糊数的情况,提出了一种基于三角模糊数型 VIKOR(FVIKOR)的多属性决策方法.刘秀梅等^[12]针对属性权重完全未知的情况,用“均值+偏差”将三角模糊数属性值转换成联系数属性值,然后利用联系数中 i 的不同取值和概率统计原理来确定三角模糊数的多属性决策.刘红彬等^[13]提出了一种三角模糊数 Tr-PA 算子和三角模糊数 Tr-POWA 算子,并将它们应用于三角模糊数的多属性群决策问题中.张市芳^[14]依据传统的 TOPSIS 思想,提出了一种基于斜投影技术的三角模糊多属性决策方法.林友谅等^[15]利用多种决策方法进行信息集结,提出了一种基于有序加权平均(OWA)算子的三角模糊数多属性组合决策方法.受上述文献的启发,本文针对属性值和属性权重都是三角模糊数的多属性决策问题,采用等价转换的思想将属性值和属性权重的三角模糊数转换成二元联系数;在有序加权平均算子的基础上,利用广义平均数的方法将二元联系数作为信息集成的数据对象,构建一种新型的联系数广义有序加权平均(CNGOWA)算子,并提出一种基于 CNGOWA 算子的三角模糊数多属性决策方法.

1 三角模糊数和联系数的基本概念

定义 1^[3] 若实数满足 $a^L \leq a^M \leq a^U$, 称 $Y = [a^L, a^M, a^U]$ 为三角模糊数,其中 a^L 是三角模糊数的下界, a^U 是三角模糊数的上界, a^M 是三角模糊数的中值(即内部最大可能性的数).三角模糊数的隶属函数可表示为

$$\mu_Y(x) = \begin{cases} \frac{x - a^L}{a^M - a^L}, & a^L \leq x \leq a^M; \\ \frac{a^U - x}{a^U - a^M}, & a^M \leq x \leq a^U; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

当 $a^L \geq 0$, 称 $Y = [a^L, a^M, a^U]$ 为非负三角模糊数;当三角模糊数的下界 a^L 、上界 a^U 和中值 a^M 满足 $a^M - a^L = a^U - a^M$ 时,称 $Y = [a^L, a^M, a^U]$ 为对称三角模糊数;当 $a^L = a^M = a^U$ 时,三角模糊数退化为普通实数.

定义 2^[16] 设 $A, B, C \in \mathbf{R}^+$, $i \in [-1, 1]$, $j = -1$. 令 $U = A + Bi + Cj$, 并称 U 为同异反型三元

联系数,其中 A 为联系数的同部, B 为联系数的异部, C 为联系数的反部. 令 $a = \frac{A}{A+B+C}$, $b = \frac{B}{A+B+C}$, $c = \frac{C}{A+B+C}$, 则有 $u = a + bi + cj$. 称 u 为归一化的同异反型三元联系数,其中 a 为联系数的同部, b 为联系数的差异度, c 为联系数的对立度, $a, b, c \in [0, 1]$, $a + b + c = 1$. 当 $c = 0$ 时, 三元联系数退化成归一化同异型二元联系数($u = a + bi$); 当 $b = 0$ 时, 三元联系数退化成归一化同反型二元联系数($u = a + cj$); 当 $a = 0$ 时, 三元联系数退化成归一化异反型二元联系数($u = bi + cj$).

2 三角模糊数转换成联系数

定义 3^[7] 设三角模糊数 $Y = [a^L, a^M, a^U]$, 其中 $a^L < a^M < a^U \in \mathbf{R}^+$. 令 $a = a^M$, $b = a^U - a^L$, 则称 $u = a + bi$ 为三角模糊数 Y 转化的同异型二元联系数, 其中 $i \in \left[\frac{a^L - a^M}{a^U - a^L}, \frac{a^U - a^M}{a^U - a^L} \right] \in [-1, 1]$.

利用定义 3 即可将三角模糊数的多属性决策问题转化成二元联系数的多属性决策问题.

3 联系数的运算规则和联系数的比较

定义 4 设二元联系数 $u_1 = a_1 + b_1 i$, $u_2 = a_2 + b_2 i$, 其中 $i \in [-1, 1]$, 并定义相应的运算为:

- 1) $u_1 \oplus u_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$;
- 2) $u_1 \otimes u_2 = a_1 a_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + b_1 b_2)i$;
- 3) $ku_1 = (ka_1) + (kb_1)i$;
- 4) $u_1^k = a_1^k + ((a_1 + b_1)^k - a_1^k)i$, 其中 $k > 0$.

根据定义 4, 二元联系数可以很便利地进行相关运算. 此外, 运用以下定义 5 和定义 6 还可以从“均值-方差”的角度度量不同二元联系数的大小, 并比较大小和排序.

定义 5^[17] 设二元联系数 $u = a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}^+$. 令 $E(u) = a + 0.5b$, $\sigma(u) = \frac{b}{6}$, 则称 $E(u)$ 为二元联系数的均值, $\sigma(u)$ 为二元联系数的方差.

定义 6^[17] 设二元联系数 $u_1 = a_1 + b_1 i$, $u_2 = a_2 + b_2 i$, $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbf{R}^+$, 若:

- 1) $E(u_1) < E(u_2)$, 则有 $u_1 < u_2$;
- 2) $E(u_1) = E(u_2)$, 则有: ① 当 $\sigma(u_1) < \sigma(u_2)$ 时, $u_1 < u_2$; ② 当 $\sigma(u_1) = \sigma(u_2)$ 时, $u_1 = u_2$; ③ 当 $\sigma(u_1) > \sigma(u_2)$ 时, $u_1 > u_2$.

4 联系数广义有序加权平均(CNGOWA)算子的概念及其性质

定义 7 设 n 元函数 f 满足 $f(u_1, u_2, \dots, u_n) = [(w_1 v_1^\lambda) \oplus (w_2 v_2^\lambda) \oplus \dots \oplus (w_n v_n^\lambda)]^{\frac{1}{\lambda}}$, 则称函数 f 为 n 维联系数广义有序加权平均(CNGOWA)算子. 其中: $u_k = a_k + b_k i$ ($k = 1, 2, \dots, n$) 是二元联系数数组; w_1, w_2, \dots, w_n 是与函数 f 有关的加权系数, 且满足 $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, $w_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$; v_k 是 u_k 按从大到小排列的第 k 个二元联系数; $\lambda \in (0, +\infty)$.

在定义 7 中, 当参数 λ 取不同数值时, 可以得到以下不同的联系数信息集成算子:

- ① 当 $\lambda = 1$ 时, CNGOWA 算子即为联系数有序加权算术平均(CNOWA)算子:

$$\text{CNOWA}(u_1, u_2, \dots, u_n) = (w_1 v_1) \oplus (w_2 v_2) \oplus \dots \oplus (w_n v_n);$$

- ② 当 $\lambda \rightarrow 0$ 时, CNGOWA 算子即为联系数有序加权几何平均(CNOWGA)算子:

$$\text{CNOWGA}(u_1, u_2, \dots, u_n) = v_1^{w_1} \otimes v_2^{w_2} \otimes \dots \otimes v_n^{w_n};$$

- ③ 当 $\lambda \rightarrow +\infty$ 时, CNGOWA 算子即为联系数有序最大化(CNOM)算子:

$$\text{CNOM}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \max\{u_1, u_2, \dots, u_n\} = v_1.$$

CNGOWA 算子满足下列性质:

性质 1(单调性) 若 u_1, u_2, \dots, u_n 和 $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_n$ 是两个二元联系数数组, 且满足 $u_i \leq \tilde{u}_i, \forall i=1, 2, \dots, n$, 则有 $\text{CNGOWA}(u_1, u_2, \dots, u_n) \leq \text{CNGOWA}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_n)$.

性质 2(幂等性) 若二元联系数数组 u_1, u_2, \dots, u_n 满足 $u_i = u, \forall i=1, 2, \dots, n$, 则有 $\text{CNGOWA}(u_1, u_2, \dots, u_n) = u$.

性质 3(有界性) 若 u_1, u_2, \dots, u_n 是二元联系数数组, 则有 $\min\{u_1, u_2, \dots, u_n\} \leq \text{CNGOWA}(u_1, u_2, \dots, u_n) \leq \max\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$.

性质 4(置换不变性) 若二元联系数数组 u'_1, u'_2, \dots, u'_n 是 u_1, u_2, \dots, u_n 的任意一个置换, 则有 $\text{CNGOWA}(u'_1, u'_2, \dots, u'_n) = \text{CNGOWA}(u_1, u_2, \dots, u_n)$.

考虑到客观事物的复杂性, 本文在多属性决策问题研究中, 对属性指标和属性权重都用三角模糊数来表示. 为了方便运用 CNGOWA 算子解决这类三角模糊数的多属性决策问题, 利用定义 3 先将三角模糊数属性权重 $W_k (W_k = [\omega_k^L, \omega_k^M, \omega_k^U])$ 转换成二元联系数属性权重 $W'_k (W'_k = \alpha_k + \beta_k i, \alpha_k = \omega_k^M, \beta_k = \omega_k^U - \omega_k^L, i \in \left[\frac{\omega_k^L - \omega_k^M}{\omega_k^U - \omega_k^L}, \frac{\omega_k^U - \omega_k^M}{\omega_k^U - \omega_k^L} \right] \in [-1, 1])$, 然后再根据定义 5 计算出二元联系数属性权重的期望 $E(W'_k) (E(W'_k) = \alpha_k + 0.5\beta_k)$, 最后对每个二元联系数的属性权重的期望进行归一化处理. 由以上步骤即可得三角模糊数属性权重 W_k 在 CNGOWA 算子中所对应的实数权重, 其公式表达式为

$$w_k = \frac{E(W'_k)}{\sum_{k=1}^n E(W'_k)} = \frac{\alpha_k + 0.5\beta_k}{\sum_{k=1}^n (\alpha_k + 0.5\beta_k)}, k=1, 2, \dots, n.$$

5 基于 CNGOWA 算子的三角模糊数多属性决策方法

假设在属性值和属性权重都是三角模糊数的多属性决策问题中, 有 m 个方案 x_1, x_2, \dots, x_m 参与评价, 每个方案都有 n 个不同的属性值指标 d_1, d_2, \dots, d_n . 第 s 个方案在第 k 个属性上的三角模糊数属性值记为 Y_{sk} , 即 $Y_{sk} = [y_{sk}^L, y_{sk}^M, y_{sk}^U]$, $s=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, n$, 其对应的第 k 个属性权重三角模糊数记为 W_k , 即 $W_k = [\omega_k^L, \omega_k^M, \omega_k^U]$, $k=1, 2, \dots, n$, 且满足 $\sum_{k=1}^n \omega_k^L \leq 1, \sum_{k=1}^n \omega_k^U \geq 1$. 以下利用定量的多属性决策分析方法对 m 个方案进行优劣的排序, 并选出最优方案, 其具体步骤如下:

步骤 1 将三角模糊数属性值转换成二元联系数属性值. 利用定义 3, 将第 s 个方案在第 k 个属性上的三角模糊数属性值 $Y_{sk} = [y_{sk}^L, y_{sk}^M, y_{sk}^U]$ 转换成二元联系数属性值 $u_{sk} = \alpha_{sk} + \beta_{sk} i$, 其中 $\alpha_{sk} = y_{sk}^M, \beta_{sk} = y_{sk}^U - y_{sk}^L, s=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, n, i \in \left[\frac{y_{sk}^L - y_{sk}^M}{y_{sk}^U - y_{sk}^L}, \frac{y_{sk}^U - y_{sk}^M}{y_{sk}^U - y_{sk}^L} \right] \in [-1, 1]$.

步骤 2 将三角模糊数属性权重转换成 CNGOWA 算子中的实数权重. 首先利用定义 3 将第 k 个三角模糊数属性权重 $W_k (W_k = [\omega_k^L, \omega_k^M, \omega_k^U])$ 转换成二元联系数属性权重 $W'_k (W'_k = \alpha_k + \beta_k i)$, 其中 $\alpha_k = \omega_k^M, \beta_k = \omega_k^U - \omega_k^L, i \in \left[\frac{\omega_k^L - \omega_k^M}{\omega_k^U - \omega_k^L}, \frac{\omega_k^U - \omega_k^M}{\omega_k^U - \omega_k^L} \right] \in [-1, 1]$; 然后利用定义 5 计算出二元联系数属性权重的期望 $E(W'_k) (E(W'_k) = \alpha_k + 0.5\beta_k)$; 最后对各二元联系数属性权重的期望 $E(W'_k)$ 作归一化处理. 由以上即可得 CNGOWA 算子中的实数权重 $w_k, w_k = \frac{E(W'_k)}{\sum_{k=1}^n E(W'_k)} = \frac{\alpha_k + 0.5\beta_k}{\sum_{k=1}^n (\alpha_k + 0.5\beta_k)}, k=1, 2, \dots, n$.

步骤 3 利用 CNGOWA 算子集成二元联系数属性值的信息. 利用定义 7 中的 CNGOWA 算子, 将二元联系数属性值 $u_{sk} (u_{sk} = \alpha_{sk} + \beta_{sk} i)$ 和实数权重 w_k 进行信息集成, 由此得出每一种方案的 CNGOWA

算子的综合二元联系数决策值 u_s , $u_s = a_s + b_si$, $s = 1, 2, \dots, m$.

步骤 4 确定方案的优劣排序和最优方案. 利用定义 6 的二元联系数期望和二元联系数方差, 对 CNGOWA 算子的综合二元联系数决策值 u_s 的大小进行判定, 并给出其对应方案的优劣排序. 如果原属性值是效益型指标, 则 CNGOWA 算子的综合二元联系数决策值中的最大值所对应的方案是最优的; 如果原属性值是成本型指标, 则 CNGOWA 算子的综合二元联系数决策值中的最小值所对应的方案是最优的.

6 实例分析

为了验证文中提出的基于 CNGOWA 算子的三角模糊数多属性决策方法的有效性和可行性, 采用文献[5, 7, 10]中的实例数据进行验证.

实例 1 某单位考核选拔干部时, 选取思想品德 d_1 、工作态度 d_2 、工作作风 d_3 、文化水平 d_4 、领导能力 d_5 、开拓能力 d_6 等 6 个属性作为评价指标. 各指标对应的属性权重为三角模糊数数据, 分别为 $W_1 = [0.10, 0.15, 0.20]$, $W_2 = [0.05, 0.10, 0.15]$, $W_3 = [0.20, 0.25, 0.30]$, $W_4 = [0.05, 0.10, 0.15]$, $W_5 = [0.15, 0.20, 0.25]$, $W_6 = [0.10, 0.15, 0.20]$. 现有 5 名候选人 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 参加竞选, 由群众推荐评议. 评议按照所给的属性评价指标打分, 候选人在某属性指标上获得的分值越大, 表明候选人在该属性指标上越优秀. 由于群众对每个候选人的属性评价指标打分不同, 因此需对分数进行统计处理后再用三角模糊数数据表示属性评价指标值, 结果见表 1. 根据表 1 试确定所有候选人的优劣排序和最优候选人.

表 1 5 位候选人的属性评价价值(三角模糊数的数据形式)

候选人	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
x_1	[0.80, 0.85, 0.90]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.91, 0.94, 0.95]	[0.93, 0.96, 0.99]	[0.90, 0.91, 0.92]	[0.95, 0.97, 0.99]
x_2	[0.90, 0.95, 1.00]	[0.89, 0.90, 0.93]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.94, 0.97, 0.98]	[0.90, 0.93, 0.95]
x_3	[0.88, 0.91, 0.95]	[0.84, 0.86, 0.90]	[0.91, 0.94, 0.97]	[0.91, 0.94, 0.96]	[0.86, 0.89, 0.92]	[0.91, 0.92, 0.94]
x_4	[0.85, 0.87, 0.90]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.85, 0.88, 0.90]	[0.86, 0.89, 0.93]	[0.87, 0.90, 0.94]	[0.92, 0.93, 0.96]
x_5	[0.86, 0.89, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.95, 0.97]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.96]	[0.85, 0.87, 0.90]

步骤 1 利用定义 3, 将表 1 中 5 位候选人的三角模糊数属性评价价值转换成二元联系数属性评价价值, 结果见表 2.

表 2 5 位候选人的属性评价价值(二元联系数的数据形式)

候选人	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
x_1	$0.85 + 0.10i$	$0.92 + 0.05i$	$0.94 + 0.04i$	$0.96 + 0.06i$	$0.91 + 0.02i$	$0.97 + 0.04i$
x_2	$0.95 + 0.10i$	$0.90 + 0.04i$	$0.92 + 0.05i$	$0.92 + 0.05i$	$0.97 + 0.04i$	$0.93 + 0.05i$
x_3	$0.91 + 0.07i$	$0.86 + 0.06i$	$0.94 + 0.06i$	$0.94 + 0.05i$	$0.89 + 0.06i$	$0.92 + 0.03i$
x_4	$0.87 + 0.05i$	$0.93 + 0.04i$	$0.88 + 0.05i$	$0.89 + 0.07i$	$0.90 + 0.07i$	$0.93 + 0.04i$
x_5	$0.89 + 0.09i$	$0.92 + 0.05i$	$0.95 + 0.07i$	$0.93 + 0.04i$	$0.92 + 0.06i$	$0.87 + 0.05i$

步骤 2 将三角模糊数属性权重转换成 CNGOWA 算子中的实数权重. 首先将三角模糊数属性权重转换成二元联系数属性权重, 分别为:

$$W'_1 = 0.15 + 0.10i, W'_2 = 0.10 + 0.10i, W'_3 = 0.25 + 0.10i,$$

$$W'_4 = 0.10 + 0.10i, W'_5 = 0.20 + 0.10i, W'_6 = 0.15 + 0.10i.$$

然后利用定义 5 计算出二元联系数属性权重的期望, 分别为:

$$E(W'_1) = 0.20, E(W'_2) = 0.15, E(W'_3) = 0.30, E(W'_4) = 0.15, E(W'_5) = 0.25, E(W'_6) = 0.20.$$

最后按照归一化公式($w_k = E(W_k) / \sum_{k=1}^6 E(W_k)$, $k = 1, 2, \dots, 6$) 计算出三角模糊数属性权重对应的 CNGOWA 算子中的实数权重. 经计算, 各权重分别为:

$$w_1 = 0.16, w_2 = 0.12, w_3 = 0.24, w_4 = 0.12, w_5 = 0.20, w_6 = 0.16.$$

步骤 3 利用 CNGOWA 算子对二元联系数属性值的信息进行集成. 将步骤 1 中的二元联系数属性值和步骤 2 中的实数权重代入定义 7 中的 CNGOWA 算子表达式, 可得到每一个候选人的 CNGOWA 算子的综合二元联系数决策值:

$$\text{CNGOWA}_{x_1} = [0.16(0.96 + 0.06i)^\lambda \oplus 0.12(0.97 + 0.04i)^\lambda \oplus \dots \oplus 0.16(0.85 + 0.10i)^\lambda]^\frac{1}{\lambda},$$

$$\text{CNGOWA}_{x_2} = [0.16(0.95 + 0.10i)^\lambda \oplus 0.12(0.97 + 0.04i)^\lambda \oplus \dots \oplus 0.16(0.90 + 0.04i)^\lambda]^\frac{1}{\lambda},$$

$$\text{CNGOWA}_{x_3} = [0.16(0.94 + 0.06i)^\lambda \oplus 0.12(0.94 + 0.05i)^\lambda \oplus \dots \oplus 0.16(0.89 + 0.06i)^\lambda]^\frac{1}{\lambda},$$

$$\text{CNGOWA}_{x_4} = [0.16(0.93 + 0.04i)^\lambda \oplus 0.12(0.93 + 0.04i)^\lambda \oplus \dots \oplus 0.16(0.88 + 0.05i)^\lambda]^\frac{1}{\lambda},$$

$$\text{CNGOWA}_{x_5} = [0.16(0.95 + 0.07i)^\lambda \oplus 0.12(0.93 + 0.04i)^\lambda \oplus \dots \oplus 0.16(0.89 + 0.09i)^\lambda]^\frac{1}{\lambda}.$$

步骤 4 确定 5 名候选人的优劣排序和最优候选人. 在上述 CNGOWA 算子的综合二元联系数决策值中, 参数 λ ($\lambda \in (0, +\infty)$) 有无穷多种取值, 但为了计算简便随机选取 5 种代表性参数 ($\lambda \rightarrow 0$, $\lambda = 10$, $\lambda = 50$, $\lambda = 100$, $\lambda \rightarrow +\infty$), 并分别计算 5 位候选人在每种具体参数下的综合二元联系数决策值. 由于原三角模糊数属性值都是数值越大越好的效益型指标, 因此可根据定义 5 和定义 6 对 5 名候选人的综合二元联系数决策值的大小进行判定. 判定时按照数值越大候选人排序越靠前的原则进行优劣排序, 其中综合二元联系数决策值最大的候选人就是最优候选人. 5 种参数下 5 名候选人的综合二元联系数决策值和优劣排序见表 3.

表 3 5 名候选人的综合二元联系数决策值及其优劣排序

参数	u_{x_1} (期望)	u_{x_2} (期望)	u_{x_3} (期望)	u_{x_4} (期望)	u_{x_5} (期望)	优劣排序
$\lambda \rightarrow 0$	$0.923 + 0.050i$ (0.948)	$0.930 + 0.055i$ (0.957)	$0.907 + 0.058i$ (0.936)	$0.898 + 0.054i$ (0.925)	$0.912 + 0.062i$ (0.943)	$x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$
$\lambda = 10$	$0.930 + 0.048i$ (0.954)	$0.932 + 0.059i$ (0.962)	$0.911 + 0.057i$ (0.940)	$0.901 + 0.054i$ (0.928)	$0.915 + 0.063i$ (0.947)	$x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$
$\lambda = 50$	$0.946 + 0.049i$ (0.970)	$0.942 + 0.074i$ (0.979)	$0.922 + 0.057i$ (0.951)	$0.911 + 0.050i$ (0.936)	$0.926 + 0.065i$ (0.959)	$x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$
$\lambda = 100$	$0.954 + 0.050i$ (0.979)	$0.952 + 0.080i$ (0.991)	$0.929 + 0.057i$ (0.957)	$0.919 + 0.046i$ (0.942)	$0.934 + 0.068i$ (0.968)	$x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$
$\lambda \rightarrow +\infty$	$0.960 + 0.060i$ (0.990)	$0.950 + 0.100i$ (1.000)	$0.940 + 0.060i$ (0.970)	$0.930 + 0.040i$ (0.950)	$0.950 + 0.070i$ (0.985)	$x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$

由表 3 可知, 5 种参数下 5 位候选人的综合二元联系数决策值的优劣排序均为 x_2, x_1, x_5, x_3, x_4 , 由此可以判定 x_2 是最优候选人. 该排序结果与文献[5]、文献[7] 和文献[10] 中的结果一致.

7 方法的灵敏度和稳定性分析

在实例分析中, 本文仅选取了 5 个代表性参数对 5 位候选人的综合二元联系数决策值进行了优劣排序的研究. 为验证本文方法在取其他参数时的灵敏度和稳定性, 本文在参数 $\lambda \in (0, 100]$ 范围内对 5 位候选人的综合二元联系数决策值以及生成的优劣排序结果进行了考察, 结果如图 1 所示. 由图 1 可以看出, 5 位候选人的综合二元联系数决策值期望在 $\lambda \in (0, 100]$ 内都是单调递增曲线, 且各曲线的上下位置关系未发生改变. 另外, 在同一参数下 5 位候选人的综合二元联系数期望值都是候选人 x_2 最大, 其次依次为 x_1, x_5, x_3, x_4 . 该结果与实例分析所得结果一致, 表明本文方法稳定、可靠.

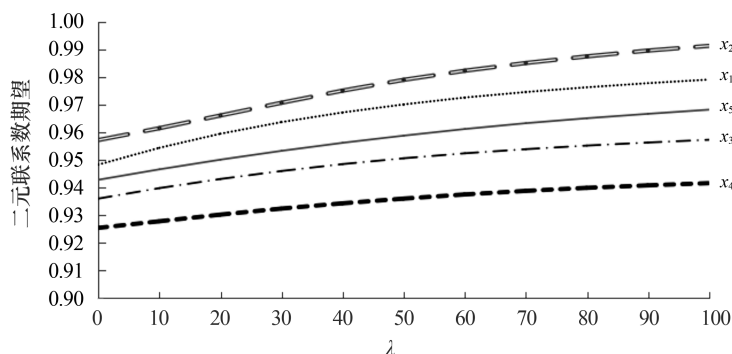


图 1 5 位候选人的综合二元联系数的期望变化

8 结论

研究表明,本文提出的基于 CNGOWA 算子的三角模糊数多属性决策方法计算简单,在参数 $\lambda \in (0, 100]$ 范围内稳定性好,且 5 位候选人的排序结果与文献[5]、文献[7]和文献[10]中的方法结果一致,表明本文提出的方法是一种合理有效的三角模糊数的多属性决策方法. 研究中,本文只针对三角模糊数的模糊数据进行了分析,今后我们将探讨 CNGOWA 算子应用于其他模糊数据中的情形,如区间数、梯形模糊数、直觉模糊数、语言变量等,以此构建基于 CNGOWA 算子的模糊数据的多属性决策方法.

参考文献:

- [1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [2] 陈华友,周礼刚,刘金培,等. 不确定信息环境下多属性决策方法的研究进展[J]. 安徽大学学报(自然科学版), 2018,42(5):10-29.
- [3] 徐泽水. 对方案有偏好的三角模糊数型多属性决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术,2002,24(8):9-12.
- [4] 樊治平,于春海,尤天慧. 一种基于三角模糊数多指标信息的 FCM 聚类算法[J]. 控制与决策,2004,19(12):1407-1411.
- [5] 黄智力,罗键. 三角模糊数型不确定多指标决策的可能度关系法[J]. 控制与决策,2015,30(8):1365-1371.
- [6] 卫贵武,王小容. 对方案有偏好的模糊多属性决策的 GRA 方法[J]. 系统工程与电子技术,2008,30(8):1489-1492.
- [7] 刘秀梅,赵克勤,王传斌. 基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型[J]. 系统工程与电子技术,2009,31(10):2399-2403.
- [8] 和媛媛,周德群,巩在武. 三角模糊 TOPSIS 决策方法及其实验分析[J]. 系统工程,2010,28(11):95-103.
- [9] 胡凌云,袁宏俊,吴庆鹏. 基于集对分析的三角模糊数多属性决策方法[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版),2015,37(1):108-111.
- [10] 陈雪,黄智力,罗键. 基于相对相似度关系的三角模糊数型不确定多属性决策法[J]. 控制与决策,2016,31(12):2232-2240.
- [11] 江文奇. 基于 FVIKOR 的三角模糊数型多准则决策方法[J]. 控制与决策,2016,31(7):1330-1334.
- [12] 刘秀梅,赵克勤. 基于联系数的属性权重未知的三角模糊数多属性决策[J]. 模糊系统与数学,2017,31(2):95-106.
- [13] 刘红彬,姜乐,蒋宗彩. 基于三角模糊数幂平均算子的群决策方法[J]. 统计与决策,2018,34(1):45-49.
- [14] 张市芳. 基于斜投影技术的三角模糊多属性决策方法[J]. 数学的实践与认识,2018,48(24):232-237.
- [15] 林友凉,李武,秦小丽. 基于 OWA 算子的三角模糊数多属性组合决策方法[J]. 统计与决策,2018,34(19):55-57.
- [16] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 杭州:浙江科技出版社,2000.
- [17] 汪新凡,王坚强,杨恶恶. 基于二元联系数集结算子的多准则群决策方法[J]. 控制与决策,2013,28(11):1630-1636.