

文章编号: 1004-4353(2019)02-0141-04

基于差分进化的量子粒子群优化算法的研究

留黎钦¹, 孙波², 王保云², 张萍¹

(1. 莆田学院 信息工程学院, 福建 莆田 351100; 2. 南京邮电大学 通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003)

摘要: 为了提高量子粒子群算法(QPSO)的性能, 利用差分进化对量子粒子群算法进行了优化. 该优化算法(DE-QPSO)在粒子更新过程中, 首先通过添加一个扰动来产生一个变异粒子, 然后对变异粒子进行交叉操作产生新的试验粒子, 最后对试验粒子进行选择操作, 确定进入下一次迭代的个体. 用5种标准测试函数对DE-QPSO、QPSO和粒子群算法(PSO)的性能进行对比测试, 结果表明DE-QPSO算法的性能明显优于PSO和QPSO算法, 具有较好的应用价值.

关键词: 粒子群算法; 量子粒子群算法; 差分进化算法

中图分类号: TP18; TN929

文献标识码: A

Research on a quantum particle swarm optimization algorithm based on differential evolution

LIU Liqin¹, SUN Bo², WANG Baoyun², ZHANG Ping¹

(1. College of Information Engineering, Putian University, Putian 351100, China;

2. College of Communication & Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: In order to improve the performance of QPSO, differential evolution is used to optimize QPSO. Firstly, a disturbance is added to generate a mutant particle, and then the mutant particles are cross-operated to generate new experimental particles, and finally the test particles are selected to select the individual for the next iteration. The performance of the optimized algorithm (DE-QPSO), PSO and QPSO proposed in this paper is compared and tested with five kinds of standard test functions. The results show that the performance of DE-QPSO is obviously better than that of PSO and QPSO, and has good application value.

Keywords: particle swarm optimization; quantum-behaved PSO; differential evolution

0 引言

群体智能算法通过模拟生物种群个体之间的合作、竞争、交互和学习, 可以在缺少局部信息的情况下, 完成复杂问题求解. 目前, 群体智能算法已被广泛应用于无线通信系统、神经网络、图像处理、网络态势预测、特征选择、数据聚类等领域, 其主要应用的算法有遗传算法、蚁群优化算法、差分进化算法和粒子群优化算法. 差分进化算法(differential evolution, DE)^[1]是一种全局优化启发式算法, 它可通过选择变异的策略和设置相关参数来寻找最优解. 差分进化算法具有简单和易于实现的优点, 但若迭代次数过多, 容易引起过早的局部收敛. 粒子群优化算法(PSO)是一种模拟鸟群寻找食物的智能优化算法, 该算法易于搜索, 收敛速度快^[2], 但容易陷入局部最优. 为了提高粒子群优化算法的性能, Shi等^[3]在粒子群

算法中引进惯性权重来平衡局部和全局的搜索,但该算法容易过早收敛,即容易造成局部收敛. Suganthan^[4]将粒子群分为若干个小的“邻居群”,通过对每个“邻居群”进行 PSO 迭代来寻找最优值,该方法虽然不容易陷入局部最优,但计算较为复杂. 量子粒子群算法(QPSO)^[5]中的粒子处于被束缚状态,它能够通过搜索整个解空间来获得全局最优解,但该算法在收敛过程中会减少种群的多样性. 为了提高量子粒子群算法的性能,本文将差分进化的思想引入到量子粒子群算法中,并通过仿真实验证明本文方法的有效性.

1 量子粒子群优化算法

在经典力学中,描述粒子的两个因素是位置矢量 x 和速度矢量 v ,它们决定了粒子的运动轨迹. 在牛顿力学中,粒子沿着轨迹运动,但在量子力学中粒子为自由移动,并向局部吸引点 p_i ($p_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^D)$) 倾斜,同时粒子的动能逐渐降到 0. 在势阱模型中,波函数 ψ 用于表示粒子的状态. 由于 ψ 的统计特性,在离点 p_i 较远的地方可能会出现一些粒子,这些粒子有机会找到更优的解的位置.

局部吸引点的定义为:

$$p_{i,n}^j = \frac{c_1 r_n^j pbest_{i,n}^j + c_2 R_n^j gbest_n^j}{c_1 r_n^j + c_2 R_n^j} = \varphi_{i,n}^j pbest_i^j + (1 - \varphi_{i,n}^j) gbest^j, 1 \leq j \leq D, 1 \leq i \leq M. \quad (1)$$

其中: D 是粒子的维度; r 和 R 是 0 到 1 之间的随机数; $\varphi_{i,n}^j = c_1 r_n^j / (c_1 r_n^j + c_2 R_n^j)$; N 是粒子群的总体大小; c_1 和 c_2 是 PSO 算法中的学习因子,一般设为相等的常数,当 $c_1 = c_2$ 时, $\varphi_{i,n}^j \sim U(0, 1)$; $pbest_{i,n}$ 是粒子的个体最优位置; $gbest_n$ 是粒子群的全局最优位置.

在 QPSO 算法中,粒子最终收敛在以局部吸引点为中心的 δ 势阱中,并更新迭代. 假设粒子群具有 D 维的量子空间,粒子群在第 n 次迭代中,第 i 个粒子在以局部吸引点 p_i 为中心的 δ 势阱中移动,则在第 $n+1$ 次迭代中,粒子状态的更新如下式所示:

$$C_n = (C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^D) = (\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M pbest_{i,n}^1, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M pbest_{i,n}^2, \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M pbest_{i,n}^D), \quad (2)$$

$$p_{i,n+1}^j = \varphi_{i,n}^j pbest_{i,n}^j + (1 - \varphi_{i,n}^j) gbest_{i,n}^j, \quad (3)$$

$$x_{i,n+1}^j = p_{i,n+1}^j \pm \alpha_n |x_{i,n}^j - C_n^j| \ln(1/u_{i,n}^j). \quad (4)$$

其中: $C_n = (C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^D)$ 为平均最优位置,即所有粒子的个体最优平均值;参数 α 表示压缩-扩张因子,用于协调迭代过程粒子中局部和全局的搜索性能;参数 u 是在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布的随机数.

在 QPSO 算法中,最后更新的是粒子个体最优状态 $pbest_{i,n+1}$ 和群体最优状态 $gbest_{n+1}$, 即:

$$pbest_{i,n+1} = \begin{cases} x_{i,n}, & f(x_{i,n}) < f(pbest_{i,n}); \\ pbest_{i,n}, & f(x_{i,n}) \geq f(pbest_{i,n}); \end{cases} \quad (5)$$

$$gbest_{n+1} = pbest_{g,n}, g = \arg \min_{1 \leq i \leq M} [f(pbest_{i,n})]. \quad (6)$$

2 差分进化算法

差分进化算法主要包括变异、交叉和选择操作.

1) 变异操作. 变异操作是将两个个体向量之间的加权差加到第 3 个向量来产生新的个体,即对 n 时刻的第 i 个个体 $x_{i,n}$ 进行变异操作以产生变异个体 $v_{i,n+1}$ ^[6],其表达式如下:

$$v_{i,n+1}^j = x_{i,n}^j + K(x_{r2,n}^j - x_{r3,n}^j). \quad (7)$$

其中, $r1, r2, r3 \in [1, M]$, 且为互不相同的整数,同时与 i 均不相等. 在变异操作中, $x_{i,n}$ 被称为父基向量, $(x_{r2,n} - x_{r3,n})$ 被称为父差分向量, K 为比例因子.

2) 交叉操作. 为了改善种群的多样性,对变异个体 $v_{i,n+1}$ 按式(8)进行交叉操作,以此产生测试个体 $u_{i,n+1}$.

$$u_{i,n+1}^j = \begin{cases} v_{i,n+1}^j, & rand(0,1) \leq CR \text{ or } j = jrand; \\ x_{i,n}^j, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

其中: CR 是交叉概率, 介于 $[0,1]$; $jrand$ 是一个随机数, 满足 $jrand \in [1,2,3,\dots,D]$. 该操作可以保证个体至少在一个维度上发生变异.

3) 选择操作. 由贪婪选择算法确定进入下一次迭代的个体:

$$x_{i,n+1} = \begin{cases} u_{i,n+1}, & f(u_{i,n+1}) \leq f(x_{i,n}); \\ x_{i,n}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

3 基于差分进化的粒子群优化算法(DE-QPSO)

DE-QPSO 算法与 QPSO 算法的不同之处在于在粒子更新过程中引进了 DE 算法中的变异、交叉和选择操作^[7], 具体操作如下:

1) 变异操作. 当粒子进行状态更新时, 添加一个扰动以生成一个变异粒子 $v_{i,n+1}$, 即

$$v_{i,n+1}^j = p_{i,n}^j \pm \alpha_n |x_{i,n}^j - C_n^j| \ln(1/u_{i,n}^j) + F(x_{r1,n}^j - x_{r2,n}^j), \quad (10)$$

其中 F 为缩放因子. 为了充分利用 QPSO 算法中粒子全局收敛的优势, 在变异操作中不仅保留了 QPSO 算法中的局部吸引子和 δ 势阱, 还增加了差分向量. 通过该方法不仅可以增加扰动, 而且可以提高种群的多样性.

2) 交叉操作. 对由公式(10)产生的变异粒子 $v_{i,n+1}$ 进行交叉操作, 以此产生测试粒子 $u_{i,n+1}$:

$$u_{i,n+1}^j = \begin{cases} v_{i,n+1}^j, & rand(0,1) \leq CR \text{ or } j = jrand; \\ x_{i,n}^j, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

其中: CR 是交叉概率, 介于 $(0,1)$; $jrand$ 是一个随机数, 满足 $jrand \in [1,2,3,\dots,D]$.

3) 选择操作. DE-QPSO 算法的选择操作和 DE 算法相同, 如公式(9)表示.

粒子状态更新结束后, 更新粒子个体最优 $pbest_{i,n+1}$ 和群体最优 $gbest_{n+1}$, 其更新过程如公式(5)–(6)所示.

DE-QPSO 算法的具体步骤如下:

步骤 1 将每个粒子的当前状态 $\{x_{i,0}\}_{i=1}^M$ 进行初始化, 计算每个状态所对应的适应值, 更新全局最优 $gbest_0$ 和粒子个体最优 $\{pbest_{i,0}\}_{i=1}^M$, 并设置初始迭代次数 $n=0$.

步骤 2 计算平均最优位置 C_n , 选择合适的 α .

步骤 3 根据公式(1)计算每个粒子的局部吸引点.

步骤 4 根据公式(10)进行变异操作.

步骤 5 根据公式(11)进行交叉操作.

步骤 6 根据公式(9)进行选择操作.

步骤 7 通过目标函数, 计算粒子的适应值, 并通过式(5)和式(6)更新全局最优 $gbest_{n+1}$ 和个体最优 $pbest_{i,n+1}$;

步骤 8 若不满足收敛条件, 则返回步骤 2, 继续执行; 否则, 结束算法, 输出结果.

4 仿真实验与分析

使用 5 个标准函数(Rosenbrock 函数、Sphere 函数、Griewank 函数、Rastrigin 函数以及 Ackley 函数)测试 DE-QPSO、PSO 和 QPSO 算法的性能. 各算法的迭代次数为 1 000 次, 粒子的维度为 10, 粒子数为 40 个. 利用各函数分别对目标函数求解 50 次, 并求解出各函数的平均最优值和方差. 测试结果见表 1. 由表 1 可以看出, DE-QPSO 算法在 5 个函数中均获得最优解, 而另外两种算法没有获得最优解.

由图 1 可以看出,在不同的测试函数上,DE-QPSO 算法在收敛速度和收敛精度上均优于 QPSO 和 PSO 算法. 这说明,DE-QPSO 算法不仅能够保持种群的多样性,而且有较好的收敛速度和收敛精度.

表 1 各函数运行 50 次后的平均最优值和方差

算法	均值与方差	Sphere	Rosenbrock	Rastrigin	Griewank	Ackley
PSO	均值	2.89E-72	1.93E+03	5.19E+00	7.30E-02	8.98E-02
	方差	1.97E-71	1.26E+04	2.72E+00	3.34E-02	4.57E-01
QPSO	均值	6.20E-69	8.01E+00	2.72E+00	6.84E-02	2.81E-15
	方差	2.74E-68	1.67E+01	1.69E+00	5.34E-02	6.96E-16
DE-QPSO	均值	8.01E-109	4.12E+00	5.61E-03	2.36E-02	2.58E-15
	方差	5.56E-108	1.71E+00	1.28E-02	8.63E-03	4.98E-16

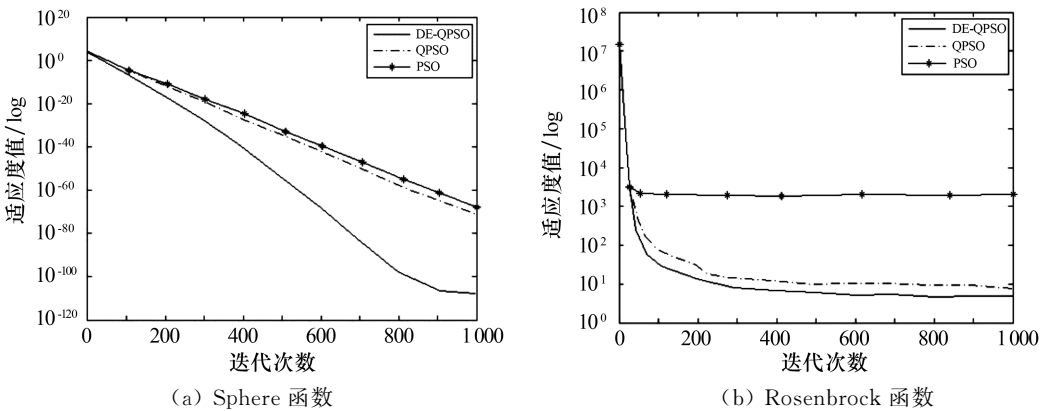


图 1 3 种算法在不同标准测试函数上的收敛曲线

4 结论

研究结果表明,本文提出的差分进化量子粒子群算法在 5 个标准函数(Rosenbrock 函数、Sphere 函数、Griewank 函数、Rastrigin 函数以及 Ackley 函数)中都获得了最优解,且其收敛速度和收敛精度优于 PSO 和 QPSO 算法. 今后我们将进一步研究 DE-QPSO 算法在光纤通信信道分配方案问题中的应用.

参考文献:

[1] STORN R, PRICE K. Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997,11(4):341-359.

[2] 李炜,巢秀琴.改进的粒子群算法优化的特征选择方法[J]. 计算机科学与探索,2019(3):1-19.

[3] SHI Y H, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer[C]//IEEE International Conference on Evolutionary Computation. New York: IEEE, 1998:69-73.

[4] SUGANTHAN P N. Particle swarm optimizer with neighborhood topology on particle swarm performance[C]//Proceeding of the Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE, 1999:1958-1962.

[5] SUN J, FENG B, XU W. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]//Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE, 2004:1923-1935.

[6] 丁晓阳,李嵩华.一种改进的差分进化算法[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版),2016,44(1):1-6.

[7] 吴金文,王玉鹏,周海波.采用量子粒子群算法耦合差分进化算法优化 BP 神经网络的铣床热误差预测研究[J]. 设计与研究,2018(6):105-109.