

文章编号: 1004-4353(2019)01-0015-07

# 基于区间相离度及 GIOWA 算子的 区间型组合预测方法

郑亚男, 袁宏俊, 庄科俊

(安徽财经大学 统计与应用数学学院, 安徽 蚌埠 233030)

**摘要:** 为了提高区间数的预测精度, 以预测精度作为诱导值, 区间相离度作为最优准则, 通过广义诱导有序加权平均 (generalized induced ordered weighted averaging, GIOWA) 算子集结数据, 提出了一种基于区间相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法. 实例验证表明, 该方法的预测精度优于各单项预测方法. 通过对参数进行灵敏度分析, 得到参数变化对组合预测最优解及预测精度的影响.

**关键词:** 区间相离度; GIOWA 算子; 区间型组合预测; 灵敏度分析

**中图分类号:** F224.0

**文献标识码:** A

## The method of interval combination forecasting based on the deviation degree and the GIOWA operator

ZHENG Yanan, YUAN Hongjun, ZHUANG Kejun

(School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, China)

**Abstract:** In order to improve the forecasting accuracy of interval data, taking the forecasting accuracy as the induction values and the interval deviation degree as the optimal criterion, and GIOWA operator is used to assemble the data, a method of interval combination forecasting model based on the interval deviation degree and the GIOWA operator is established. The example shows that the forecasting accuracy of the model is better than single prediction method. Finally, sensitivity analysis of the model is given, and the influence of parameter on the optimal solution and forecasting accuracy of the model is obtained.

**Keywords:** interval deviation degree; GIOWA operator; interval combination forecasting; sensitivity analysis

## 0 引言

在预测过程中, 不同的单项预测方法能够提供不同的有效信息. 1969 年, J. M. Bates 等首次提出了组合预测方法<sup>[1]</sup>, 该方法的思想是利用各单项方法的有效信息, 取长补短, 提高预测的精准度. 此后, 国内外学者对组合预测方法进行了深入研究, 并取得了一些成果<sup>[2-10]</sup>. 在实际的经济研究中, 经常会面临变量取值不确定的情形, 如研究股价的变动时, 分别使用开盘价和收盘价会产生不同的结果. 区间数据可以很好地表达动态事件, 因此对区间型组合预测进行研究具有重要意义. 陈华友等<sup>[11]</sup>引入诱导有序

收稿日期: 2018-09-26

作者简介: 郑亚男(1995—), 女, 硕士研究生, 研究方向为经济系统优化与预测.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71803001); 国家社会科学基金资助青年项目(13CTJ006); 安徽财经大学研究生科研创新基金资助项目(ACYC2017227)

加权平均(induced ordered weighted averaging, IOWA)算子,以相关系数为最优目标函数建立了多目标区间组合模型,并结合实例验证了模型的精度优于单项预测方法. 胡凌云等<sup>[12]</sup>在区间数距离最小的准则下,使用诱导广义有序加权对数平均(induce generalized ordered weighted logarithmic averaging, IGOWLA)算子集结数据建立了变权的区间型组合预测模型,实证结果显示该模型预测精度优于传统的定权组合预测模型. 袁宏俊等<sup>[13]</sup>构造了连续区间有序几何加权平均 Power (continuous ordered weighted geometric-weighted Power averaging, COWG-WPA)算子,在广义绝对误差  $\lambda$  次和最小的准则下建立了基于 COWG-WPA 算子的区间型组合预测模型,实例验证表明该方法能够显著提高预测的精度. 本文在已有的文献基础上,选取区间相离度作为衡量组合预测区间数序列与实际区间数序列的准则,并引入 GIOWA 算子,提出基于区间相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法,并通过实例验证该方法的预测精度.

1 基本概念

**定义 1** 记  $X=[a,b]$ , 其中  $a,b \in R$  且  $a < b$ , 则称  $X$  为  $R$  上的一个区间数. 特别地,当  $a=b$  时,区间数  $X$  退化为一个普通实数. 令  $c=\frac{1}{2}(a+b)$ ,  $r=\frac{1}{2}(b-a)$ , 称  $c$  为区间数  $X$  的中点,  $r$  为区间数  $X$  的半径,则区间数的另一种表达方式为  $X=(c,r)$ .

**定义 2**<sup>[14]</sup> 设  $F_W: R^n \rightarrow R$  为  $n$  元函数,对诱导二元数组  $V=\{\langle v_1,a_1 \rangle, \langle v_2,a_2 \rangle, \cdots, \langle v_n,a_n \rangle\}$ , 称满足  $F_W(V)=(\sum_{i=1}^n w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}$  的函数  $F_W$  为 GIOWA 算子,其中  $W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$  是权重向量,且满足  $\sum_{i=1}^n w_i=1$ ;  $v_i$  称为  $a_i$  的诱导值,  $a_{v\text{-index}(i)}$  是  $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$  按从大到小排序的第  $i$  个数;  $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .

特别地,当  $\lambda=1$  时,  $F_W(V)=\sum_{i=1}^n w_i a_{v\text{-index}(i)}$ , 即 GIOWA 算子退化为 IWOA 算子;当  $\lambda=-1$  时,  $F_W(V)=1/\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{a_{v\text{-index}(i)}}$ , 即 GIOWA 算子退化为诱导有序加权调和平均(induced ordered weighted harmonic averaging, IWOHA)算子;当  $\lambda \rightarrow 0$  时,  $F_W(V)=\sum_{i=1}^n a_{v\text{-index}(i)}^{w_i}$ , 即 GIOWA 算子退化为诱导有序加权几何平均(induced ordered weighted geometric averaging, IOWGA)算子.

**定义 3**<sup>[15]</sup> 设有两区间数  $X_1=[a_1,b_1]$ ,  $X_2=[a_2,b_2]$ , 定义  $X_1, X_2$  的相离度函数为

$$d(X_1,X_2)=\frac{|b_2-b_1|+|a_2-a_1|}{(b_1-a_1)+(b_2-a_2)}.$$

如果  $d(X_1,X_2)$  是区间数  $X_1$  与  $X_2$  的相离度函数,则:

- 1)  $d(X_1,X_2) \geq 0$ ;
- 2)  $d(X_1,X_2)=d(X_2,X_1)$ ;
- 3)  $d(X_1,X_2)=0$  当且仅当  $X_1=X_2$ .

**证明** 1) 和 2) 显然成立,下证 3). 首先证明  $X_1=X_2 \Rightarrow d(X_1,X_2)=0$ .  $X_1=X_2 \Rightarrow c_1=c_2$  且  $r_1=r_2$ . 因此

$$\begin{cases} \frac{a_1+b_1}{2}=\frac{a_2+b_2}{2} \\ \frac{a_1-b_1}{2}=\frac{a_2-b_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1=a_2, \\ b_1=b_2. \end{cases} \text{ 所以, } d(X_1,X_2)=0.$$

其次证明  $d(X_1,X_2)=0 \Rightarrow X_1=X_2$ .  $d(X_1,X_2)=0 \Rightarrow |b_2-b_1|+|a_2-a_1|=0$ , 因此

$$\begin{cases} b_2 - b_1 = 0 \\ a_2 - a_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases} \Rightarrow c_1 = c_2 \text{ 且 } r_1 = r_2,$$

即  $X_1 = X_2$ .

由定理 1 可知, 区间数相似度函数可用于刻画两个区间数的偏离程度. 相似度函数越接近于 0, 表示两个区间数越接近. 特别地, 当  $d(X_1, X_2) = 0$  时, 表示两个区间数完全重合. 因此, 可以将两个区间数的相离度函数进行扩展, 应用于描述两个区间数序列的偏离程度. 为使组合预测值与实际值区间相离度达到最小, 本文提出基于区间相离度最小的区间型组合预测方法.

## 2 基于区间相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法

假设在一个经济问题中存在一组区间型时间序列值  $\{X_{0t} \mid X_{0t} = [a_{0t}, b_{0t}], t = 1, 2, \dots, N\}$ , 使用  $m$  种单项预测方法对其进行预测, 得到  $t$  时刻第  $i$  种单项预测方法的预测值序列  $X_{it} = \{X_{it} \mid [a_{it}, b_{it}], t = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, m\}$ . 令  $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$  为各单项预测方法的权重, 有  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ . 记由  $m$  种单项预测方法所构造的组合预测序列为  $\hat{X}_t = \{\hat{X}_t \mid [\hat{a}_t, \hat{b}_t], t = 1, 2, \dots, N\}$ .

### 2.1 区间数组组合预测值的构造

**定义 4** 记  $v_{it}^a, v_{it}^b$  分别表示  $t$  时刻第  $i$  种单项预测方法的左、右端点预测精度:

$$v_{it}^a = \begin{cases} 1 - |(a_{0t} - a_{it})|, & |(a_{0t} - a_{it})| < 1; \\ 0, & |(a_{0t} - a_{it})| \geq 1; \end{cases}$$

$$v_{it}^b = \begin{cases} 1 - |(b_{0t} - b_{it})|, & |(b_{0t} - b_{it})| < 1; \\ 0, & |(b_{0t} - b_{it})| \geq 1. \end{cases}$$

显然有  $v_{it} \in [0, 1], t = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, m$ .

选取单项预测方法的左右预测精度  $v_{it}^a, v_{it}^b$  作为组合预测的诱导值, 构造二维数组  $\langle v_{1t}^a, a_{1t} \rangle, \langle v_{1t}^b, b_{1t} \rangle, \langle v_{2t}^a, a_{2t} \rangle, \langle v_{2t}^b, b_{2t} \rangle, \dots, \langle v_{it}^a, a_{it} \rangle, \langle v_{it}^b, b_{it} \rangle$ . 根据定义 2 所规定的 GIOWA 算子数据集结方式, 可得:

$$\hat{a}_t = \text{GIOWA}\{\langle v_{1t}^a, a_{1t} \rangle, \langle v_{2t}^a, a_{2t} \rangle, \dots, \langle v_{it}^a, a_{it} \rangle\} = \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}},$$

$$\hat{b}_t = \text{GIOWA}\{\langle v_{1t}^b, b_{1t} \rangle, \langle v_{2t}^b, b_{2t} \rangle, \dots, \langle v_{it}^b, b_{it} \rangle\} = \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}}.$$

由此可以得出, 组合预测区间数预测值为

$$\hat{X}_t = [\hat{a}_t, \hat{b}_t] = \left[ \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}}, \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} \right].$$

### 2.2 实际值序列与各组合预测方法预测值序列区间相离度的计算

根据定义 3 计算第  $i$  种单项预测方法预测值序列与实际值序列之间的区间相离度:

$$d_i(X_{0t}, X_{it}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|b_{it} - b_{0t}| + |a_{it} - a_{0t}|}{(b_{it} - a_{it}) + (b_{0t} - a_{0t})}.$$

由 GIOWA 算子集结得到的组合预测值序列与实际值序列之间的区间相离度为

$$d(X_{0t}, \hat{X}_t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\hat{b}_t - b_{0t}| + |\hat{a}_t - a_{0t}|}{(\hat{b}_t - \hat{a}_t) + (b_{0t} - a_{0t})}.$$

### 2.3 基于区间相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法的构造

由 GIOWA 算子集结得到的组合预测值序列与实际值序列之间的区间相离度可以表示为

$$d(X_{0t}, \hat{X}_t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left( \frac{\left| \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - b_{0t} \right| + \left| \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - a_{0t} \right|}{\left( \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} \right) + (b_{0t} - a_{0t})} \right).$$

从上式可以看出,区间相离度  $d$  是各单项预测方法权重  $W$  的函数. 根据上述分析,预测值序列与实际值序列区间相离度越小,则二者越接近. 因此,可以得到如下最优区间型组合预测方法(I):

$$\min d(X_{0t}, \hat{X}_t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left( \frac{\left| \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - b_{0t} \right| + \left| \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - a_{0t} \right|}{\left( \left( \sum_{i=1}^m w_i b_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} - \left( \sum_{i=1}^m w_i a_{v\text{-index}(i)}^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} \right) + (b_{0t} - a_{0t})} \right),$$

s. t. 
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m w_i = 1, \\ w_i \geq 0. \end{cases}$$

2.4 区间型组合预测方法的有效性

定义5 令  $d_{\min} = \min_{1 \leq i \leq m} d_i(X_{0t}, X_{it})$ ,  $d_{\max} = \max_{1 \leq i \leq m} d_i(X_{0t}, X_{it})$ , 则:

- 1) 若  $d(w_1, w_2, \cdots, w_n) < d_{\min}$ , 称基于区间数相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法是优性区间组合预测;
- 2) 若  $d_{\min} \leq d(w_1, w_2, \cdots, w_n) \leq d_{\max}$ , 称基于区间数相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法是非劣性区间组合预测;
- 3) 若  $d(w_1, w_2, \cdots, w_n) > d_{\max}$ , 称基于区间数相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法是劣性区间组合预测.

2.5 区间型组合预测方法的精度检验

区间型数据预测精度的判别不能简单的以某一端点的预测精度或区间长度的预测精度来衡量. 本文引入以下区间数误差指标体系对组合预测方法的结果进行综合评价: ① 平均区间位置误差平方和,  $MSEP = \sum_{t=1}^N \frac{(c_{0t} - \hat{c}_t)^2}{N}$ ; ② 平均区间长度误差平方和,  $MSEL = \sum_{t=1}^N \frac{(r_{0t} - \hat{r}_t)^2}{N}$ ; ③ 平均区间误差平方和,  $MSEI = MSEP + MSEL = \sum_{t=1}^N \frac{(c_{0t} - \hat{c}_t)^2}{N} + \sum_{t=1}^N \frac{(r_{0t} - \hat{r}_t)^2}{N}$ ; ④ 平均区间相对误差和,  $MRIE = \sum_{t=1}^N \left( \frac{|c_{0t} - \hat{c}_t|}{r_{0t} + \hat{r}_t} \right) / N$ .

3 实例分析

选取文献[16]的数据验证本文预测方法的有效性,具体数据见表 1 所示.

表 1 实际区间数和 3 种单项预测区间数及其等价形式

实际区间数		单项方法 1		单项方法 2		单项方法 3	
$[a_{0t}, b_{0t}]$	$(c_{0t}, r_{0t})$	$[a_{1t}, b_{1t}]$	$(c_{1t}, r_{1t})$	$[a_{2t}, b_{2t}]$	$(c_{2t}, r_{2t})$	$[a_{3t}, b_{3t}]$	$(c_{3t}, r_{3t})$
[3,4]	(3.5,0.5)	[2.4,5]	(3.7,1.3)	[3.6,5.4]	(4.5,0.9)	[3,3.6]	(3.3,0.3)
[5,5.6]	(5.3,0.3)	[2.2,6]	(4.1,1.9)	[5,6]	(5.5,0.5)	[4,5.2]	(4.6,0.6)
[4,6]	(5,1)	[3,8]	(5.5,2.5)	[5.2,7]	(6.1,0.9)	[4.3,5.1]	(4.7,0.4)
[6,10]	(8,2)	[4.6,11]	(7.8,3.2)	[6.8,11.6]	(9.2,2.4)	[6.1,7.3]	(6.7,0.6)
[6.6,8.8]	(7.7,1.1)	[6,12.4]	(9.2,3.2)	[8,9.6]	(8.8,0.8)	[7,8]	(7.5,0.5)
[9,11]	(10,1)	[7,15]	(11,4)	[9.6,12]	(10.8,1.2)	[9.1,9.9]	(9.5,0.4)

3.1 计算区间型组合预测值

根据定义 4 及表 1 的数据,计算  $t$  时刻第  $i$  单项预测方法的左、右端点预测精度,结果如表 2 所示.

表 2 3 种单项预测方法在各时刻的左、右端点预测精度

时刻	$v_{1t}^a$	$v_{2t}^a$	$v_{3t}^a$	$v_{1t}^b$	$v_{2t}^b$	$v_{3t}^b$
1	0.800 0	0.800 0	1.000 0	0.750 0	0.650 0	0.900 0
2	0.440 0	1.000 0	0.800 0	0.928 6	0.928 6	0.928 6
3	0.750 0	0.700 0	0.925 0	0.666 7	0.833 3	0.850 0
4	0.766 7	0.866 7	0.983 3	0.900 0	0.840 0	0.730 0
5	0.909 1	0.787 9	0.939 4	0.590 9	0.909 1	0.909 1
6	0.777 8	0.933 3	0.988 9	0.636 4	0.909 1	0.900 0

从表 2 可以看出,3 种单项预测方法各有优劣,均在某些时刻具有最高的预测精度,因此存在使用组合预测进行优化的可能. 由于参数  $\lambda$  具有无穷多个取值,为了简化计算本文选取  $\lambda = -3, -1, 0.1, 1, 3$  5 种情况进行计算. 将表 1 及表 2 中的数据代入到( I )中,利用 LINGO 软件计算得到最优组合权重系数,计算结果如表 3 所示.

表 3 5 种取值下的区间型组合预测方法的权重

权重	$\lambda = -3$	$\lambda = -1$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$
各时刻精度最高权重 $w_1$	0.851 0	0.801 4	0.774 8	0.751 8	0.697 7
各时刻精度次之权重 $w_2$	0.148 3	0.198 6	0.225 2	0.248 2	0.302 3
各时刻精度最低权重 $w_3$	0.000 7	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0

根据定义 2,将表 3 的结果代入组合预测方法( I )得到( I )的预测值序列,结果如表 4 所示.

表 4 实际区间数、不同取值下区间型组合预测方法预测值及等价形式

时刻	1	2	3	4	5	6	
实际区间数	$[a_{0t}, b_{0t}]$	$[3, 4]$	$[5, 5.6]$	$[4, 6]$	$[6, 10]$	$[6.6, 8.8]$	$[9, 11]$
	$(c_{0t}, r_{0t})$	$(3.5, 0.5)$	$(5.3, 0.3)$	$(5, 1)$	$(8, 2)$	$(7.7, 1.1)$	$(10, 1)$
组合区间数 $\lambda = -3$	$[\hat{a}_t, \hat{b}_t]$	$[2.91, 3.81]$	$[4.85, 5.32]$	$[4.11, 5.38]$	$[6.20, 11.09]$	$[6.85, 8.24]$	$[9.17, 10.21]$
	$(\hat{c}_t, \hat{r}_t)$	$(3.36, 0.45)$	$(5.08, 0.23)$	$(4.75, 0.64)$	$(8.64, 2.44)$	$(7.55, 0.69)$	$(9.69, 0.52)$
组合区间数 $\lambda = -1$	$[\hat{a}_t, \hat{b}_t]$	$[2.88, 3.88]$	$[4.80, 5.36]$	$[4.04, 5.48]$	$[6.24, 11.12]$	$[6.80, 8.32]$	$[9.2, 10.32]$
	$(\hat{c}_t, \hat{r}_t)$	$(3.38, 0.50)$	$(5.08, 0.28)$	$(4.76, 0.72)$	$(8.68, 2.44)$	$(7.56, 0.76)$	$(9.76, 0.56)$
组合区间数 $\lambda = 0.1$	$[\hat{a}_t, \hat{b}_t]$	$[2.86, 3.92]$	$[4.80, 5.36]$	$[4.04, 5.48]$	$[6.24, 11.12]$	$[6.80, 8.32]$	$[9.20, 10.32]$
	$(\hat{c}_t, \hat{r}_t)$	$(3.39, 0.53)$	$(5.08, 0.28)$	$(4.76, 0.72)$	$(8.68, 2.44)$	$(7.56, 0.76)$	$(9.76, 0.56)$
组合区间数 $\lambda = 1$	$[\hat{a}_t, \hat{b}_t]$	$[2.85, 3.95]$	$[4.75, 5.40]$	$[3.98, 5.57]$	$[6.27, 11.15]$	$[6.75, 8.40]$	$[9.22, 10.42]$
	$(\hat{c}_t, \hat{r}_t)$	$(3.40, 0.55)$	$(5.08, 0.32)$	$(4.77, 0.80)$	$(8.71, 2.44)$	$(7.57, 0.82)$	$(9.82, 0.60)$
组合区间数 $\lambda = 3$	$[\hat{a}_t, \hat{b}_t]$	$[2.82, 4.02]$	$[4.70, 5.44]$	$[3.91, 5.67]$	$[6.31, 11.18]$	$[6.70, 8.48]$	$[9.25, 10.53]$
	$(\hat{c}_t, \hat{r}_t)$	$(3.42, 0.60)$	$(5.07, 0.37)$	$(4.79, 0.88)$	$(8.75, 2.43)$	$(7.59, 0.89)$	$(9.89, 0.64)$

3.2 精度检验及灵敏度分析

利用误差指标检验方法( I )的预测精度. 3 种单项预测方法和区间型组合预测方法( I )的 5 种特殊取值情况以及已有文献所提方法的各项误差指标见表 5. 由表 5 可以看出,本文方法的各项误差指标均低于 3 种单项预测方法;另外,与文献[17-18]中的区间型组合预测方法的有效性相比,本文方法的各项误差指标也均小于文献中提出的方法. 这说明,本文构建的区间型组合预测方法( I )是有效的.

表 5 预测精度评价体系

预测方法	MSEP	MSEL	MSEI	MRIE
单项预测方法 1	0.836 7	3.383 3	4.220 0	0.231 1
单项预测方法 2	0.923 3	0.083 3	1.006 6	0.459 8
单项预测方法 3	0.433 3	0.528 3	0.961 6	0.370 7
组合预测方法 ( $\lambda = -3$ )	0.110 6	0.121 3	0.231 8	0.189 6
组合预测方法 ( $\lambda = -1$ )	0.110 0	0.097 5	0.207 6	0.170 7
组合预测方法 ( $\lambda = 0.1$ )	0.110 2	0.086 9	0.197 0	0.161 1
组合预测方法 ( $\lambda = 1$ )	0.110 8	0.078 9	0.189 7	0.153 1
组合预测方法 ( $\lambda = 3$ )	0.114 0	0.064 9	0.178 9	0.135 6
王晓提出的方法 <sup>[17]</sup>	0.266 5	0.234 1	0.500 6	0.237 2
曹晓俊提出的方法 ( $\lambda = 2$ ) <sup>[18]</sup>	0.297 7	0.364 0	0.661 7	0.189 8

分别计算 3 种单项预测方法和 5 种特殊取值下组合预测方法的预测值区间数与实际值区间数之间的区间相离度,结果如表 6 所示.从表 6 可以看出,在 5 种取值情况下均有  $d(w_1, w_2, w_3) < d_{\min}$ . 根据定义 5,可判定所构建的 5 种取值下的方法(I)均为优越性区间型组合预测.

表 6 各种预测方法与实际值间的区间相离度

	单项预测 方法 1	单项预测 方法 2	单项预测 方法 3	组合预测方法				
				$\lambda = -3$	$\lambda = -1$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$
相离度	1.181 6	0.339 4	0.345 6	0.260 1	0.258 8	0.263 1	0.268 7	0.274 1

由表 5 和表 6 可以大致看出,当  $-1 < \lambda < 1, \lambda \neq 0$  时,组合预测的精度更高.为了更深入地了解  $\lambda$  的取值对所构建组合预测方法精度的影响,本文对参数进行灵敏度分析.图 1—图 3 为参数  $\lambda$  变化对最优目标函数值  $d$ 、权重系数  $w_1, w_2, w_3$  以及误差指标 MSEP、MSEL、MSEI、MRIE 的影响.

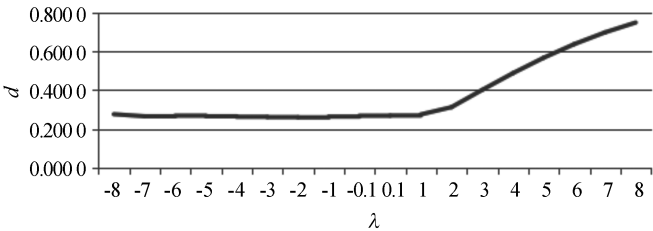


图 1  $\lambda$  变化对最优目标函数值  $d$  的影响

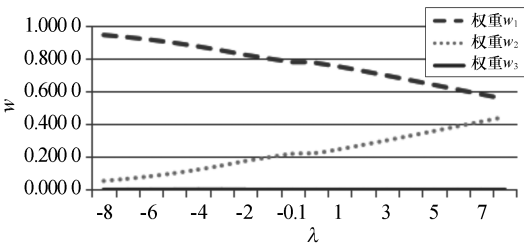


图 2  $\lambda$  变化对权重系数的影响

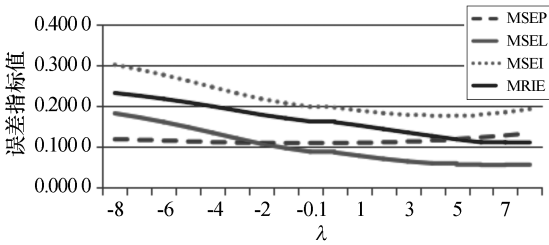


图 3  $\lambda$  变化对误差指标的影响

由图 1—图 3 可以看出,当  $\lambda$  在  $(-\infty, 0)$  及  $(0, +\infty)$  上变化时,3 个图中的曲线都有明显的变化.从图 1 可以看出,在  $(-\infty, 0)$ ,随着  $\lambda$  的增大,目标函数最优值逐渐减小,最终稳定在 0.26 左右;在  $(0, +\infty)$  上,目标函数最优值整体呈上升趋势,最终变化率趋于平缓,稳定在 0.78 附近.

从图 2 可以看出,在  $\lambda$  的变化过程中始终有  $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ . 根据 GIOWA 算子集结数据的方式,各



时刻精度最高的单项预测方法将被赋予最大的权重,因此显然有  $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ . 另外,随着  $\lambda$  的增大,  $w_1$  逐渐下降,  $w_2$  逐渐上升,二者逐渐趋于相等;而  $w_3$  逐渐下降,最终趋近于 0.

从图 3 可以看出,当  $\lambda \in (-\infty, 0)$  时,随着  $\lambda$  的增大, MSEP、MSEL、MSEI 值均递减. 当  $\lambda \in (0, +\infty)$  时,随着  $\lambda$  的增大, MSEP 值逐渐上升,而 MSEL 值逐渐下降;在 MSEP 和 MSEL 的共同作用下, MSEI 值先下降后上升,最低值在 0.17 左右. MRIE 值则一直呈逐渐下降趋势,并最终稳定在 0.11 附近.

综合上述分析可知,当  $\lambda \in (-1, 0) \cup (0, 1)$  时, MSEI 和 MRIE 值达到最低,组合预测值与实际值的区间相离度稳定在  $0.26 < d_{\min}$ , 即区间型组合预测方法(I)的预测精度达到最高,且为优性区间型组合预测.

## 4 结束语

本文以左右端点精度作为诱导值,利用 GIOWA 算子对数据进行集结,并引入区间相离度作为最优准则,得到了基于区间相离度及 GIOWA 算子的区间型组合预测方法. 经过实例验证,本文所提出的区间型组合预测方法能够有效地提高预测精度. 另外,通过参数对灵敏度的影响分析,得到了参数  $\lambda$  的最优取值区间. 本文在研究过程中,缺少对该方法有效性的理论分析,今后将对本文方法的非劣性组合预测及优性组合预测等存在性的充分条件进行研究,以完善本文方法.

## 参考文献:

- [1] BATES J M, GRANGER C W J. Combination of forecasts[J]. Operations Research Quarterly, 1969, 20(4): 451-468.
- [2] ELLIOTT G, GRANGER C W J, TIMMERMAN A. Handbook of Economic Forecasting[M]. North-Holland: Elsevier, 2006.
- [3] LAMBERSON P J, PAGE S E. Optimal forecasting groups[J]. Management Science, 2012, 58: 805-810.
- [4] 唐小我. 最优组合预测方法及其应用[J]. 数理统计与管理, 1992(1): 31-35.
- [5] 陈华友, 侯定丕. 基于预测有效度的优性组合预测模型研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2002, 32(2): 49-57.
- [6] 陈华友, 刘春林. 基于 IOWA 算子的组合预测方法[J]. 预测, 2003, 22(6): 61-65.
- [7] 江立辉, 陈华友, 丁芳清, 等. 基于 IOWC-GOWA 算子的区间组合预测模型[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(3): 50-54.
- [8] 张超, 袁宏俊. 一类诱导广义有序加权对数的连续区间有序加权调和平均算子及其应用[J]. 延边大学学报(自然科学版), 2017, 43(4): 302-307.
- [9] 于红岩, 季申佳. 基于 FAHP 的加权组合模型预测精度检验与比较[J]. 统计与决策, 2017(23): 74-78.
- [10] 陶志富, 朱家明, 刘金培, 等. 基于演化聚类分析的组预测改进熵权模型及其应用[J/OL]. 控制与决策. [2018-10-27]. <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0824>.
- [11] 陈华友, 李翔, 金磊, 等. 基于相关系数及 IOWA 算子的区间组合预测方法[J]. 统计与决策, 2012(6): 83-86.
- [12] 胡凌云, 袁宏俊, 周洁. 基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型[J]. 延边大学学报(自然科学版), 2018, 44(2): 109-115.
- [13] 袁宏俊, 胡凌云. 基于连续区间有序几何加权平均 Power 算子的区间型组合预测模型[J/OL]. 数理统计与管理 [2018-10-13]. DOI:10.13860/j.cnki.sltj.20180929-001.
- [14] 周礼刚. 几类广义信息集成算子及其在多属性决策中的应用[D]. 合肥: 安徽大学, 2013.
- [15] 刘中侠, 刘思峰, 蒋诗泉, 等. 基于区间灰数相离度的灰色关联决策模型[J]. 统计与信息论坛, 2017, 32(9): 24-28.
- [16] 徐惠莉, 吴柏林, 江韶珊. 区间时间序列预测准确度探讨[J]. 数量经济技术经济研究, 2008, 12(1): 133-140.
- [17] 王晓, 刘兮, 陈华友, 等. 基于 IOWA 算子的区间组合预测方法[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2010, 32(2): 221-225.
- [18] 曹晓俊, 袁宏俊. 连续区间广义有序加权调和平均算子及其在区间组合预测中应用[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2017, 41(1): 123-131.