文章编号: 1004-4353(2018)02-0109-07

基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型

胡凌云[1], 袁宏俊[2], 周洁[2]
(1.安徽财经大学 管理科学与工程学院; 2.安徽财经大学 统计与应用数学学院: 安徽 蚌埠 233030)

摘要: 在用区间数描述不确定现象的预测问题中,由于每种单项预测方法在各个时点处的精度不同,定权区间型组合预测模型存在权重固定不变的不足. 本文引入诱导广义有序加权对数平均(IGOWLA)算子,以区间数距离作为最优准则,构建一种基于区间数距离的 IGOWLA 算子的变权区间型组合预测模型. 实证分析结果显示,本文所构建的区间型组合预测方法可提高预测精度,是一种有效的优性的组合预测方法.

关键词: 区间组合预测; 区间数距离; 诱导广义有序加权对数平均算子; 预测精度
中图分类号: F224　　**文献标识码:** A

The interval combination forecasting model based on interval number distance and IGOWLA operator

HU Lingyun[1], YUAN Hongjun[2], ZHOU Jie[2]
(1. *School of Management Science and Engineering*; 2. *School of Statistics and Applied Mathematics*: *Anhui University of Finance and Economics*, *Bengbu* 233030, *China*)

Abstract: In the problem of forecasting uncertainties described by interval numbers, due to the different precision of each single forecasting method at each time point, the fixed weight interval combination forecasting model has the shortage of fixed weight. In this paper, the induced generalized ordered weighted logarithmic averaging (IGOWLA) operator is introduced. Using the interval number distance as the optimal criterion, a variable weight interval combination forecasting model based on the IGOWLA operator is constructed. The empirical analysis shows that the interval combination forecasting method can improve the prediction accuracy and is an effective forecasting method.

Keywords: interval combination forecasting; interval number distance; IGOWLA operator; prediction accuracy

0 引言

在预测过程中,为了得到更加精确的预测结果,往往采用将几种单项预测方法合并在一起的组合预测方法. 组合预测方法能够充分利用参与的每一种单项预测方法提供的有效信息,减少因错误选择某一单项预测方法所带来的风险. 1969 年, J. M. Bates 等[1]首先系统地提出了组合预测方法,随后相关问题的研究也取得了大量的成果[2-4]. 在现实生活中,存在着很多不确定现象的预测问题,对此很多学者利用区间数对其进行了研究. 如:胡凌云等[5]针对区间数的左右端点,引入诱导有序加权几何平均(IOWGA)算子,并以对数误差平方和为准则,在左右端点的 IOWGA 算子的多目标组合预测模型基础上,构建了

收稿日期: 2018-01-22　　**作者简介:** 胡凌云(1976—),女,讲师,研究方向为数据挖掘、信息集成算子.
基金项目: 国家社会科学基金资助项目(13CTJ006);安徽财经大学重点科研基金资助项目(ACKY1612ZDB)

凸组合的区间型组合预测模型.朱家明等[6]引入Power算子与连续有序加权(COWA)算子,以误差绝对值之和为最优准则,构建了基于不确定加权Power平均算子的区间型组合预测模型.袁宏俊等[7]构造出诱导广义加权的C-OWGA算子,以向量夹角余弦为最优准则,建立了区间型组合预测模型.王晓等[8]引入诱导有序加权平均(IOWA)算子,以区间中点误差平方和与区间半径误差平方和的凸组合为最优准则,构建了基于IOWA算子的区间型组合预测模型.江立辉等[9]将IOWA算子和C-GOWA算子相结合,引入指数支撑度相关性指标为准则,构建了基于IOWC-GOWA算子的区间型组合预测模型.袁宏俊等[10]将区间数转换成等价的二元联系数,在联系数贴近度的最优准则下,建立了基于联系数贴近度的区间型组合预测模型.在上述文献中,研究者们提出的不同组合预测模型在一定程度上提高了预测的精度.考虑各单项预测方法在每个时点处的精度不同,本文在算术平均数、几何平均数和调和平均数的基础上引入广义平均数,构建诱导广义有序加权对数平均(IGOWLA)算子,以区间数距离作为度量组合预测区间数序列与实际值区间数序列接近程度的准则指标,建立基于区间数距离的IGOWLA算子的区间型组合预测模型,并通过实例分析验证本文方法的有效性.

1 基本概念

定义1 若 $x^-,x^+\in R$ 且 $x^-\leqslant x^+$,则称 $X=[x^-,x^+]$ 为 R 上的一个区间数.令区间数的中点 $c=\dfrac{(x^-+x^+)}{2}$,半径 $r=\dfrac{(x^+-x^-)}{2}$,则区间数可等价表示为 $X=(c,r)$.

定义2 设两区间数 $X_1=[x_1^-,x_1^+]$ 和 $X_2=[x_2^-,x_2^+]$,定义如下运算:

1) 加法运算:$X_1+X_2=[x_1^-+x_2^-,x_1^++x_2^+]$;

2) 数乘运算:$\lambda X_1=\begin{cases}[\lambda x_1^-,\lambda x_1^+], & \lambda\geqslant 0;\\ [\lambda x_1^+,\lambda x_1^-], & \lambda<0;\end{cases}$

3) 对数运算:$\ln X_1=[\ln x_1^-,\ln x_1^+]$, $x_1^->0$;

4) 乘方运算:$(X_1)^\lambda=\begin{cases}[(x_1^-)^\lambda,(x_1^+)^\lambda], & \lambda>0;\\ [(x_1^+)^\lambda,(x_1^-)^\lambda], & \lambda<0.\end{cases}$

定义3[11] 设两区间数 $X_1=[x_1^-,x_1^+]=(c_1,r_1)$, $X_2=[x_2^-,x_2^+]=(c_2,r_2)$.令

$$d^2(X_1,X_2)=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left\{[\frac{x_1^++x_1^-}{2}+(x_1^+-x_1^-)x]-[\frac{x_2^++x_2^-}{2}+(x_2^+-x_2^-)x]\right\}^2\mathrm{d}x=$$

$$(\frac{x_1^++x_1^-}{2}-\frac{x_2^++x_2^-}{2})^2+\frac{1}{12}[(x_1^+-x_1^-)-(x_2^+-x_2^-)]^2=(c_1-c_2)^2+\frac{1}{3}(r_1-r_2)^2,$$

则称 $d(X_1,X_2)=\sqrt{(c_1-c_2)^2+\frac{1}{3}(r_1-r_2)^2}$ 为两区间数 X_1 与 X_2 的距离.

由定义3可知,该区间数距离可作为两区间数接近程度的度量指标.若区间数的距离越小,刻画两区间数就越接近;若 $d(X_1,X_2)=0$,则区间数 X_1 和 X_2 完全重合.

定义4[3] 设OWA、IOWA都是 $R^n\to R$ 的 n 元函数,$\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$ 是与函数有关的加权向量,满足 $\sum_{i=1}^n w_i=1$, $w_i\geqslant 0$, $i=1,2,\cdots,n$;数据集 $\{(v_1,a_1),(v_2,a_2),\cdots,(v_n,a_n)\}$ 包含 n 个二维数组.令

$$\mathrm{OWA}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{i=1}^n w_i b_i,$$

$$\mathrm{IOWA}((v_1,a_1),(v_2,a_2),\cdots,(v_n,a_n))=\sum_{i=1}^n w_i a_{v\text{-index}(i)},$$

其中 b_i 是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 按从大到小的顺序排列的第 i 个大的数,v-index(i) 是 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 按从大到小的顺序排列的第 i 个大的数的下标,v_i 称为 a_i 的诱导值,则称OWA是 n 维有序加权平均算子,IOWA是

n 维诱导有序加权平均算子.

定义 4 是从加权平均数的角度对数据进行有效集结. 文献[12]在广义平均数概念的基础上，构建了一种对数结构的罚函数最优模型，并提出了如下的集结数据的信息算子：

定义 5[12]　设 GOWLA、IGOWLA 都是 $R^n \to R$ 的 n 元函数，$\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$ 是与函数有关的加权向量，满足 $\sum_{i=1}^{n} w_i=1$，$w_i \geqslant 0$，$i=1,2,\cdots,n$；数据集 $\{(v_1,a_1),(v_2,a_2),\cdots,(v_n,a_n)\}$ 包含 n 个二维数组. 令

$$\mathrm{GOWLA}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{n} w_i(\ln b_i)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\},$$

$$\mathrm{IGOWLA}(\langle v_1,a_1\rangle,\langle v_2,a_2\rangle,\cdots,\langle v_n,a_n\rangle)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{n} w_i(\ln a_{v\text{-index}(i)})^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\},$$

其中 b_i 是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 按从大到小的顺序排列的第 i 个大的数，v-index(i) 是 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 按从大到小的顺序排列的第 i 个大的数的下标，v_i 称为 a_i 的诱导值，$\lambda \in (-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，则称 GOWLA 是 n 维广义有序加权对数平均算子，IGOWLA 是 n 维诱导广义有序加权对数平均算子.

2　基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型

用区间数描述某不确定对象的预测问题时，若用 m 种单项预测方法分别进行预测，则得到的单项预测值区间数序列为 $\{X_{it} \mid X_{it}=[x_{it}^-,x_{it}^+]=(c_{it},r_{it}),i=1,2,\cdots,m;t=1,2,\cdots,N\}$，而实际值区间数序列为 $\{X_t \mid X_t=[x_t^-,x_t^+]=(c_t,r_t),t=1,2,\cdots,N\}$. 设 $w_1,w_2,\cdots,w_m$ 为每一种单项预测方法在组合预测中的权系数，满足 $w_i \in [0,1]$，$i=1,2,\cdots,m$，$\sum_{i=1}^{m} w_i=1$. 由 m 种单项预测方法组合而成的组合预测值区间数记为 $\hat{X}_t=[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]=(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$，$t=1,2,\cdots,N$.

1) 基于 IGOWLA 算子的组合预测值区间数的生成. 在对应的区间数端点的相对误差基础上，构建第 i 种单项预测方法对应的区间数端点在第 t 时刻的左预测精度 v_{it}^- 和右预测精度 v_{it}^+：

$$v_{it}^-=\begin{cases}1-\left|(x_t^- - x_{it}^-)/x_t^-\right|, & \left|(x_t^- - x_{it}^-)/x_t^-\right|<1;\\ 0, & \left|(x_t^- - x_{it}^-)/x_t^-\right| \geqslant 1;\end{cases}$$

$$v_{it}^+=\begin{cases}1-\left|(x_t^+ - x_{it}^+)/x_t^+\right|, & \left|(x_t^+ - x_{it}^+)/x_t^+\right|<1;\\ 0, & \left|(x_t^+ - x_{it}^+)/x_t^+\right| \geqslant 1.\end{cases}$$

显然 $v_{it}^- \in [0,1]$，$v_{it}^+ \in [0,1]$，$i=1,2,\cdots,m$；$t=1,2,\cdots,N$.

把单项预测值区间数的左预测精度 v_{it}^- 和左端点 x_{it}^- 结合在一起，区间数的右预测精度 v_{it}^+ 和右端点 x_{it}^+ 结合在一起，并取 v_{it}^- 作为 x_{it}^- 的诱导值，v_{it}^+ 作为 x_{it}^+ 的诱导值，即可构成 $2m$ 个二维数组 (v_{1t}^-,x_{1t}^-)，$(v_{2t}^-,x_{2t}^-),\cdots,(v_{mt}^-,x_{mt}^-)$ 和 $(v_{1t}^+,x_{1t}^+),(v_{2t}^+,x_{2t}^+),\cdots,(v_{mt}^+,x_{mt}^+)$. 利用定义 5 中 IGOWLA 算子的集结数据方式，构建第 t 时刻由 IGOWLA 算子集结而成的组合预测区间数的左端点 $\hat{x}_t^-$ 和组合预测区间数的右端点 $\hat{x}_t^+(t=1,2,\cdots,N)$：

$$\hat{x}_t^-=\mathrm{IGOWLA}((v_{1t}^-,x_{1t}^-),(v_{2t}^-,x_{2t}^-),\cdots,(v_{mt}^-,x_{mt}^-))=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m} w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\},$$

$$\hat{x}_t^+=\mathrm{IGOWLA}((v_{1t}^+,x_{1t}^+),(v_{2t}^+,x_{2t}^+),\cdots,(v_{mt}^+,x_{mt}^+))=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m} w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}.$$

进而可知由 IGOWLA 算子集结而成的组合预测值区间数为

$$\hat{X}_t=[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]=\left[\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m} w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\},\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m} w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}\right].$$

2) 构建各种预测值与实际值之间的区间数距离. 为了便于讨论，将 IGOWLA 算子集结而成的组合

预测值区间数的左右端点取对数,即:

$$(\ln\hat{x}_t^-)^\lambda=\sum_{i=1}^m w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^\lambda,$$

$$(\ln\hat{x}_t^+)^\lambda=\sum_{i=1}^m w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^\lambda,\ t=1,2,\cdots,N.$$

根据定义 1,计算出各预测方法的预测区间数的中点和半径,为:

$$c_t^\lambda=\frac{(\ln x_t^-)^\lambda+(\ln x_t^+)^\lambda}{2},\ r_t^\lambda=\begin{cases}\dfrac{(\ln x_t^+)^\lambda-(\ln x_t^-)^\lambda}{2},\ \lambda>0;\\[2mm]\dfrac{(\ln x_t^-)^\lambda-(\ln x_t^+)^\lambda}{2},\ \lambda<0;\end{cases}$$

$$c_{it}^\lambda=\frac{(\ln x_{it}^-)^\lambda+(\ln x_{it}^+)^\lambda}{2},\ r_{it}^\lambda=\begin{cases}\dfrac{(\ln x_{it}^+)^\lambda-(\ln x_{it}^-)^\lambda}{2},\ \lambda>0;\\[2mm]\dfrac{(\ln x_{it}^-)^\lambda-(\ln x_{it}^+)^\lambda}{2},\ \lambda<0;\end{cases}$$

$$\hat{c}_t^\lambda=\frac{(\ln\hat{x}_t^-)^\lambda+(\ln\hat{x}_t^+)^\lambda}{2},\ \hat{r}_t^\lambda=\begin{cases}\dfrac{(\ln\hat{x}_t^+)^\lambda-(\ln\hat{x}_t^-)^\lambda}{2},\ \lambda>0;\\[2mm]\dfrac{(\ln\hat{x}_t^-)^\lambda-(\ln\hat{x}_t^+)^\lambda}{2},\ \lambda<0.\end{cases}$$

由定义 3,可得第 i 种单项预测方法区间数序列与实际值区间数序列的区间数距离为

$$d_i(X_t,X_{it})=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^N\left\{[c_t^\lambda-c_{it}^\lambda]^2+\frac{1}{3}[r_t^\lambda-r_{it}^\lambda]^2\right\}}.$$

由 IGOWLA 算子集结确定的组合预测值区间数序列与实际值区间数序列的区间数距离为

$$d(X_t,\hat{X}_t)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^N\left\{[c_t^\lambda-\hat{c}_t^\lambda]^2+\frac{1}{3}[r_t^\lambda-\hat{r}_t^\lambda]^2\right\}}.$$

3)基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型. 由 IGOWLA 算子集结而成的组合预测值区间数的中点 $\hat{c}_t^\lambda$ 和半径 $\hat{r}_t^\lambda$ 可表示为:

$$\hat{c}_t^\lambda=\frac{\sum_{i=1}^m w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^\lambda+\sum_{i=1}^m w_i(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^\lambda}{2}=$$

$$\sum_{i=1}^m w_i\ \frac{(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^\lambda+(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^\lambda}{2}=\sum_{i=1}^m w_i c_{v\text{-index}(it)}^\lambda,$$

$$\hat{r}_t^\lambda=\begin{cases}\sum_{i=1}^m w_i\ \dfrac{(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^\lambda-(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^\lambda}{2},\ \lambda>0;\\[2mm]\sum_{i=1}^m w_i\ \dfrac{(\ln x_{v\text{-index}(it)}^-)^\lambda-(\ln x_{v\text{-index}(it)}^+)^\lambda}{2}],\ \lambda<0\end{cases}=\sum_{i=1}^m w_i r_{v\text{-index}(it)}^\lambda,$$

则由 IGOWLA 算子集结确定的组合预测值区间数序列与实际值区间数序列的区间数距离可表示为

$$d(X_t,\hat{X}_t)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^N\left\{[c_t^\lambda-\sum_{i=1}^m w_i c_{v\text{-index}(it)}^\lambda]^2+\frac{1}{3}[r_t^\lambda-\sum_{i=1}^m w_i r_{v\text{-index}(it)}^\lambda]^2\right\}}=$$

$$\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^N\left\{[\sum_{i=1}^m w_i(c_t^\lambda-c_{v\text{-index}(it)}^\lambda)]^2+\frac{1}{3}[\sum_{i=1}^m w_i(r_t^\lambda-r_{v\text{-index}(it)}^\lambda)]^2\right\}}.$$

上式显示区间数距离 d 是参与的各单项预测方法权系数 $w_1,w_2,\cdots,w_m$ 的多元函数. 当从两区间数序列的距离角度考察区间型组合预测问题时,区间数距离 d 越小说明 $\hat{X}_t$ 和 X_t 越接近,由此可建立如下最优区间型组合预测模型:

$$\min d(\hat{X}_t, X_t) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left\{\left[\sum_{i=1}^{m} w_i (c_t^{\lambda} - c_{v\text{-index}(it)}^{\lambda})\right]^2 + \frac{1}{3}\left[\sum_{i=1}^{m} w_i (r_t^{\lambda} - r_{v\text{-index}(it)}^{\lambda})\right]^2\right\}},$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{i=1}^{m} w_i = 1,\\ w_i \geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,m.\end{cases} \qquad (\text{I})$$

4）区间型组合预测模型的检验与评价.

方法 1　选取平均区间位置误差平方和($MSEP = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(c_t - \hat{c}_t)^2$)、平均区间长度误差平方和($MSEL = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(r_t - \hat{r}_t)^2$)、平均区间误差平方和($MSEI = MSEP + MSEL = \left(\sum_{t=1}^{N}(c_t - \hat{c}_t)^2 + \sum_{t=1}^{N}(r_t - \hat{r}_t)^2\right)/N$)、平均区间相对误差和($MRIE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\frac{|c_t - \hat{c}_t|}{r_t + \hat{r}_t}$)作为区间型组合预测效果的评价指标体系[5]. 这 4 个指标对应数值越小，所构建的基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型就越有效.

方法 2　记 $d_{\min} = \min\limits_{1 \leqslant i \leqslant m}\{d_i\}$，$d_{\max} = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant m}\{d_i\}$，$d(w_1, w_2, \cdots, w_m)$ 为所有时刻由 IGOWLA 算子集结而成的组合预测值与实际值的区间数距离，则：① 当 $d(w_1, w_2, \cdots, w_m) > d_{\max}$，称模型(Ⅰ)是劣性区间型组合预测模型；② 当 $d_{\min} \leqslant d(w_1, w_2, \cdots, w_m) \leqslant d_{\max}$，称模型(Ⅰ)是非劣性区间型组合预测模型；③ 当 $d(w_1, w_2, \cdots, w_m) < d_{\min}$，称模型(Ⅰ)是优性区间型组合预测模型.

如果文中所构建的最优组合预测模型(Ⅰ)满足 $d(w_1, w_2, \cdots, w_m) < d_{\min}$，则说明本文提出的区间型组合预测模型是一种优性的组合预测方法，也是一种比单项预测方法更有效的组合预测方法.

3　实例分析

本文选取文献[9]中的数据用于验证基于区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型的有效性. 具体预测区间数数据如表 1 所示.

表 1　实际区间数、3 种单项预测方法区间数及其等价形式

实际区间数		单项预测方法 1 区间数		单项预测方法 2 区间数		单项预测方法 3 区间数	
$[x_t^-, x_t^+]$	(c_t, r_t)	$[x_{1t}^-, x_{1t}^+]$	(c_{1t}, r_{1t})	$[x_{2t}^-, x_{2t}^+]$	(c_{2t}, r_{2t})	$[x_{3t}^-, x_{3t}^+]$	(c_{3t}, r_{3t})
[3.0,4.0]	(3.5,0.5)	[2.4,5.0]	(3.7,1.3)	[3.6,5.4]	(4.5,0.9)	[3.0,3.6]	(3.3,0.3)
[5.0,5.6]	(5.3,0.3)	[2.2,6.0]	(4.1,1.9)	[5.0,6.0]	(5.5,0.5)	[4.0,5.2]	(4.6,0.6)
[4.0,6.0]	(5.0,1.0)	[3.0,8.0]	(5.5,2.5)	[5.2,7.0]	(6.1,0.9)	[4.3,5.1]	(4.7,0.4)
[6.0,10.0]	(8.0,2.0)	[4.6,11.0]	(7.8,3.2)	[6.8,11.6]	(9.2,2.4)	[6.1,7.3]	(6.7,0.6)
[6.6,8.8]	(7.7,1.1)	[6.0,12.4]	(9.2,3.2)	[8.0,9.6]	(8.8,0.8)	[7.0,8.0]	(7.5,0.5)
[9.0,11.0]	(10.0,1.0)	[7.0,15.0]	(11.0,4.0)	[9.6,12.0]	(10.8,1.2)	[9.1,9.9]	(9.5,0.4)

根据表 1 中的数据，计算第 i 种单项预测方法对应的区间数在第 t 时刻的左预测精度 v_{it}^- 和右预测精度 v_{it}^+，结果如表 2 所示.

表 2　3 种单项预测方法在不同时刻的左预测精度和右预测精度

t 时刻	v_{1t}^-	v_{2t}^-	v_{3t}^-	v_{1t}^+	v_{2t}^+	v_{3t}^+
1	0.800 0	0.800 0	1.000 0	0.750 0	0.650 0	0.900 0
2	0.440 0	1.000 0	0.800 0	0.928 6	0.928 6	0.928 6
3	0.750 0	0.700 0	0.925 0	0.666 7	0.833 3	0.850 0
4	0.766 7	0.866 7	0.983 3	0.900 0	0.840 0	0.730 0
5	0.909 1	0.787 9	0.939 4	0.590 9	0.909 1	0.909 1
6	0.777 8	0.933 3	0.988 9	0.636 4	0.909 1	0.900 0

将表 2 和表 1 中的数据代入区间数距离的 IGOWLA 算子的区间型组合预测模型(Ⅰ)中.由于参数 λ 是非零的任意常数,所以模型(Ⅰ)蕴含无穷多个组合预测模型.为了计算方便,随机选取 $\lambda=-5$,$\lambda=-1$,$\lambda=0.5$,$\lambda=1$,$\lambda=5$ 等 5 种特殊情形,利用 LINGO 软件分别求解最优权系数,结果如表 3 所示.

表 3 5 种特殊取值下区间型组合预测模型的权系数和最优目标函数值

	$\lambda=-5$	$\lambda=-1$	$\lambda=0.5$	$\lambda=1$	$\lambda=5$
各时点精度最高权重 w_1	0.886 7	0.799 7	0.727 9	0.695 6	0.301 3
各时点精度次之权重 w_2	0.113 3	0.179 0	0.220 5	0.242 0	0.549 0
各时点精度最差权重 w_3	0	0.021 3	0.051 6	0.062 4	0.149 7
最优目标函数值	0.017 1	0.014 2	0.015 5	0.042 1	4.374 4

利用表 3 结果,根据 IGOWLA 算子集结而成组合预测值区间数的运算规则,可计算出特殊参数取值下模型(Ⅰ)的组合预测值区间数及其等价形式,结果如表 4 所示.

表 4 实际值区间数、5 种特殊取值下模型(Ⅰ)的组合预测值区间数及其等价形式

实际值区间数		组合预测值区间数($\lambda=-5$)		组合预测值区间数($\lambda=-1$)		组合预测值区间数($\lambda=0.5$)		组合预测值区间数($\lambda=1$)		组合预测值区间数($\lambda=5$)	
$[x_t^-,x_t^+]$	(c_t,r_t)	$[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]$	$(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$	$[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]$	$(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$	$[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]$	$(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$	$[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]$	$(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$	$[\hat{x}_t^-,\hat{x}_t^+]$	$(\hat{c}_t,\hat{r}_t)$
[3.0,4.0]	(3.5,0.5)	[3.04,3.68]	(3.36,0.32)	[3.07,3.81]	(3.44,0.37)	[3.08,3.94]	(3.51,0.43)	[3.09,4.00]	(3.54,0.45)	[3.31,4.72]	(4.02,0.71)
[5.0,5.6]	(5.3,0.3)	[4.81,6.00]	(5.41,0.59)	[4.62,5.98]	(5.30,0.68)	[4.53,5.95]	(5.24,0.71)	[4.50,5.95]	(5.22,0.72)	[4.20,5.89]	(5.05,0.84)
[4.0,6.0]	(5.0,1.0)	[3.94,5.22]	(4.58,0.64)	[3.98,5.40]	(4.69,0.71)	[3.99,5.58]	(4.79,0.79)	[3.99,5.66]	(4.83,0.84)	[3.90,6.67]	(5.29,1.38)
[6.0,10.0]	(8.0,2.0)	[6.17,11.06]	(8.61,2.45)	[6.17,10.99]	(8.58,2.41)	[6.15,10.88]	(8.52,2.37)	[6.15,10.86]	(8.51,2.35)	[6.32,10.85]	(8.59,2.27)
[6.6,8.8]	(7.7,1.1)	[6.85,9.35]	(8.10,1.25)	[6.81,9.31]	(8.06,1.25)	[6.81,9.33]	(8.07,1.26)	[6.80,9.33]	(8.07,1.27)	[6.65,9.24]	(7.94,1.30)
[9.0,11.0]	(10.0,1.0)	[9.15,11.68]	(10.42,1.26)	[9.13,11.62]	(10.37,1.24)	[9.07,11.62]	(10.35,1.27)	[9.07,11.61]	(10.34,1.27)	[9.10,11.38]	(10.24,1.14)

利用检验与评价的方法 1,对各单项预测值区间数、表 4 中 5 种特殊取值下模型(Ⅰ)的组合预测值区间数的预测结果进行评价,结果如表 5 所示.

表 5 单项预测方法及组合预测模型的预测效果评价指标

预测方法	MSEP	MSEL	MSEI	MRIE
单项预测方法 1	0.836 7	3.383 3	4.220 0	0.231 1
单项预测方法 2	0.923 3	0.083 3	1.006 6	0.459 8
单项预测方法 3	0.433 3	0.528 3	0.961 6	0.370 7
区间型组合预测模型(Ⅰ)($\lambda=-5$)	0.153 0	0.091 1	0.244 1	0.173 7
区间型组合预测模型(Ⅰ)($\lambda=-1$)	0.117 6	0.082 2	0.199 8	0.118 1
区间型组合预测模型(Ⅰ)($\lambda=0.5$)	0.096 6	0.075 7	0.172 3	0.102 9
区间型组合预测模型(Ⅰ)($\lambda=1$)	0.091 1	0.072 5	0.163 6	0.106 4
区间型组合预测模型(Ⅰ)($\lambda=5$)	0.145 2	0.102 3	0.247 5	0.186 6
基于 IOWA 算子的方法[8]	0.266 5	0.234 1	0.500 6	0.237 2
基于 IOWC-GOWA 算子的方法($\lambda=3$)[9]	0.278 9	0.388 8	0.667 7	0.165 8

本文除了选取 3 种单项预测方法外,还选取了 2 种预测效果较好的变权系数方法进行了有效性验证(见表 5).由表 5 中的数据可以看出:① 本文所提出的区间型组合预测方法的 MSEP、MSEL、MSEI、MRIE 等 4 个指标数值均明显低于 3 种单项预测方法和文献[8-9]的相应值,说明本文方法是有效的;② 当模型中的参数 λ 取值较小时,本文方法的预测精度相对更高.

利用检验与评价的方法 2,计算各预测方法预测值与实际值的区间数距离,结果如表 6 所示.表 6 显示,每一参数取值下都有 $d<\min(d_1,d_2,d_3)$,即本文提出的基于 IGOWLA 算子的最优区间型组合预测区间数序列与实际值区间数序列对应的区间数距离远小于各单项预测方法区间数序列与实际值区间

数序列对应的区间数距离，这进一步说明本文构建的基于区间数距离的 IGOWLA 算子的变权区间型组合预测模型是一种优性组合预测方法.

表 6　5 种特殊取值下各预测方法预测值与实际值的区间数距离

参数取值	区间数距离			
	单项方法 1	单项方法 2	单项方法 3	本文构建的组合预测方法
$\lambda=-5$	0.814 0	0.101 1	0.036 0	0.017 1
$\lambda=-1$	0.164 4	0.065 7	0.036 7	0.014 2
$\lambda=0.5$	0.102 0	0.061 9	0.040 5	0.015 5
$\lambda=1$	0.233 9	0.158 2	0.109 0	0.042 1
$\lambda=5$	19.061	10.595	9.176 1	4.374 4

4　结束语

本文将区间数距离和 IGOWLA 算子引入区间数组合预测问题的研究中，构建了基于区间数距离的 IGOWLA 算子的最优区间型组合预测模型. 实例验证表明，文中所构建的区间型组合预测模型优越于单项预测方法和文献[8-9]的组合预测方法，是一种优性区间型组合预测方法. 在模型的分析过程中，本文并没有讨论所有参数变化下的模型的预测效果，因此今后将研究其他参数取值对本文提出模型的预测结果的影响，以完善本文方法.

参考文献：

[1]　Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts[J]. Operations Research Quarterly, 1969,20(4):451-468.

[2]　唐小我，马永开，曾勇，等. 现代组合预测和组合投资决策方法及应用研究[M]. 北京：科学出版社，2003:80-126.

[3]　陈华友. 组合预测方法有效性理论及其应用[M]. 北京：科学出版社，2008:166-196.

[4]　袁宏俊，陈华友. 基于改进灰色关联度的 IOWA 算子最优组合预测模型[J]. 数学的实践与认识，2010(11):145-151.

[5]　胡凌云，袁宏俊. 基于左右端点的 IOWGA 算子的区间型组合预测模型[J]. 统计与决策，2013(11):22-25.

[6]　朱家明，陈华友，周礼刚，等. 基于 UWPA 算子的区间组合预测模型及其应用[J]. 统计与决策，2015(19):83-86.

[7]　袁宏俊，张超. IGOWC-OWGA 算子及其在区间组合预测中的应用[J]. 安徽大学学报（自然科学版），2016,40(1):11-17.

[8]　王晓，刘兮，陈华友，等. 基于 IOWA 算子的区间组合预测方法[J]. 武汉理工大学学报（信息与管理工程版），2010,32(2):221-225.

[9]　江立辉，陈华友，丁芳清，等. 基于 IOWC-GOWA 算子的区间组合预测模型[J]. 计算机工程与应用，2015(3):50-54.

[10]　袁宏俊，韦晨珺娃，钟梅. 基于联系数贴近度的区间型组合预测模型及其有效性[J]. 统计与信息论坛，2017,32(6):31-37.

[11]　刘华文. 基于距离测度的模糊数排序[J]. 山东大学学报（理学版），2004,39(2):30-36.

[12]　周礼刚. 几类广义信息集成算子及其在多属性决策中的应用[D]. 合肥：安徽大学，2013.