

文章编号: 1004-4353(2018)01-0074-05

# 基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法

梁 晨

( 齐鲁师范学院 信息科学与工程学院, 山东 济南 250200 )

**摘要:** 针对当前图像融合算法中边缘与细节特征表达不理想的问题,提出一种新的基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法. 该方法首先在不同的分辨率下将源图像转换为 Curvelet 系数集,然后引入局部能量融合规则将 Curvelet 系数进行结合,最后通过逆 Curvelet 变换得到融合图像. 实验表明:本文算法所得的融合图像细节丰富、边缘清晰,且算法能够抵抗一定噪声的干扰,具有一定的应用价值.

**关键词:** 图像融合; Curvelet 变换; 局部能量; Curvelet 系数

**中图分类号:** TP391                      **文献标识码:** A

## The image fusion algorithm based on Curvelet transform coupling local energy

LIANG Chen

( *Institute of Information Science and Engineering, Qilu Normal University, Jinan 250200, China* )

**Abstract:** To solve the problem of unsatisfactory expression of edge and detail features in current image fusion algorithms, a new image fusion algorithm based on Curvelet transform and local energy is proposed. The method firstly converts the source image to a Curvelet coefficient set at different resolutions, then introduces local energy fusion rules, combines the Curvelet coefficients, and finally obtains a fused image through an inverse Curvelet transform. Experiments show that the fusion image obtained by this algorithm has rich details and clear edges, and the algorithm can resist the interference of certain noise, so the image fusion algorithm has a certain application value.

**Keywords:** image fusion; Curvelet transformation; local energy; Curvelet coefficient

### 0 引言

图像融合主要是通过特定的融合算法,把不同条件下的相同背景获得的多个图像融合成一个新图像. 由于融合后的新图像增加了图像信息量和可靠性,因此该技术在医学、军事、遥感、目标识别和机器视觉等领域得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>.

小波变换因为具有良好的时频定位特性,目前已成为变换域图像融合处理的主要方法. 2014 年,徐小军等<sup>[4]</sup>提出了一种基于小波变换(wavelet transform, WT)的图像融合技术,该方法与目

前较为流行的非下采样 Coucoutlet(NSCT)方法相比,融合效率较高,但其对图像融合的效果不佳,只能通过颜色通道对彩色图像进行处理,容易产生颜色失真现象,并且融合后的图像会出现边缘失真. 杨桄等<sup>[5]</sup>提出了一种基于多特征提取的图像融合算法,该方法提高了红外和可见光图像的融合性能,但得到的图像存在易于出现对比度低和细节不明显等问题. 王雷等<sup>[6]</sup>提出了一种基于平移不变剪切波变换(shift-invariant shearlet transformation, SIST)的医学图像融合算法,该

方法相对于传统的基于剪切波变换的融合方法, 有效地克服了伪吉布斯现象, 但得到的图像边缘细节不够清晰, 容易出现块效应和伪轮廓, 特别是在噪声和模糊条件下融合的效果较差. 基于上述图像融合技术研究中出现的边缘和细节融合不清晰的问题, 本文提出一种基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法, 并对提出的算法进行了验证.

## 1 Curvelet 变换

Curvelet 变换是一种非常有效的信号稀疏表示方法<sup>[7]</sup>, 其利用曲波基函数对需要表示的信号在曲波域形成 Curvelet 系数. Curvelet 系数的定义如下:

$$c(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j, l, k} \rangle, \quad (1)$$

其中  $\langle f, \varphi_{j, l, k} \rangle$  为源信号.

频域计算窗函数表示如下:

$$U_j(r, \theta) = 2^{-3j/4} W(2^{-j}r) V\left(\frac{2^{[j/2]}\theta}{2\pi}\right). \quad (2)$$

假设尺度  $j$  的 Curvelet 基函数为  $\varphi_j$ , 其频率尺度为  $2^{-j}$ , 方向为  $\theta_l$ , 则处于  $x_k^{j, l} = R_{\theta_l}^{-1}(\kappa_1 \cdot 2, \kappa_1 \cdot 2^{-j/2})$  的 Curvelet 基函数定义为

$$\varphi_{j, l, k}(x) = \varphi_j[R_{\theta_l}(x - x_k^{j, l})]. \quad (3)$$

得到 Curvelet 基函数后, Curvelet 系数可通过内积运算得到, 表示为

$$c(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j, l, k} \rangle = \int_{R^2} f(x) \varphi_{j, l, k}(x) dx. \quad (4)$$

由此, 再根据 Plancherel 理论可得到 Curvelet 系数为

$$c(j, l, k) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{f}(w) \hat{\varphi}_{j, l, k}(w) dw = \frac{1}{2\pi} \int \hat{f}(w) U_j(R_{\theta_l} w) e^{i(x_k^{j, l}, w)} dw. \quad (5)$$

在 Curvelet 变换过程中, 当曲波基与图像轮廓方向一致时, 有效信息会产生较大的 Curvelet 系数, 因此 Curvelet 变换对曲线与边缘具有良好的效果. 图 1 为 Curvelet 变换频域分块结构<sup>[8]</sup>, 其中灰色区域是由  $W$  和  $V$  支撑的  $U$  的楔形空间, 符合各向异性尺度特征.

传统的小波变换在图像处理中捕抓线性奇异的效率较低<sup>[9]</sup>. 如图 2 所示, 对于同一曲线, WT

比 Curvelet 需要的系数更多, 因此在捕捉边缘中 Curvelet 变换快于 WT.

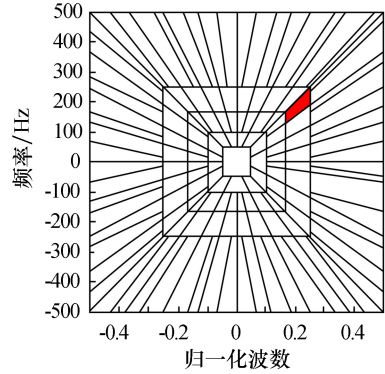
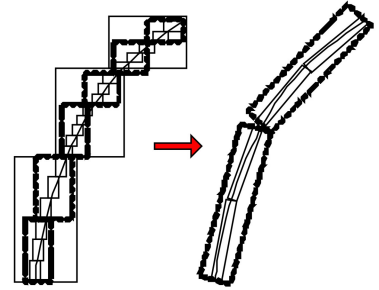


图 1 Curvelet 变换频域分块结构



(a) 小波表示 (b) Curvelet 表示

图 2 曲线的小波表示和 Curvelet 表示

Curvelet 变换的主要构成如下:

1) 子带分解. 定义低通滤波器  $P_0$  和几个带通滤波器组  $\Delta_s (s \geq 0)$ , 滤波器组将函数  $I$  分解为不同的子带, 表示如下:

$$I \rightarrow (P_0 I, \Delta_1 I, \Delta_2 I, \dots). \quad (6)$$

2) 平滑分割. 每个子带被平滑地分割为“正方形”, 表示如下:

$$\Delta_s I \rightarrow (w_Q \Delta_s I)_{Q \in Q_s}, \quad (7)$$

其中  $Q$  为局部化二元平方的平滑窗口, 表示为

$$Q = \left[ \frac{k_1}{2^s}, \frac{k_1+1}{2^s} \right] \times \left[ \frac{k_2}{2^s}, \frac{k_2+1}{2^s} \right]. \quad (8)$$

3) 重整. 将上述的二元平方的结果在  $[0, 1]^2$  中进行重整, 表示为

$$g_Q = (T_Q)^{-1} (w_Q \Delta_s I)_{Q \in Q_s}. \quad (9)$$

4) 脊波分析. 利用脊波系统对归一化二元平方进行分析, 表示为

$$\alpha_\mu = \langle g_Q, p_\lambda \rangle, \quad \mu = (Q, \lambda), \quad (10)$$

其中  $p_\lambda$  是构成  $L^2(R^2)$  空间上正交基的函数.

## 2 本文算法机制

本文提出的基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法的流程如图 3 所示。

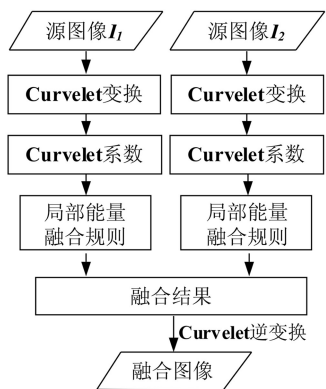


图 3 本文算法流程图

在多尺度曲波系数中,因较高的尺度包含高频系数,即包含了图像的显著特征(边缘、曲线等),因此在本文中选择高频系数.因基于局部能量的融合规则能够有效地捕捉边缘<sup>[10]</sup>,因此本文在算法中引入基于局部能量的融合规则.另外,由于噪声通常是孤立的,与噪声损坏的相邻系数可能具有低的绝对值,所以可以很容易地从实际的边缘系数中区分噪声系数;因此,通过使用基于局部能量的融合规则还可以有效地避免噪声的干扰。

令  $T$  为变换系数矩阵,选择大小为  $3 \times 3$  的系数值,通过计算窗口内所有系数的平方和可得到中心像素系数的局部能量,如图 4 所示.中心系数的局部能量可表示为

$$e(i, j) = \sum_{k=1}^{i+1} \sum_{l=1}^{j+1} [T(k, l)]^2. \quad (11)$$

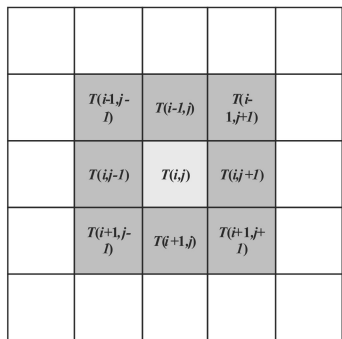


图 4 局部能量计算

若中心系数的局部能量高,则中心系数及其

周围系数对应为边缘的可能性就大,因此通过比较曲波系数的局部能量值,就可选择局部能量值较高的系数.本文根据该方法选择融合图像的变换系数,然后利用这些系数进行逆曲波变换以重构融合图像。

本文算法的主要步骤如下所示:

1) 将源图像  $I_1$  和  $I_2$  进行 Curvelet 变换,得到 Curvelet 系数  $T_1$  和  $T_2$ .

2) 计算 Curvelet 系数  $T_1$  和  $T_2$  的局部能量  $e_1$  和  $e_2$ , 定义如下:

$$e_1(i, j) = \sum_{k=1}^{i+1} \sum_{l=1}^{j+1} [T_1(k, l)]^2, \\ e_2(i, j) = \sum_{k=1}^{i+1} \sum_{l=1}^{j+1} [T_2(k, l)]^2. \quad (12)$$

3) 利用局部能量进行融合,定义如下:

$$T(i, j) = \begin{cases} T_1(i, j), & e_1(i, j) \geq e_2(i, j); \\ T_2(i, j), & e_1(i, j) < e_2(i, j). \end{cases} \quad (13)$$

4) 通过 Curvelet 逆变换生成融合图像。

## 3 实验与分析

为了验证本文提出的图像融合算法的性能,进行两次融合实验:不同聚焦图像融合实验和 CT 与 MRI 图像融合实验.实验条件为:英特尔 Core i3 处理器, CPU 主频 2.3 GHz, 内存 4 GB, Matlab 7.0 软件(用于实验测试)。

### 3.1 性能评价指标

为了定量评价算法的性能,借助均方根误差(RMSE)、边缘强度(ES)、平均梯度(AG)、互信息(MI)等评价指标进行定量评价<sup>[11]</sup>。

RMSE 用来衡量融合图像与参考图像间的差异,定义如下:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^k \|f(q'_i, M) - p_i\|^2 / k}, \quad (14)$$

其中  $k$  为匹配点的总数,  $p_i$  与  $q'_i$  为一组匹配点. RMSE 值越小,表示融合图像质量越好。

ES 用来描述输入图像与融合图像边缘信息的相对量,定义如下<sup>[12]</sup>:

$$ES_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [Q_{XF}(i, j)w_X(i, j) + Q_{YF}(i, j)w_Y(i, j)]}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [w_X(i, j) + w_Y(i, j)]}. \quad (15)$$

其中  $Q_{XF}(i,j)$  和  $Q_{YF}(i,j)$  分别为图像  $X$  和  $Y$  的边缘值,  $w_X(i,j)$  和  $w_Y(i,j)$  分别为对应  $Q_{XF}(i,j)$  和  $Q_{YF}(i,j)$  的权重. ES 值越高, 表示融合图像边缘的质量越好.

AG 用来表示融合图像中的细节信息, 其表示为<sup>[13]</sup>:

$$AG = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{\Delta I_x^2(i,j) + \Delta I_y^2(i,j)}{2}},$$

(16)

其中  $\Delta I_x(i,j)$  与  $\Delta I_y(i,j)$  分别为图像  $x$  和  $y$  上的差分. AG 值越大, 表示融合图像越清晰.

MI 用来描述两幅图像之间的信息关系, MI 表示如下<sup>[14]</sup>:

$$MI(X,Y) = \sum_{l_2=0}^L \sum_{l_1=0}^L P_{XY}(l_1,l_2) \log \frac{P_{XY}(l_1,l_2)}{h_X(l_1)h_Y(l_2)},$$

(17)

其中  $L$  为灰度级,  $P_{XY}(l_1,l_2)$  为处于  $l_1$  和  $l_2$  像素点的联合概率. MI 值越大, 表示图像融合效果越好.

3.2 实验结果与分析

为了验证本文所提出算法的有效性, 将主观评价与客观评价作为性能评价指标与文献[4-6]中的算法进行实验对比. 图 5 为两幅不同聚焦图像的融合结果, 其中图 5(a)、(b)为源图像, 图 5(c)–(f)分别为文献[4-6]算法和本文算法的融

合结果. 从图 5 可看出, 本文算法所得的图像细节与边缘清晰, 而图 5(c)、(d)、(e)中出现了一些边缘失真和模糊的现象, 且对比度低, 细节反差小, 块效应和伪轮廓不足, 如图 5 中方框区域.

表 1 为图 5 中各融合图像的 RMSE、ES、AG、MI 值和算法的运行时间. 由表 1 可知, 在各项评价指标中, 本文提出算法的性能指标明显优于其他 3 种对照组, 表明本文算法得到的融合图像效果较好, 且效率较高.

表 1 实验 1 中图像融合结果量化比较

算法名称	RMSE	ES	AG	MI	T/s
文献[4]	15.55	0.63	6.82	5.23	7.13
文献[5]	18.20	0.58	5.95	4.48	8.76
文献[6]	20.35	0.52	5.48	5.12	12.68
本文算法	13.12	0.71	7.52	6.31	5.12

图 6 为 CT 与 MRI 图像融合实验所得结果, 其中图 6(a)为骨骼 CT 图像, 图 6(b)为软组织 MRI 图像, 图 6(c)–(f)分别为通过文献[4-6]和本文算法得到的融合结果. 从图 6 中可看出, 本文算法所得图像的纹理和边缘清晰, 而在图 6(c)、(d)、(e)中出现了一些边缘、细节模糊和伪吉布斯现象, 且图像的对比度降低, 如图 6 中方框区域.

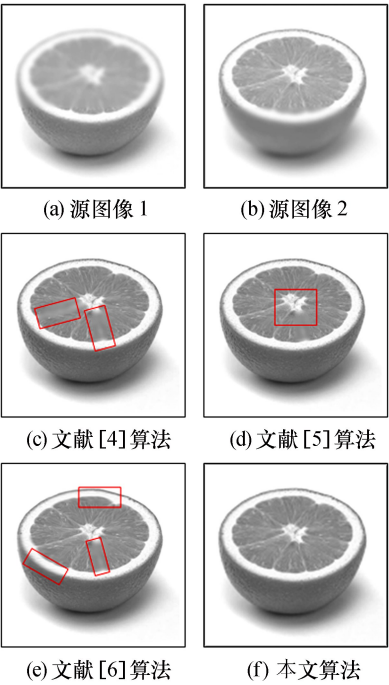


图 5 不同聚焦图像融合结果

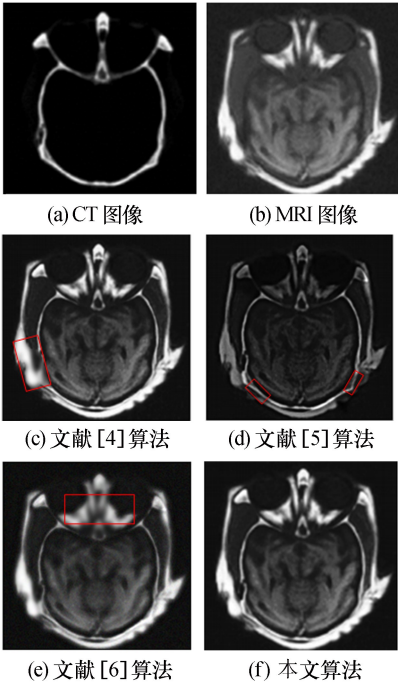


图 6 CT 与 MRI 图像融合结果



表 2 为图 6 中各融合图像的 RMSE、ES、AG、MI 值和算法的运行时间. 由表 2 可知, 在各评价指标中, 本文算法的性能指标均优于其他 3 种算法, 说明本文算法融合性好, 算法效率高.

表 2 实验 2 中图像融合结果量化比较

算法名称	RMSE	ES	AG	MI	T/s
文献[4]	17.45	0.52	6.39	4.73	8.65
文献[5]	20.16	0.51	5.46	4.26	9.16
文献[6]	23.27	0.45	5.14	4.82	14.52
本文算法	14.98	0.64	7.21	5.64	6.24

为了更全面地测试算法的性能, 在不同噪声大小下, 以图 5(a)、(b)中图像为源图像分别对上述 4 种融合算法的性能进行测试, 得到 4 种融合算法的 RMSE、ES、AG、MI 值如图 7 所示. 由图 7 可以看出, 随着噪声的增加, 各评价指标都发生了变化, 但本文算法的曲线变化相对缓慢和稳定, 说明本文算法对噪声有一定的抗干扰性, 而文献[4-6]的算法则受噪声影响较大.

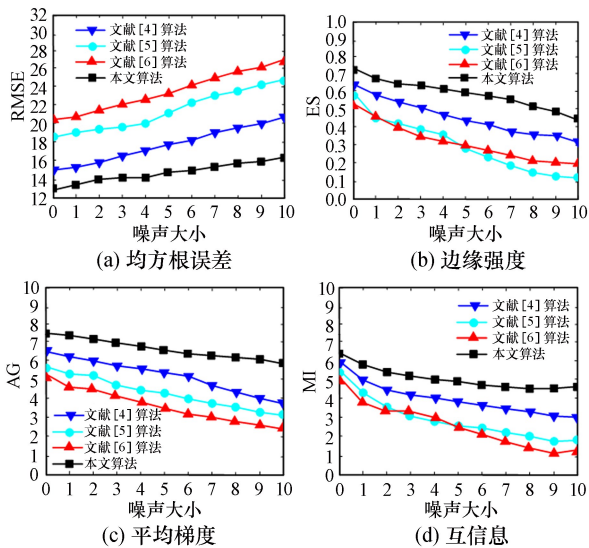


图 7 算法的抗噪性测试

4 结论

经实验证明, 本文提出的基于 Curvelet 变换与局部能量的图像融合算法具有较好的融合性能, 所得图像细节和边缘清晰, 具有良好的抗噪声性能, 且各项评价标明明显优于文献[4-6]的算法, 因此本文算法具有一定的应用价值. 今后将对

本文算法的稳定性、速度等方面进行研究, 以进一步完善本文方法.

参考文献:

[1] 延翔, 秦翰林, 刘上乾. 基于 Tetrolet 变换的图像融合[J]. 光电子·激光, 2013, 24(8): 1629-1633.

[2] Bai Xiangzhi, Zhou Fugen, Xue Bindang. Fusion of infrated and visual images through region extraction by using multi-scale center-surround top-hat transform[J]. Optics Express, 2011, 19(9): 8444-8457.

[3] 冯鑫, 王小明, 党建武, 等. 基于 Shearlet 变换的红外与可见光图像融合[J]. 光电子·激光, 2013, 24(2): 384-390.

[4] 徐小军, 王友仁, 陈帅. 基于下采样分数阶小波变换的图像融合新方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(9): 2061-2069.

[5] 杨桃, 童涛, 陆松岩. 基于多特征的红外与可见光图像融合[J]. 光学精密工程, 2014, 22(2): 489-496.

[6] 王雷, 李彬, 田联房. 基于平移不变剪切波变换的医学图像融合[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2011, 39(12): 13-19.

[7] 姜宇东, 杨勤勇, 何柯, 等. 基于曲波变换的地面微地震资料去噪方法研究[J]. 石油物探, 2012, 51(6): 620-624.

[8] 马苗, 万仁远, 尹义龙. 基于相似性灰关联的 Curvelet 域多聚焦图像融合[J]. 电子学报, 2012, 40(10): 1984-1988.

[9] Candès E J, Demanet L, Donoho D L, et al. Fast discrete Curvelet transform[J]. Muticale Modeling and Simulation, 2016, 5(3): 861-899.

[10] 郭明, 符拯, 奚晓梁. 基于局部能量的 NSCT 域红外与可见光图像融合算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(8): 2229-2236.

[11] Chai Y, Li H F, Zhang X Y. Multi-focus image fusion based on features contrast of multi-scale products in non-Subsampled contourlet transform domain[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2012, 123(7): 569-581.

[12] 李华锋, 柴毅, 张晓阳. 基于多尺度积视觉特性的多聚焦图像融合算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(3): 355-361.

[13] 赵青, 何建华, 温鹏. 基于平均梯度和方向对比度的图像融合方法[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(24): 165-168.

[14] Zhang X, Li X, Feng Y. A new image fusion performance measure using Riesz transforms[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(3): 1427-1433.