

文章编号: 1004-4353(2017)02-0119-06

利用耦合腔中的原子一步实现 非传统几何相位门

陈冬冬, 朱爱东*

(延边大学理学院 物理系, 吉林 延吉 133002)

摘要: 利用囚禁在耦合腔中的三能级原子一步实现了两比特非传统几何相位门. 在门操作期间, 原子态不演化, 而腔模在相空间中沿着一个闭合路径移动, 从而获得一个高保真的非传统几何相位门. 此方案不需要额外的单量子比特操作, 一步完成几何相位门的构建, 极大地简化了实验步骤; 同时大失谐条件有效地抑制了原子自发辐射, 使得方案更具有鲁棒性. 数值模拟表明, 此方案可以实现高保真度的相位门.

关键词: 几何相位门; 耦合腔; 大失谐相互作用

中图分类号: O431

文献标识码: A

One-step implementation of an unconventional geometric phase gate with atoms trapped in coupled cavities

CHEN Dongdong, ZHU Aidong*

(Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract: A one-step scheme is proposed for implementing a two qubit unconventional geometric phase gate with two three-level atomic separately trapped in two coupled cavities. During the gate operation, the two atoms undergo no transitions, while the cavity modes are displaced along a closed path in the phase space. In this way, an unconventional geometric phase is obtained conditioned on the atomic states with a high fidelity. Since no additional single-qubit operation is required, the geometric phase gate is constructed only by one step, which greatly simplifies the experimental implementation. Moreover, the atomic spontaneous emission is effectively suppressed due to large detuning, which makes the scheme robust against decoherence. The numerical simulation shows that a high fidelity can be achieved.

Keywords: geometric phase gate; coupled cavities; large detuning interaction

量子逻辑门是量子计算机的基本计算模块,也是实现量子通信必不可少的信息处理单元. 目前为止,构造量子相位门主要有动力学演化^[1]和几何演化^[2]两种方法,其中动力学演化在门操作期间对参数波动敏感,不利于实现大规模量子计算,而几何演化仅取决于在相位空间中演化路径所包围区域的面积,对路径形状和形成路径的速率并不敏感,因此被称为几何相位门^[3]. 自从在绝热演化过程中提出几何相位的概念后^[4],几何相吸引了人们大量的关注并且已经被拓展到了非绝热演化^[5-6]、非周期演化^[7]和非阿贝尔演化^[8-10]等情况. 几何相是一种全局相位,它可以忽略一些局部涨落的影响,具有内在的容错能力,这使得它比动力学演化方案更具有鲁棒性,因此有利于容错量子计算的实现^[11-12]. 几何相位门可以分为传统几何相位门和非传统几何相位门两类,其中:传统几何相位门需要额外的操作来移除动力

学相位所带来的影响^[5],这些额外的操作可能会产生不良误差;非传统几何相位门不需要额外的操作来移除动力学相位,因此大大简化了实验操作的复杂性^[2]. 目前为止,学者们已经提出了许多研究非传统几何相位的理论方案,如超导量子比特系统^[2,13]、量子点系统^[14]、腔量子电动力学系统^[14-20]以及利用无消相干子空间方法^[21-23],并且也有实验验证了非传统几何相位门方案的可行性^[24];但在这些非传统几何相位门方案中,大多使用一步额外的单量子比特操作来辅助实现两比特相位门,而利用原子一步实现非传统几何相位门的理论方案还不多见. 虽然在实验上单量子比特操作相对成熟,但仍需要消耗一定的操作时间和量子资源^[25],而利用一步方法来实现受控非传统几何相位门可以简化实验步骤,更利于大规模量子计算的实现. 研究表明,三能级系统优于二能级并拥有一些独特的特性,例如电磁诱导透明、相干捕获和拉曼散射,并且三能级系统在固态量子信息处理中具有重要作用^[26]. 基于以上研究,本文提出了利用三能级原子与两个腔模相互作用的两量子比特非传统几何相位门方案,由于不需要额外的单量子比特操作,该方案仅需一步便可实现,大大地简化了实验的步骤.

1 理论模型和有效哈密顿

考虑两个三能级原子分别囚禁在两个耦合腔中,两腔通过腔内光子相互跃迁耦合,如图 1 所示. 两腔之间相互作用哈密顿可以表示为 ($\hbar=1$)

$$H_0 = \nu(a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger), \quad (1)$$

其中 a_j^\dagger 和 a_j 表示腔模 j ($j=1,2$) 的产生和湮灭算符, ν 为两腔之间的光子跃迁率(耦合强度). 三能级原子的能级结构如图 2 所示:该原子由一个高能级 $|e\rangle$, 两个低能级 $|g\rangle$ 和 $|f\rangle$ 组成. 腔模 j 驱动原子能级 $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ 跃迁,耦合强度为 g_j , 失谐量为 Δ_{cj} . 两束经典激光场同时驱动腔模 j 内原子能级 $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ 跃迁,其拉比频率(失谐量)分别为 Ω_1 和 Ω_2 (Δ_{1j} 和 Δ_{2j}). 该原子同时与腔模和经典场相互作用的哈密顿可以表示为

$$H_1 = \sum_{j=1}^2 \omega_{cj} a_j^\dagger a_j + \omega_{ej} |e\rangle_j \langle e| + \omega_{gj} |g\rangle_j \langle g| + \omega_{fj} |f\rangle_j \langle f| + (g_j a_j |e\rangle_j \langle g| + \Omega_{1j} e^{-i\omega_{1j}t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_{2j} e^{-i\omega_{2j}t} |e\rangle_j \langle g| + \text{H. c.}), \quad (2)$$

其中 ω_{ij} ($i=e, f, g$) 表示腔模 j 中三能级原子相应的能级高度, ω_{cj} 为腔模 j 频率, Ω_{1j} 和 Ω_{2j} 为腔模 j 中相应经典场的频率. 假设两个腔模系统全同,则有 $\omega_{cj} = \omega_c$, $\omega_{ej} = \omega_e$, $\omega_{gj} = \omega_g$, $\omega_{fj} = \omega_f$, $\Omega_{1j} = \Omega_1$, $\Omega_{2j} = \Omega_2$, $\omega_{1j} = \omega_1$, $\omega_{2j} = \omega_2$ 和 $g_j = g$. 则式(2)所示的哈密顿旋转到相互作用绘景下,有

$$H_1 = \sum_{j=1}^2 g a_j e^{i\Delta_c t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_1 e^{i\Delta_1 t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_2 e^{i\Delta_2 t} |e\rangle_j \langle g| + \text{H. c.}, \quad (3)$$

其中 $\Delta_c = \omega_e - \omega_g - \omega_c$, $\Delta_1 = \omega_e - \omega_1 - \omega_g$, $\Delta_2 = \omega_e - \omega_2 - \omega_g$. 引入玻色模:

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + a_2), \quad c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 - a_2), \quad (4)$$

使哈密顿对角化,则哈密顿 H_0 和 H_1 可以改写为:

$$H_0^{(1)} = \nu(c_1^\dagger c_1 - c_2^\dagger c_2),$$

$$H_1^{(1)} = \sum_{j=1}^2 \frac{g}{\sqrt{2}} [c_1 + (-1)^{j+1} c_2] e^{i\Delta_c t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_1 e^{i\Delta_1 t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_2 e^{i\Delta_2 t} |e\rangle_j \langle g| + \text{H. c.} \quad (5)$$

将 $H_0^{(1)}$ 看作自由哈密顿对 $H_1^{(1)}$ 进行旋转得

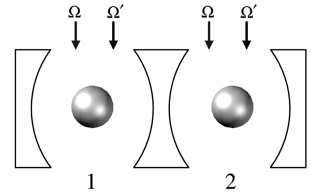


图 1 囚禁在耦合腔中的三能级原子系统

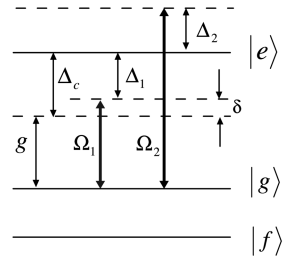


图 2 三能级原子结构图

$$H^{(1)} = \sum_{j=1}^2 \frac{g}{\sqrt{2}} [c_1 e^{-i\omega t} + (-1)^{j+1} c_2 e^{i\omega t}] e^{i\Delta_c t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_1 e^{i\Delta_1 t} |e\rangle_j \langle g| + \Omega_2 e^{i\Delta_2 t} |e\rangle_j \langle g| + \text{H. c.} \quad (6)$$

根据条件:(i) $|\Omega_1| = |\Omega_2|$, (ii) $\Delta_1 = -\Delta_2$, (iii) 大失谐条件 $|\Delta_1|, |\Delta_2|, |\Delta_c| \gg |g|, |\Omega_1|, |\nu|$ 和 (iv) $|\Omega_1| \gg |g|$ 可以推导出原子-场相互作用的有效哈密顿. 由条件(i) 和(ii) 可以完全抵消由经典激光场引起的斯塔克移位(Stark shift) 项. 在大失谐条件(iii) 下, 由于能级 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 之间的非共振耦合, 高能级 $|e\rangle$ 可以被绝热消除, 同时原子的自发辐射可以被忽略^[27]. 量子信息可以在两个基态 $|g\rangle$ 和 $|f\rangle$ 上进行编码. 根据条件(iv), 与 g^2 成正比的相关项可以被忽略. 在上述条件下, 系统的有效哈密顿 H_{eff} 可以表示为

$$H_{\text{eff}} = - \sum_{j=1}^2 [\lambda_1 e^{i(\delta-\nu)t} c_1 + (-1)^{j+1} e^{i(\delta+\nu)t} c_2 + \text{H. c.}] |g\rangle_j \langle g|, \quad (7)$$

$$\text{其中 } \delta = \Delta_c - \Delta_1, \lambda_1 = \frac{g\Omega_1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_c - \nu} \right), \lambda_2 = \frac{g\Omega_1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_c + \nu} \right).$$

2 一步实现非传统几何相位门

当位移算符 $D(\alpha) = e^{a a^\dagger - a^\dagger a}$ 作用在任意态 $|\psi\rangle$ 上时, 会使 $|\psi\rangle$ 在相空间中沿某一方向平移一段距离 α . 当两个位移算符叠加时会产生一个相位因子^[28], 有

$$D(\alpha_2) D(\alpha_1) = D(\alpha_2 + \alpha_1) e^{i\text{Im}(\alpha_2 \alpha_1^*)}, \quad (8)$$

其中 $a (a^\dagger)$ 为湮灭(产生)算符, α 为任意复数. 将在相空间中的演化路径看作是由 N 个短直截面 $\Delta\alpha_j$ 组成, 这里 $j = 1, 2, 3, \dots, N$, 于是有

$$D(\alpha) = D(\Delta\alpha_N) D(\Delta\alpha_{N-1}) \cdots D(\Delta\alpha_1) = D\left(\sum_{j=1}^N \Delta\alpha_j\right) \exp\left[i\text{Im}\left(\sum_{j=2}^N \Delta\alpha_j \sum_{k=1}^{j-1} \Delta\alpha_k^*\right)\right]. \quad (9)$$

在短直截面个数取极限 $N \rightarrow \infty$ 时, 任意的闭合路径 r 均可以由式(10) 描述, 为

$$D_t = D\left(\oint_r d\alpha\right) e^{i\Theta} = D(0) e^{i\Theta}, \quad (10)$$

其中: $\Theta = \text{Im}\left(\oint_r \alpha^* d\alpha\right)$; Θ 为系统在演化过程中积累的总相位因子, 包含了动力学相 γ^d 和几何相 γ^g , 其大小仅仅与系统在相空间中演化路径 r 围成的面积有关, 与系统的状态无关.

考虑在无穷小间隔时间 $[t, t + dt]$ 内的系统演化, 演化算符 $U(dt)$ 可以表示为^[1]

$$U(dt) = e^{-iH_{\text{eff}} dt} = e^{\sum da_{1j} c_1^\dagger - da_{1j}^* c_1} e^{\sum da_{2j} c_2^\dagger - da_{2j}^* c_2} = D(da_{11} + da_{12}) D(da_{21} + da_{22}), \quad (11)$$

其中 $D(da_{nj})$ ($n = 1, 2$) 是位移算符, 有:

$$da_{1j} = i\lambda_1 e^{-i(\delta-\nu)t} dt, \quad da_{2j} = i(-1)^{j+1} \lambda_2 e^{-i(\delta+\nu)t} dt, \quad (12)$$

上式的值取决于逻辑运算的基态. 假设腔模最初处于真空态, 根据式(4), 玻色模 c_n 最初也处于真空态.

因此, 当时间 $t > 0$ 时, 根据式(11) 玻色模 c_n 将会演化到相干态, 相应的振幅为 $\alpha_{nj} = \int_c da_{nj}$, 有:

$$\alpha_{1j} = \frac{\lambda_1 (1 - e^{-i(\delta-\nu)t})}{\delta - \nu}, \quad \alpha_{2j} = \frac{(-1)^{j+1} \lambda_2 (1 - e^{-i(\delta+\nu)t})}{\delta + \nu}. \quad (13)$$

此外, 单个玻色模的相干态是直积态, 量子信息编码在两个基态 $|g\rangle$ 和 $|f\rangle$ 上. 经过相互作用时间 t 之后, 系统的演化如下:

$$\begin{aligned} |ff\rangle_{12} &\rightarrow |ff\rangle_{12}, \\ |fg\rangle_{12} &\rightarrow \phi^{i\phi_{fg}} D(\alpha_{12}) D(\alpha_{22}) |fg\rangle_{12}, \\ |gf\rangle_{12} &\rightarrow \phi^{i\phi_{gf}} D(\alpha_{11}) D(\alpha_{21}) |gf\rangle_{12}, \\ |gg\rangle_{12} &\rightarrow \phi^{i\phi_{gg}} D(\alpha_{11} + \alpha_{21}) D(\alpha_{12} + \alpha_{22}) |gg\rangle_{12}. \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中 ϕ_{fg} 表示态 $|fg\rangle$ 在演化中积累的几何相位因子,其中

$$\begin{aligned}\phi_{fg} &= \text{Im} \left(\sum_1^2 \int (\alpha_{n2})^* d\alpha_{n2} \right) = \sum_1^2 \phi_{n2}, \quad \phi_{gf} = \text{Im} \left(\sum_1^2 \int (\alpha_{n1})^* d\alpha_{n1} \right) = \sum_1^2 \phi_{n1}, \\ \phi_{gg} &= \phi_{gf} + \phi_{fg} + \Phi.\end{aligned}\quad (15)$$

式(15)中 ϕ_{nj} 表示在腔 j 中处于能级 $|g\rangle$ 的原子在玻色模 c_n 和场相互作用下积累的相位因子, Φ 表示在腔 1 和在腔 2 中均处于能级 $|g\rangle$ 的两个原子在系统演化时由两个玻色模 c_1, c_2 和场相互作用所积累的额外相位因子. 其表达式如下:

$$\begin{aligned}\phi_{1j} &= \frac{(\lambda_1)^2}{\delta - \nu} \left[\frac{\sin(\delta - \nu)t}{\delta - \nu} - t \right], \\ \phi_{2j} &= \frac{(\lambda_2)^2}{\delta + \nu} \left[\frac{\sin(\delta + \nu)t}{\delta + \nu} - t \right],\end{aligned}\quad (16)$$

$$\Phi = \text{Im} \left(2 \sum_1^2 \int (\alpha_{n2})^* d\alpha_{n1} \right) = \frac{2(\lambda_1)^2}{\delta - \nu} \left[\frac{\sin(\delta - \nu)t}{\delta - \nu} - t \right] - \frac{2(\lambda_2)^2}{\delta + \nu} \left[\frac{\sin(\delta + \nu)t}{\delta + \nu} - t \right] = 2\phi_{1j} - 2\phi_{2j}.\quad (17)$$

将式(17)代入式(15)有:

$$\phi_{fg} = \phi_{12} + \phi_{22}, \quad \phi_{gf} = \phi_{11} + \phi_{21}, \quad \phi_{gg} = 4\phi_{1j}.\quad (18)$$

在周期条件下 $t = T = \frac{2n_1\pi}{\delta - \nu} = \frac{2n_2\pi}{\delta + \nu}$, 这里 $n_i (i=1, 2)$ 为整数, 位移参数使态 $|uv\rangle_j (u, v = f, g)$ 在相空间中沿着闭合路径移动, 并在一个周期后返回原点同时获得一个相位因子. 此时的系统演化可以表示为:

$$\begin{aligned}|ff\rangle_{12} &\rightarrow |ff\rangle_{12}, \\ |fg\rangle_{12} &\rightarrow e^{i\phi_{fg}} |fg\rangle_{12}, \\ |gf\rangle_{12} &\rightarrow e^{i\phi_{gf}} |gf\rangle_{12}, \\ |gg\rangle_{12} &\rightarrow e^{i\phi_{gg}} |gg\rangle_{12}.\end{aligned}\quad (19)$$

从式(16)中不难看出 $\phi_{11} = \phi_{12}$, $\phi_{21} = \phi_{22}$, 则根据式(18)有 $\phi_{fg} = \phi_{gf}$. 若参数取值满足条件 $\phi_{1j} = -\phi_{2j}$, 则有:

$$\begin{aligned}|ff\rangle_{12} &\rightarrow |ff\rangle_{12}, \\ |fg\rangle_{12} &\rightarrow |fg\rangle_{12}, \\ |gf\rangle_{12} &\rightarrow |gf\rangle_{12}, \\ |gg\rangle_{12} &\rightarrow e^{i\Phi} |gg\rangle_{12}.\end{aligned}\quad (20)$$

至此, 本文成功地实现了两比特受控 Φ 相位门, 这里的 Φ 是非绝热几何相位. 与文献[15]相比, 本文的方案仅需要调节参数, 使其满足条件 $\phi_{1j} = -\phi_{2j}$ 便可以省略额外的单量子比特辅助操作, 因此本文的方案比文献[15]更为适用于大规模量子计算.

3 数值模拟分析与讨论

为了验证本文方案的有效性, 利用数值模拟来分析方案的保真度. 两量子比特受控 π 相位门的保真度表达式为

$$F = |\langle \psi_{\text{target}} | \psi_{\text{real}} \rangle|^2, \quad (21)$$

其中 $|\psi_{\text{target}}\rangle$ 表示方案要实现的目标态, $|\psi_{\text{real}}\rangle$ 表示经过上述系统演化后实际获得的末态, 如式(19)所示. 考虑系统的初态为

$$|\psi_0\rangle = |ff\rangle_{12} + |fg\rangle_{12} + |gf\rangle_{12} + |gg\rangle_{12}, \quad (22)$$

利用式(1)和式(3)可以得到相互作用哈密顿 $H_I = H_0 + H_1$ 的表达式, 将初态为 $|\psi_0\rangle$ 的系统根据相互

作用哈密顿 H_I 进行演化,可以获得 t 时刻的系统密度矩阵 $\rho(t) = |\psi_{\text{real}}\rangle\langle\psi_{\text{real}}|$, 相应理想的末态为

$$|\psi_{\text{target}}\rangle = |ff\rangle_{12} + |fg\rangle_{12} + |gf\rangle_{12} - |gg\rangle_{12}. \quad (23)$$

选取参数 $\Delta_c = 100.01g$, $\Delta_1 = 100g$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 10g$, 当 ν 分别取值 $\sqrt{2}g$ 、 g 和 $0.5g$ 时,两量子比特受控非传统几何相位门保真度 F 随无量纲演化时间 gt/π 的变化情况如图 3 所示.

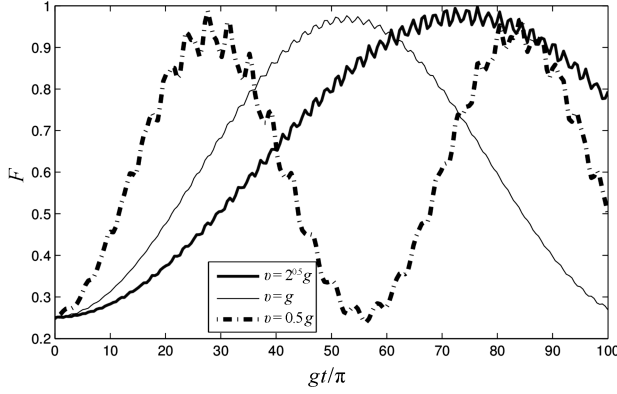


图 3 三能级原子非传统几何相位门保真度

从图 3 中可知:当 $\nu = \sqrt{2}g$ 时,相位门保真度 F 可以达到 99.75%;当 $\nu = g$ 时,相位门保真度 F 可以达到 97.62%;当 $\nu = 0.5g$ 时,相位门保真度 F 可以达到 98.75%. 随着参数 ν 取值的增大,获得目标相位门所需要的时间相对变长,保真度 F 波动变缓. 在之前的讨论中 δ 越趋近于零所获得的相位门越理想,在图 3 中参数 δ 取值为 $0.01g$ 是考虑实验误差为 $0.01g$ 的情况. 当参数 $\delta = 0$, $\nu = g$, 并且其他参数取值不变时,相位门保真度 F 相对于 gt/π 的变化如图 4 所示. 图 4 表示由相互作用哈密顿 H_I 得到的相位门保真度随无量纲演化时间 gt/π 的变化情况,其中理想参数取值为 $\Delta_c = \Delta_1 = -\Delta_2 = 100g$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 10g$, $\nu = g$. 从图中可知,当演化时间 $t \approx (51.7\pi)/g$ 时,保真度达到 99.46%. 与图 3 中参数 $\nu = g$ 的变化曲线相比,其保真度有了明显提高. 由此可知利用囚禁在耦合腔中的三能级原子一步实现非传统几何 π 相位门方案的一组理想参数为: $\Delta_c = \Delta_1 = -\Delta_2 = 100g$, $\Omega_1 = \Omega_2 = 10g$, $\nu = g$, 门操作时间约为 $(51.7\pi)/g$.

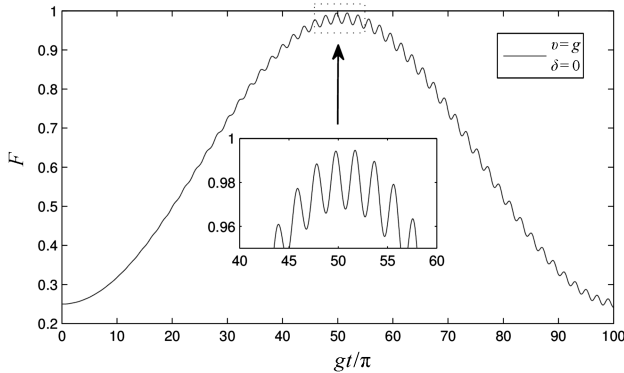


图 4 三能级原子非传统几何相位门保真度

4 结论

本文提出了利用囚禁在耦合腔中的原子一步实现非传统几何相位门的有效方案,在构造相位门期间引入了两个玻色模,并且量子信息编码在原子基态上. 与文献[15]方案相比,本文的方案仅需要一步便可实现相位门,因此大大简化了实验步骤;同时,由于大失谐条件,原子的自发辐射被有效抑制,这使得方案更具有鲁棒性. 数值模拟结果表明,本方案的保真度可以达到 99% 以上.

参考文献:

- [1] Zheng S B. Virtual-photon-induced quantum phase gates for two distant atoms trapped in separate cavities[J]. Appl Phys Lett, 2009,94(15):154101.
- [2] Zhu S L, Wang Z D. Unconventional geometric quantum computation[J]. Phys Rev Lett, 2003,91(18):187902.
- [3] Zheng S B. Unconventional geometric quantum phase gates with a cavity QED system[J]. Phys Rev A, 2012,70(70):218-221.
- [4] Berry M V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes[J]. Proc R Soc London, 1984,392(1802):45-57.
- [5] Aharonov Y, Anandan J. Phase change during a cyclic quantum evolution[J]. Phys Rev Lett, 1987,58(16):1593-1596.
- [6] Anandan J. The geometric phase[J]. Nature, 1992,360(6402):307-313.
- [7] Samuel J, Bhandari R. General setting for Berry's phase[J]. Phys Rev Lett, 1988,60(23):2339-2342.
- [8] Wilczek F, Zee A. Appearance of gauge structure in simple dynamical systems[J]. Phys Rev Lett, 1984,52(24):2111-2114.
- [9] Gopinath T, Kumar A. Implementation of controlled phase shift gates and Collins version of Deutsch-Jozsa algorithm on a quadrupolar spin-7/2 nucleus using non-adiabatic geometric phases[J]. J Magn Reson, 2008,193(2):168-176.
- [10] Samuel J, Bhandari R. General setting for Berry's phase[J]. Phys Rev Lett, 1988,60(23):2339-2342.
- [11] Falci G, Fazio R, Palma G M, et al. Detection of geometric phases in superconducting nanocircuits[J]. Nature, 2000,407(6802):355-358.
- [12] Zheng S B. Geometric phase for a driven quantum field subject to decoherence[J]. Phys Rev A, 2015,91(5):052117.
- [13] Xue Z Y, Wang Z D. Simple unconventional geometric scenario of one-way quantum computation with superconducting qubits inside a cavity[J]. Phys Rev A, 2007,75(6):064303.
- [14] Zhang J Q, Yu Y F, Zhang Z M. Unconventional geometric phase gate with two nonidentical quantum dots trapped in a photonic crystal cavity[J]. J Opt Soc Am B, 2010,28(8):1959-1963.
- [15] Zhang A P, Zhang X X, Wang Z M, et al. Unconventional geometric phase gates for two distant atoms trapped in spatially separate cavities[J]. Mod Phys Lett B, 2014,28(9):458-465.
- [16] Chen C Y, Feng M, Zhang X L, et al. Strong-driving-assisted unconventional geometric logic gate in cavity QED[J]. Phys Rev A, 2006,73(3):501-507.
- [17] Zheng S B, Yang C P, Nori F. Arbitrary control of coherent dynamics for distant qubits in a quantum network[J]. Phys Rev A, 2010,82(4):3147-3148.
- [18] Wu C, Wang Z, Feng X L, et al. Unconventional geometric quantum computation in a two-mode cavity[J]. Phys Rev A, 2007,76(2):1188-1190.
- [19] Joshi A, Xiao M. Cavity-QED-based unconventional geometric phase gates with bichromatic field modes[J]. Phys Lett A, 2006,359(5):390-395.
- [20] Feng X L, Wang Z, Wu C, et al. A scheme for unconventional geometric quantum computation in cavity QED[J]. Phys Rev A, 2006,75(5):497-500.
- [21] Chen Y Y, Feng X L, Oh C H. Geometric entangling gates for coupled cavity system in decoherence-free subspaces[J]. Opt Commun, 2011,285(24):5554-5557.
- [22] Cen L X, Wang Z D, Wang S J. Scalable quantum computation in decoherence-free subspaces with trapped ions[J]. Phys Rev A, 2006,74(3):152-152.
- [23] Feng X L, Wu C, Sun H, et al. Geometric entangling gates in decoherence-free subspaces with minimal requirements[J]. Phys Rev Lett, 2009,103(20):200501.
- [24] Leibfried D, Demarco B, Meyer V, et al. Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate[J]. Nature, 2003,422(6930):412-415.
- [25] Zhou Z, Chu S I, Han S. Suppression of energy-relaxation-induced decoherence in Λ -type three-level SQUID flux qubits: A dark-state approach[J]. Phys Rev B, 2004,70(9):094513.
- [26] Song X K, Ai Q, Qiu J, et al. Physically feasible three-level superadiabatic quantum driving with multiple Schrödinger dynamics[J]. Phys Rev A, 2016,93(5):052324.
- [27] James D F V. Quantum computation with hot and cold ions: an assessment of proposed schemes[J]. Fortschr Phys, 2000,48(9/11):53-67.
- [28] Walls D F, Milburn G J, Garrison J C. Quantum Optics[M]. Springer-Verlag, 1994.