

文章编号: 1004-4353(2017)02-0113-06

# 基于一种贴近度的 IOWHA 算子 预测模型的性质研究

孙浩, 杨桂元\*

(安徽财经大学 统计与应用数学学院, 安徽 蚌埠 233030)

**摘要:** 为了克服传统的单项预测方法选取固定参数所带来的不足,在诱导有序加权调和平均算子(IOWHA 算子)的基础上,引入贴近度构建了基于一种贴近度的 IOWHA 算子的最优组合预测模型,对该模型的预测精度、优性及非劣性给出定义,并从理论的角度探究了其非劣性组合预测、优性组合预测的存在性的充分条件.实例分析表明,该组合预测模型优于传统的组合预测模型,能够充分利用各个单项预测方法的信息并能提高预测精度,是一种优性组合预测.

**关键词:** 组合预测; 贴近度; IOWHA 算子

**中图分类号:** F224.0

**文献标识码:** A

## Study on properties of induced ordered weighted harmonic averaging operator based on combination forecasting

SUN Hao, YANG Guiyuan\*

(School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of  
Finance and Economics, Bengbu 233030, China)

**Abstract:** In order to overcome the defects in using the single forecasting method to choose the fixed coefficient, the paper introduced closeness degree based on induced ordered weighted harmonic averaging operator (IOWHA operator), constructed an optimal combination forecasting model of IOWHA based on closeness degree, then define the conception of prediction accuracy, the superior combination forecasting and no inferior combination forecasting. The sufficient conditions for the existence of non-inferiority combination forecasting and superior combination forecasting are studied from the perspective of theory. The example illustrated that the combination forecasting model can make full use of the information from the single forecasting method, the forecasting precision is superior to the traditional single forecasting model as well. It is concluded that the method is a superior combination forecasting method.

**Keywords:** combination forecasting; closeness degree; IOWHA operator

由于单项预测方法在进行预测时局限于从一个方面提取有用的信息,因此其存在预测精度不够高等问题,为此 C.W. J. Granger 等<sup>[1]</sup>在 1969 年首次提出了组合预测的概念,即将不同的预测方法进行适当地组合,通过合理有效地利用各种预测方法所提供的信息,以达到提高预测精度的目的.1988 年,美国学者 Yager 提出了一种存在于“or”和“and”之间的“orand”数据信息结集算子,即有序加权平均(OWA)算子<sup>[2-3]</sup>.由于 OWA 算子及其拓展方法具有提高模型拟合精度和预测能力的优点,被广泛应用到人工神经网络、模糊系统控制与模糊建模、信息融合、决策分析、组合预测、通信网络等诸多领域<sup>[4-10]</sup>.为了进

一步研究组合预测方法,陈华友等在 OWA 算子的基础上分别构建了诱导有序加权算术平均算子(OWA 算子)<sup>[11]</sup>、有序加权调和平均算子(OWHA 算子)<sup>[12]</sup>以及诱导有序加权调和平均算子(IOWHA 算子)<sup>[13]</sup>,其中: IOWA 算子所建立的模型中的系数只与该预测方法在各时刻上的预测精度有关; OWHA 算子所建立的模型中的系数只与原始数据从大到小的排列顺序有关; IOWHA 算子所建立的模型是对诱导值从大到小的排序结果所进行的一种有序加权算术平均. 在上述研究中,多数的研究都只是从实证分析角度说明了组合预测模型的合理性与有效性,鉴于此,本文在贴近度与 IOWHA 算子的基础上,建立基于贴近度的 IOWHA 算子组合预测模型,从理论上探究该模型非劣性组合预测与优性组合预测的存在性的充分条件,从而说明基于贴近度的 IOWHA 算子组合预测方法的合理性与有效性.

1 基于贴近度的 IOWHA 算子最优组合模型

1.1 相关符号与概念

定义 1 设数据集  $(\langle v_1, a_1 \rangle, \langle v_2, a_2 \rangle, \dots, \langle v_n, a_n \rangle)$  是包含  $n$  个数据的二维数组,  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  是和 IOWHA 相对应的加权向量,且  $W$  满足  $\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ . 令

$$IOWHA(\langle v_1, a_1 \rangle, \langle v_2, a_2 \rangle, \dots, \langle v_n, a_n \rangle) = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{a_{v-\text{index}(i)}}. \tag{1}$$

在式(1)中,首先需要对  $v_1, v_2, \dots, v_n$  按由大到小的顺序进行排列,并令  $v-\text{index}(i)$  为其第  $i$  大的数所对应的  $a$  的下标,其中  $v_1, v_2, \dots, v_n$  为诱导变量. 称 IOWHA 为  $n$  维诱导有序加权调和平均算子,简称 IOWHA 算子.

由定义 1 可以看出, IOWHA 算子中的权系数  $w_i$  与原数据集  $a_i$  的大小以及位置无关,而是与诱导值  $v_i$  所在的位置有关,也就是说  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是按照诱导值  $v_1, v_2, \dots, v_n$  从大到小的排序结果所进行的一种有序加权算术平均.

定义 2<sup>[14]</sup> 设  $A, B, C \in R(X), R(X)$  为实函数,映射  $\Gamma: R(X) \times R(X) \rightarrow [0, 1]$  如满足下列条件:  
(i)  $\Gamma(A, B) = \Gamma(B, A)$ ;  
(ii)  $\Gamma(A, A) = 1, \Gamma(X, \Phi) = 0$ ;  
(iii) 如果  $\forall x \in X$  满足  $A(x) \leq B(x) \leq C(x)$  或  $A(x) \geq B(x) \geq C(x)$ , 有  $\Gamma(A, C) \leq \Gamma(A, B)$ , 则称  $\Gamma$  为  $R(X)$  上的贴近度函数,  $\Gamma(A, B)$  为数据向量集  $A$  与  $B$  的贴近度.

特别地,在文献[15]中给出了一种贴近度  $\Gamma$ , 即

$$\Gamma(A, B) = \frac{2 \times (A, B)}{(A, A) + (B, B)} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [A(x_i) - B(x_i)]^2}{\left(\sum_{i=1}^n [A(x_i)]^2 + \sum_{i=1}^n [B(x_i)]^2\right)}, \tag{2}$$

其中  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 数据集  $A, B \in R(X)$  且为实数序列.

从定义 2 中可以看出,当两个数据集  $A, B$  之间的差异越大时,二者之间的贴近度  $\Gamma(A, B)$  越小; 当且仅当,数据集  $A, B$  完全一致  $(A(x_i) = B(x_i), i = 1, 2, \dots, n)$  时,贴近度  $\Gamma(A, B)$  达到最大值 1.

假设某一现象的实际值为  $\{x_t, t = 1, 2, \dots, N\}$ , 并且使用  $m$  种可行的单项预测方法对其进行预测,使用  $x_{it}$  来表示第  $i$  种单项预测方法在第  $t$  时刻的拟合值,  $i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N$ . 由于原始数据集  $\{x_t, t = 1, 2, \dots, N\}$  中的数据与使用预测方法所得到的数据之间一般都是量纲数据集,所以仍需要进行如下归一化处理:

$$y_t = \frac{x_t}{\max(x_1, x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})}, y_{it} = \frac{x_{it}}{\max(x_1, x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})} \quad (i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N).$$

定义 3 称  $a_{it}$  为第  $i$  种预测方法在  $t$  时刻的预测精度,其中

$$a_{it} = \begin{cases} 1 - |(x_t - x_{it})/x_t|, & \text{当 } |(x_t - x_{it})/x_t| < 1; \\ 0, & \text{当 } |(x_t - x_{it})/x_t| \geq 1. \end{cases} \tag{3}$$

显然  $a_{it} \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N$ .

把预测精度  $a_{it}$  看成是预测值  $x_{it}$  归一化后的数据  $y_{it}$  的诱导值,从而  $a_{it}$  与  $y_{it}$  就构成  $m$  个二维数组:  $\langle a_{1t}, y_{1t} \rangle, \langle a_{2t}, y_{2t} \rangle, \dots, \langle a_{mt}, y_{mt} \rangle, i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N$ . 将  $m$  种单项预测方法第  $t$  时刻预测精度序列  $a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{mt}$  按由大到小的顺序进行排列,令  $a\text{-index}(it)$  为第  $i$  大精度所对应的  $y$  的下标,  $\hat{y}_t$  为第  $t$  时刻由预测精度序列  $a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{mt}$  作为诱导变量所产生的 IOWHA 算子的组合预测值,其中  $t = 1, 2, \dots, N$ . 根据定义 1,有

$$\hat{y}_t = \text{IOWHA}(\langle a_{1t}, y_{1t} \rangle, \langle a_{2t}, y_{2t} \rangle, \dots, \langle a_{mt}, y_{mt} \rangle) = 1 / \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i}{y_{a\text{-index}(it)}}. \quad (4)$$

从式(4)中可以看出,基于 IOWHA 算子的组合预测系数是根据各单项预测方法在不同时刻上预测精度的相对高低排序结果来进行赋权的.

**定义 4** 令  $e_{it} = 1/y_t - 1/y_{it}$  为第  $i$  种单项预测方法在  $t$  时刻与相应实际值之间的预测倒数误差,  $e_t = 1/y_t - 1/\hat{y}_t$  表示第  $t$  时刻组合预测值与相对应的实际值之间的预测倒数误差,其中  $i = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, N$ . 若令  $e_{a\text{-index}(it)} = 1/y_t - 1/y_{a\text{-index}(it)}$ , 则有

$$e_t = \frac{1}{y_t} - \frac{1}{\hat{y}_t} = \frac{1}{y_t} - \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i}{y_{a\text{-index}(it)}} = \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i}{y_t} - \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i}{y_{a\text{-index}(it)}} = \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a\text{-index}(it)}. \quad (5)$$

将贴近度公式(5)应用到 IOWHA 组合预测中,有如下定义:

**定义 5** 称  $\Gamma_i$  为第  $i$  种单项预测方法预测值序列与指标实际值序列的贴近度,  $\Gamma$  为 IOWHA 算子组合预测值序列与指标实际值序列的贴近度,其中:

$$\Gamma_i(y_t, y_{it}) = 1 - \sum_{i=1}^N e_{it}^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right), \quad (6)$$

$$\Gamma(y_t, \hat{y}_t) = 1 - \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a\text{-index}(it)} \right)^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a\text{-index}(it)} \right)^2 \right). \quad (7)$$

由式(7)可以看出, IOWHA 组合预测值序列与实际观测值序列的贴近度  $\Gamma$  为  $\mathbf{W} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^\top$  的函数,记为  $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ . 当从贴近度角度考察组合预测问题时,希望  $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  越大越好,即  $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  越大表示组合预测方法越有效. 当 IOWHA 组合预测值序列与实际观测值序列完全相同时,该贴近度达到最大值 1. 由于预测误差不可避免,因此基于一种贴近度的 IOWA 算子最优组合预测模型为:

$$\begin{aligned} \max \Gamma &= 1 - \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a\text{-index}(it)} \right)^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a\text{-index}(it)} \right)^2 \right), \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \\ \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

**定义 6** 记各预测方法的贴近度  $\Gamma_{\min} = \min\{\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ ,  $\Gamma_{\max} = \max\{\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ ; 若  $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) < \Gamma_{\min}$ , 则称由权系数  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$  确定的组合预测模型为劣性组合预测; 若  $\Gamma_{\min} \leq \Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) \leq \Gamma_{\max}$ , 则称之为非劣性组合预测; 若  $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) > \Gamma_{\max}$ , 则称之为优性组合预测.

定义 6 表明只有 IOWHA 算子组合预测值序列与实际观测值序列的贴近度大于各单项预测值序列与实际观测值序列的贴近度中的最大者,该组合预测模型才是优性组合预测.

## 1.2 基于贴近度的 IOWHA 算子模型的非劣性和优性组合预测的存在性

**定理 1** 模型(8)的简单平均组合预测方法至少是非劣性组合预测.

**证明** 因为  $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m \geq 0$ , 则有 Jensen 不等式:

$$\sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \leq \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a-\text{index}(it)}^2.$$

设  $\mathbf{W} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^\top$  为组合预测模型(8) 的任意可行解, 则对应的贴近度为

$$\Gamma = 1 - \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) \Rightarrow \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 = (1 - \Gamma) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right).$$

因为  $\Gamma_i = 1 - \sum_{i=1}^m e_{it}^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right) \Rightarrow \sum_{i=1}^m e_{it}^2 = (1 - \Gamma_i) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right)$ , 又有

$$\sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \leq \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)}^2 = \sum_{i=1}^m \omega_i \sum_{t=1}^N e_{it}^2,$$

所以  $(1 - \Gamma) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) \leq \sum_{i=1}^m \omega_i (1 - \Gamma_i) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right)$ , 显然权系数  $\omega_1 =$

$\omega_2 = \dots = \omega_m = \frac{1}{m}$  是组合预测模型(8) 的可行解, 代入上式有

$$(1 - \Gamma) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) \leq \sum_{i=1}^m (1 - \Gamma_i) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right),$$

所以  $(1 - \Gamma) \leq (1 - \Gamma_{\min}) \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^N y_{it}^2 \right) / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) = 1 - \Gamma_{\min}$ , 即  $\Gamma \geq \Gamma_{\min}$ ,

根据定义 6 可知结论成立.

**定理 2** 假设其余单项预测方法都优越某一单项预测方法, 则组合预测模型(8) 的任一可行解对应的组合预测至少是非劣性组合预测.

**证明** 不妨假设其余单项预测方法都优越第 1 种单项预测方法, 即满足  $e_{it}^2 < e_{1t}^2, y_{it}^2 > y_{1t}^2 (i=1, 2, \dots, m; t=1, 2, \dots, N)$ , 则有  $e_{a-\text{index}(it)}^2 < e_{1t}^2, y_{a-\text{index}(it)}^2 > y_{1t}^2 (i=1, 2, \dots, m; t=1, 2, \dots, N)$ , 从而有  $\Gamma_i > \Gamma_1 = \Gamma_{\min} = \Gamma\{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_m\}$ . 令  $\mathbf{W} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^\top$  为组合预测模型(8) 的任意可行解, 则有

$$\sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \leq \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)}^2 \leq \sum_{t=1}^N e_{1t}^2, \text{ 所以}$$

$$\Gamma = 1 - \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m \omega_i e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) \geq 1 - \sum_{t=1}^N e_{1t}^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{1t}^2 \right) = \Gamma_1 = \Gamma_{\min}.$$

根据定义 6 可知结论成立.

**定理 3** 若  $\sum_{t=1}^N y_{a-\text{index}(1t)}^2 > \sum_{t=1}^N y_{it}^2$ , 则组合预测模型(8) 的最优解对应的组合预测模型一定是优性组合预测.

**证明** 令第  $k$  种单项预测方法的贴近度最大, 即  $\Gamma_{\max} = \Gamma_k = 1 - \sum_{i=1}^m e_{kt}^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{kt}^2 \right)$ . 因为  $t$  时刻  $y_{a-\text{index}(1t)}$  的预测精度最大, 所以  $|x_t - x_{a-\text{index}(1t)}| \leq |x_t - x_{it}|, |y_t - y_{a-\text{index}(1t)}| \leq |y_t - y_{it}|$ , 于是有  $|e_{a-\text{index}(1t)}| \leq |e_{it}|$ . 因  $\sum_{t=1}^N y_{a-\text{index}(it)}^2 > \sum_{t=1}^N y_{it}^2$ , 所以  $\sum_{t=1}^N y_{a-\text{index}(1t)}^2 > \sum_{t=1}^N y_{kt}^2$ . 设  $\mathbf{W}^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*)^\top$  是组合预测模型(8) 的最优解,  $\mathbf{W} = (1, 0, 0, \dots, 0)$  为可行解, 则有  $\Gamma(\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*) \geq \Gamma(1, 0, 0, \dots, 0) = 1 - \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m e_{a-\text{index}(it)} \right)^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N \left( \sum_{i=1}^m y_{a-\text{index}(it)} \right)^2 \right) > 1 - \sum_{t=1}^N e_{kt}^2 / \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 + \sum_{t=1}^N y_{kt}^2 \right) = \Gamma_{\max}$ . 由定义 6 可知结论成立.

2 实例分析

本文利用文献[16] 中的数据,对本文所提出的组合预测模型的有效性进行验证和分析,并采用式(3) 计算出各种单项预测方法的预测精度,具体结果见表 1. 根据表 1 中各种单项预测方法的预测值的精度大小对预测值进行排序,并进行归一化处理,处理后的结果见表 2.

表 1 实际值与各种预测方法下的预测值及其预测精度

年份	实际值	多元回归		残差自回归		GM(1,1)	
		预测值	精度	预测值	精度	预测值	精度
2005	14 679	12 209.5	0.832	—	—	—	—
2006	14 550	12 023.95	0.826	17 810.02	0.776	10 239.62	0.704
2007	13 463	16 968.76	0.740	17 653.5	0.689	12 668.55	0.941
2008	18 626	19 849.3	0.934	16 334.64	0.877	15 673.64	0.842
2009	19 947	22 710.61	0.862	22 598.91	0.867	19 391.57	0.972
2010	21 567	20 910.05	0.970	24 201.68	0.878	23 991.42	0.888
2011	28 708	29 040.71	0.988	26 167.22	0.912	29 682.41	0.966
2012	36 460	35 960.35	0.986	34 831.39	0.955	36 723.34	0.993
2013	49 295	46 999.27	0.953	44 236.88	0.897	45 434.44	0.923
2014	62 169	62 279.68	0.998	59 809.57	0.962	56 211.9	0.904
2015	71 853	72 364.82	0.993	75 429.59	0.95	69 545.86	0.968

表 2 指标实际值与按预测精度大小排列以及归一化后的预测值

归一化 数据	各年份所得预测值									
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
$y_t$	0.816 96	0.762 62	0.938 37	0.878 31	0.891 14	0.988 54	0.992 83	1.000 00	0.998 22	0.952 58
$y_{a-index(1t)}$	0.675 12	0.717 62	1.000 00	0.853 86	0.863 99	1.000 00	1.000 00	0.953 43	1.000 00	0.959 37
$y_{a-index(2t)}$	1.000 00	0.961 21	0.822 93	0.995 08	0.991 31	1.022 10	0.979 22	0.921 68	0.960 34	0.922 00
$y_{a-index(3t)}$	0.574 94	1.000 00	0.789 63	1.000 00	1.000 00	0.901 05	0.948 48	0.897 39	0.902 57	1.000 00

将表 2 中的数据代入式(8) 中,运用 Matlab 软件中的最优化工具箱求出最优权系数:  $w_1 = 0.651\,248$ ,  $w_2 = 0.348\,752$ ,  $w_3 = 0$ . 再将权系数  $w_1, w_2, w_3$  代入 IOWHA 组合预测模型:

$$\hat{x}_t = \text{IOWHA}(\langle a_{1t}, x_{1t} \rangle, \langle a_{2t}, x_{2t} \rangle, \dots, \langle a_{mt}, x_{mt} \rangle) = 1 / \sum_{i=1}^m \frac{w_i}{x_{a-index(it)}}$$

就可以得到不同参数下的组合预测值(见表 3).

表 3 基于贴近度的 IOWHA 算子组合预测值

	各年份所得数值									
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
实际值	14 550	13 463	18 626	19 947	21 567	28 708	36 460	49 295	62 169	71 853
组合预测值	13 560	13 897	18 464	20 401	21 891	29 261	36 454	46 441	61 395	71 356
预测精度	0.932 0	0.967 8	0.991 3	0.977 2	0.985 0	0.980 7	0.999 8	0.942 1	0.987 6	0.993 1

为了验证本文提出的组合预测模型的有效性,按照预测效果评价原则,选择下列 5 种误差指标作为衡量精度的评价体系: 1) 平方和误差,  $SSE = \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{x}_t)^2$ ; 2) 平均绝对误差,  $MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |x_t - \hat{x}_t|$ ; 3) 均方误差,  $MSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N (x_t - \hat{x}_t)^2}$ ; 4) 平均绝对百分比误差,  $MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right|$ ; 5) 均方百分比误差,  $MSPE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N \left( \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right)^2}$ . 表 4 为单种预测与组合预测方法的预测效果评价. 由表 4 可

以看出,与 3 种单项的预测方法以及误差平方和最小的组合预测方法相比较,基于贴近度的 IOWHA 组合预测方法的 5 种误差的数值均是最小,说明基于贴近度的 IOWHA 组合预测方法优于上述 3 种单一的预测方法以及误差平方和最小的组合预测方法.

表 4 单种预测与组合预测方法的预测效果评价

误差种类	预测方法 1	预测方法 2	预测方法 3	误差平方和最小组合预测	IOWHA 组合预测
SSE	34 142 000	100 460 000	90 846 000	36 706 000	10 799 000
MSE	584.31	1 002.3	953.13	605.86	328.62
MAE	1 442.6	3 019.2	2 440	1 586.6	704.74
MAPE	0.074 947	0.123 7	0.090 143	0.064 254	0.024 342
MSPE	0.035 346	0.046 807	0.038 384	0.025 1	0.010 203

利用式(6)与(7)测算出 3 种单项的预测方法以及组合预测方法的预测值与实际值之间的贴近度值,分别为: $\Gamma_1=0.990\,42$ , $\Gamma_2=0.986\,87$ , $\Gamma_3=0.978\,63$ , $\Gamma=0.999\,99$ .从中可以看出,组合预测方法的贴近度值大于单项预测方法的贴近度值,即二者满足定义 6 中的 $\Gamma>\max(\Gamma_1,\Gamma_2,\Gamma_3)$ ,说明基于贴近度的不等系数的 IOWHA 组合预测模型是优性组合预测.

3 结论

本文将贴近度与 IOWHA 算子结合起来,构成基于贴近度的 IOWHA 算子组合预测模型,并从理论的角度探究了该模型非劣性组合预测、优性组合预测的存在性的充分条件.实例分析表明,该组合预测模型优于传统的组合预测模型,能够充分利用各个单项预测方法的信息并能提高预测精度,是一种优性组合预测.基于贴近度的 IOWHA 算子最优组合预测模型的理论问题,如对冗余预测方法的判定的问题,仍需要继续探究.

参考文献:

[1] Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts[J]. Operation Research Quarterly, 1969,20(4):451-468.

[2] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1988,18(1):183-190.

[3] Filev D, Yager R R. On the issue of obtaining OWA operator weights[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998,94(2):157-169.

[4] 马永开,杨桂元,唐小我.非负权重组合预测的冗余定理[J].系统工程理论方法应用,1995,4(4):33-39.

[5] 唐小我,马永开,曾勇,等.现代组合预测和组合投资决策方法及应用研究[M].北京:科学出版社,2003.

[6] 姜晨,徐宗昌,肖国军.用神经网络组合预测法估算反舰导弹研制费用[J].系统工程与电子技术,2004,26(3):348-349,372.

[7] 陈华友.组合预测方法有效性理论及其应用[M].北京:科学出版社,2008.

[8] 滕云龙,师奕兵,康容雷.软件可靠性组合预测模型研究[J].计算机应用,2008,28(12):3092-3094.

[9] 谢宇婧.货币供应量 M2 预测精度:基于组合模型的改进[J].统计与决策,2017(5):93-97.

[10] 李得伟,颜艺星,曾险峰.城市轨道交通进站客流量短时组合预测模型[J].都市轨道交通,2017(1):54-58.

[11] 陈华友,刘春林.基于 IOWA 算子组合预测方法[J].预测,2003,22(6):61-65.

[12] 陈华友,刘春林,盛昭瀚.IOWHA 算子及其在组合预测中的应用[J].中国管理科学,2004(5):36-41.

[13] 李洪岩,陈华友.基于 Theil 不等系数的 IOWHA 算子组合预测模型及其应用[J].数学的实践与认识,2011(11):105-112.

[14] 孙浩,杨桂元.基于一种贴近度的 IGOWLA 算子的最优组合预测模型[J].延边大学学报(自然科学版),2017,43(1):19-24.

[15] 刘法贵,赵娟.模糊贴近度及应用[J].华北水利水电学院学报,2006,27(3):104-106.

[16] 储震,杨桂元.基于灰关联度的 IGOWLA 算子中国楼市库存的预测分析[J].佳木斯大学学报(自然科学版),2016,34(4):599-605.