文章编号：1004-4353(2017)01-0019-06

基于一种贴近度的IGOWLA算子的最优组合预测模型

孙浩， 杨桂元*
(安徽财经大学 统计与应用数学学院，安徽 蚌埠 233030)

摘要：为了克服传统的单项预测方法选取固定参数时的不足，在广义诱导有序加权对数平均算子(IGOWLA算子)的基础上，引入贴近度以及λ次幂误差，构建了基于一种贴近度的IGOWLA算子的最优组合预测模型，并给出了该模型的预测精度、优性及非劣性定义. 实例分析表明，该组合预测模型优于传统的单项预测模型，能够充分利用各个单项预测方法的信息并提高预测精度，是一种优性组合预测.

关键词：贴近度；组合预测；IGOWLA算子
中图分类号：F224.0 **文献标识码：**A

The superior combination forecasting model based on an closeness degree and induced geometric ordered weighted logarithm averaging operator

SUN Hao， YANG Guiyuan*
(*School of Statistics and Applied Maths*, *Anhui University of Finance and Economic*, *Bengbu* 233030, *China*)

Abstract：In order to overcome the single forecasting method to take the fixed weight coefficient of defects, a new combination forecasting model was proposed based on one kind of closeness degreeand induced geometric ordered weighted logarithm averaging (IGOWLA) operator by combining IGOWLA operator, power error and the degree of closeness. At the same time, the prediction accuracy of the model, the conception of superior combination forecasting and noinferior combination forecastingwas given. Finally, an example is illustrated by using the model. The example showed that the combination forecast model can make full use of every single forecasting method of informationand the forecasting precision is superior to the traditional single forecasting model, therefore, it was superior combination forecasting.

Keywords：closeness degree; combination forecasting; IGOWLA operator

0 引言

由于单项预测方法在进行预测时仅从某一个方面提取信息，因此其存在预测精度偏低等问题. 为此，C.W.J.Granger等[1]在1969年提出了组合预测的概念，即将不同的预测方法进行适当地组合，通过合理有效地利用各种预测方法所提供的信息，以达到提高预测精度的目的. 1988年，美国学者Yager提出了一种存在于“or”和“and”之间的“orand”数据信息结集算子，即有序加权平均(OWA)算子[2-3]，由于该算子及其拓展方法具有提高模型拟合精度和预测能力的优点，被广泛应用到人工神经网络、模糊系统控制与模糊建模、信息融合、决策分析、组合预测、通信网络等诸多领域[4-8]. 2003年，陈华友等在OWA

收稿日期：2017－02－15 **基金项目：**国家社会科学基金资助项目(12BTJ008)
*通信作者：杨桂元(1957—)，男，教授，研究方向为预测理论与方法、金融计量分析.

算子的基础上通过增加诱导值,给出了一种新的诱导有序加权算术平均算子(IOWA算子),该算子所建立的模型中的系数只与该预测方法在各时刻上的预测精度有关[9].2004年,R.R.Yager等提出了广义有序加权平均算子(GOWA算子),该算子将OWA算子扩展到λ次幂[10].在此基础上,J.M.Merigo等结合诱导变量提出了诱导广义有序加权平均算子(IGOWA算子)的概念[11],之后陈华友等将单项预测数值取对数后再进行IGOWA算子运算,得到了诱导广义有序加权对数平均算子(IGOWLA算子)的定义[12].袁宏俊、杨桂元、陈华友等[13-16]分别将贴近度与OWA算子、IOWA算子以及IGOWA算子相结合建立了组合预测模型,通过给出新的冗余度、优性、非劣性以及劣性等基本概念研究了这些模型的性质,并运用实例说明了所建立的组合预测模型的有效性和合理性.本文在上述研究的基础上,将贴近度与IGOWLA算子结合,提出了一种基于贴近度的IGOWLA算子最优组合预测模型,并通过实证分析验证了本文所建立的组合预测模型的合理性和有效性.

1 基本概念

定义1 设OWA、IOWA、GOWLA以及IGOWLA均是n元函数,$\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$是和这些算子相对应的加权向量,数据集$(\langle v_1,a_1\rangle,\langle v_2,a_2\rangle,\cdots,\langle v_n,a_n\rangle)$是包含$n$个数据的二维数组,且$\boldsymbol{W}$满足$\sum_{i=1}^{n}w_i=1$, $w_i\geqslant 0$, $i=1,2,\cdots,n$.令:

$$\mathrm{OWA}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{i=1}^{n}w_ib_i, \tag{1}$$

$$\mathrm{IOWA}(\langle v_1,a_1\rangle,\langle v_2,a_2\rangle,\cdots,\langle v_n,a_n\rangle)=\sum_{i=1}^{n}w_ia_{v-\mathrm{index}(i)}, \tag{2}$$

$$\mathrm{GOWLA}(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}w_i(\ln b_i)^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}, \tag{3}$$

$$\mathrm{IGOWLA}(\langle v_1,a_1\rangle,\langle v_2,a_2\rangle,\cdots,\langle v_n,a_n\rangle)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}w_i(\ln a_{v-\mathrm{index}(i)})^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}, \tag{4}$$

则称式(1)、(2)、(3)和(4)中的OWA、IOWA、GOWLA和IGOWLA分别为:OWA算子、IOWA算子、GOWLA算子和IGOWLA算子.

在式(1)和(3)中,首先需要对数据集$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$中的数据按由大到小的顺序排列,并将所得到的数据集中第i大的数值用b_i来表示,其中$\lambda\in(-\infty,0)\cup(0,\infty)$.由此可以看出,OWA和GOWLA中的系数$w_i$与原数据$a_i$无关,只与数据$a_1,a_2,\cdots,a_n$排序后的第$i$个数据$b_i$有关.

在式(2)和(4)中,首先需要对$v_1,v_2,\cdots,v_n$按由大到小的顺序进行排列,并令$v-\mathrm{index}(i)$为其第i大的数所对应的a的下标,其中$v_1,v_2,\cdots,v_n$为诱导变量,$\lambda\in(-\infty,0)\cup(0,\infty)$.由此可以看出,IOWA和IGOWLA中的权系数$w_i$与原数据集$a_i$的大小以及位置无关,而与诱导值$v_i$所在的位置有关,也就是说$a_1,a_2,\cdots,a_n$是按照诱导值$v_1,v_2,\cdots,v_n$从大到小的排序进行的一种有序加权算术平均.

定义2 设$A,B,C\in R(X)$,$R(X)$为实函数,称Γ为$R(X)$上的贴近度函数,$\Gamma(A,B)$为数据向量集A与B的贴近度,若映射$\Gamma: R(X)\times R(X)\rightarrow[0,1]$满足下列条件:(i) $\Gamma(A,B)=\Gamma(B,A)$;(ii) $\Gamma(A,A)=1$, $\Gamma(X,\Phi)=0$;(iii) 如果$\forall x\in X$满足$A(x)\leqslant B(x)\leqslant C(x)$或$A(x)\geqslant B(x)\geqslant C(x)$,有$\Gamma(A,C)\leqslant\Gamma(A,B)$.

特别地,在文献[17]中给出了一种贴近度Γ,即

$$\Gamma(A,B)=\frac{2\times(A,B)}{(A,A)+(B,B)}=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}[A(x_i)-B(x_i)]^2}{\sum_{i=1}^{n}[A(x_i)]^2+\sum_{i=1}^{n}[B(x_i)]^2}, \tag{5}$$

其中 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，数据集 $A,B\in R(X)$ 且为实数序列. 从定义 2 可以看出，当两个数据集 A,B 之间的差异越大时，二者之间的贴近度 $\Gamma(A,B)$ 越小；当且仅当，数据集 A,B 完全一致($A(x_i)=B(x_i)$，$i=1,2,\cdots,n$) 时，贴近度 $\Gamma(A,B)$ 达到最大值 1.

2　基于一种贴近度的 IGOWLA 算子最优组合预测模型

假设某一现象的实际值为$\{x_t,t=1,2,\cdots,N\}$，并且使用 m 种可行的单项预测方法对其进行预测，用 x_{it} 表示第 i 种单项预测方法在第 t 时刻的拟合值，$i=1,2,\cdots,m$，$t=1,2,\cdots,N$. 由于原始数据集$\{x_t,t=1,2,\cdots,N\}$ 中的数据与使用预测方法所得到的数据之间一般都是量纲数据集，所以仍需要进行如下归一化处理：

$$y_t=\frac{x_t}{\max(x_1,x_{1t},x_{2t},\cdots,x_{mt})},$$

$$y_{it}=\frac{x_{it}}{\max(x_1,x_{1t},x_{2t},\cdots,x_{mt})}\quad(i=1,2,\cdots,m;t=1,2,\cdots,N).$$

定义 3　称 a_{it} 为第 i 种预测方法在 t 时刻的预测精度，其中：

$$a_{it}=\begin{cases}1-\left|\dfrac{x_t-x_{it}}{x_t}\right|,\ 当\left|\dfrac{x_t-x_{it}}{x_t}\right|<1\ 时；\\ 0,\ 当\left|\dfrac{x_t-x_{it}}{x_t}\right|\geqslant 1\ 时，\end{cases}\tag{6}$$

显然 $a_{it}\in[0,1]$，$i=1,2,\cdots,m$，$t=1,2,\cdots,N$.

把预测精度 a_{it} 看成是预测值归一化后的诱导值，从而 a_{it} 与 y_{it} 就构成 m 个二维数组：$\langle a_{1t},y_{1t}\rangle$，$\langle a_{2t},y_{2t}\rangle,\cdots,\langle a_{mt},y_{mt}\rangle$，$i=1,2,\cdots,m$，$t=1,2,\cdots,N$. 将 m 种单项预测方法的第 t 时刻预测精度序列 $a_{1t},a_{2t},\cdots,a_{mt}$ 按由大到小的顺序进行排列，令 $v-\mathrm{index}(it)$ 为第 i 大精度所对应的 y 的下标，$\hat{y}_t$ 为第 t 时刻由预测精度序列 $a_{1t},a_{2t},\cdots,a_{mt}$ 作为诱导变量所产生的 IGOWLA 算子的组合预测值，其中，$t=1,2,\cdots,N$. 根据定义 1，有

$$\hat{y}_t=\mathrm{IGOWLA}(\langle a_{1t},y_{1t}\rangle,\langle a_{2t},y_{2t}\rangle,\cdots,\langle a_{mt},y_{mt}\rangle)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m}w_i(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\}.\tag{7}$$

由式(7) 可以看出，基于 IGOWLA 算子的组合预测的系数是根据各单项预测方法在不同时刻预测精度的相对高低排序结果来进行赋权的，所以由式(7) 可得

$$(\ln\hat{y}_t)^{\lambda}=\sum_{i=1}^{m}w_i(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}.\tag{8}$$

使用 $e_{it}=(\ln y_t)^{\lambda}-(\ln\hat{y}_{it})^{\lambda}$ 表示第 i 种单项预测方法在 t 时刻与相应归一化的实际值之间的对数 λ 次幂的预测误差，$i=1,2,\cdots,m$，$t=1,2,\cdots,N$，并令

$$e_{v-\mathrm{index}(it)}=(\ln y_t)^{\lambda}-(\ln\hat{y}_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}.\tag{9}$$

由式(7)—(9) 可以得到第 t 时刻 IGOWLA 算子组合预测值的无量纲化指标误差：

$$e_t=(\ln y_t)^{\lambda}-(\ln\hat{y}_t)^{\lambda}=(\ln y_t)^{\lambda}-\left(\sum_{i=1}^{m}w_i(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right)=$$
$$\sum_{i=1}^{m}w_i\left[(\ln y_t)^{\lambda}-(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right]=\sum_{i=1}^{m}w_ie_{v-\mathrm{index}(it)}.\tag{10}$$

将贴近度公式(5) 应用到 IGOWLA 算子组合预测中，有如下定义：

定义 4　称 Γ_i 为第 i 种单项预测方法预测值序列与指标实际值序列的贴近度，Γ 为 IGOWLA 算子组合预测值序列与指标实际值序列的贴近度，其中：

$$\Gamma_i(y_t,y_{it})=1-\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}e_{it}^2}{\sum\limits_{t=1}^{N}(\ln y_t)^{2\lambda}+\sum\limits_{t=1}^{N}(\ln y_{it})^{2\lambda}},\tag{11}$$

$$\Gamma(y_t,\hat{y}_t)=1-\frac{\sum\limits_{t=1}^{N}\left(\sum\limits_{i=1}^{m}w_i e_{v-\mathrm{index}(it)}\right)^2}{\sum\limits_{t=1}^{N}(\ln y_t)^{2\lambda}+\sum\limits_{t=1}^{N}\left(\sum\limits_{i=1}^{m}w_i(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right)^2}.\tag{12}$$

由式(12)可以看出,IGOWLA 算子组合预测值序列与实际观测值序列的贴近度 Γ 为 $\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_m)^{\mathrm{T}}$ 的函数,记为 $\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)$. 从贴近度角度考察组合预测问题时,$\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)$ 越大表示组合预测方法越有效. IGOWLA 算子组合预测值序列与实际观测值序列完全相同时,此时贴近度达到了最大值 1,但由于预测误差是不可避免的,因此,基于一种贴近度的 IGOWLA 算子最优组合预测模型为:

$$\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)=1-\frac{\sum\limits_{t=1}^{N}\left(\sum\limits_{i=1}^{m}w_i e_{v-\mathrm{index}(it)}\right)^2}{\sum\limits_{t=1}^{N}(\ln y_t)^{2\lambda}+\sum\limits_{t=1}^{N}\left(\sum\limits_{i=1}^{m}w_i(\ln y_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right)^2},$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m}w_i=1,\\ w_1,w_2,\cdots,w_m\geqslant 0.\end{cases}\tag{13}$$

定义 5 记各预测方法的贴近度 $\Gamma_{\min}=\min\{\Gamma_i,i=1,2,\cdots,m\}$, $\Gamma_{\max}=\max\{\Gamma_i,i=1,2,\cdots,m\}$. 若 $\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)<\Gamma_{\min}$,则称由权系数 $w_1,w_2,\cdots,w_m$ 确定的组合预测模型为劣性组合预测;若 $\Gamma_{\min}\leqslant\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)\leqslant\Gamma_{\max}$,则称其为非劣性组合预测;若 $\Gamma(w_1,w_2,\cdots,w_m)>\Gamma_{\max}$,则称其为优性组合预测.

定义 5 表明,只有 IGOWLA 算子组合预测值序列与实际观测值序列的贴近度大于各单项预测值序列与实际观测值序列的贴近度中的最大者,该组合预测模型才是优性组合预测.

3 实例分析

本文利用文献[18]中的数据,对本文所提出的组合预测模型的有效性进行验证和分析,并采用式(6)计算出各种单项预测方法的预测精度,具体数据见表 1.

表 1 实际值与各种预测方法下的预测值及其预测精度

年份	实际值	多元回归		残差自回归		GM(1,1)	
		预测值	精度	预测值	精度	预测值	精度
2005	14 679	12 209.5	0.832	—	—	—	—
2006	14 550	12 023.95	0.826	17 810.02	0.776	10 239.62	0.704
2007	13 463	16 968.76	0.740	17 653.5	0.689	12 668.55	0.941
2008	18 626	19 849.3	0.934	16 334.64	0.877	15 673.64	0.842
2009	19 947	22 710.61	0.862	22 598.91	0.867	19 391.57	0.972
2010	21 567	20 910.05	0.970	24 201.68	0.878	23 991.42	0.888
2011	28 708	29 040.71	0.988	26 167.22	0.912	29 682.41	0.966
2012	36 460	35 960.35	0.986	34 831.39	0.955	36 723.34	0.993
2013	49 295	46 999.27	0.953	44 236.88	0.897	45 434.44	0.923
2014	62 169	62 279.68	0.998	59 809.57	0.962	56 211.9	0.904
2015	71 853	72 364.82	0.993	75 429.59	0.95	69 545.86	0.968

根据表 1 中各种单项预测方法的预测值的精度大小对预测值进行排序，并进行归一化处理，处理后的结果见表 2.

表 2　指标实际值与按预测精度大小排列以及归一化后的预测值

归一化数据	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
y_t	0.816 96	0.762 62	0.938 37	0.878 31	0.891 14	0.988 54	0.992 83	1.000 00	0.998 22	0.952 58
$y_{a-\mathrm{index}(1t)}$	0.675 12	0.717 62	1.000 00	0.853 86	0.863 99	1.000 00	1.000 00	0.953 43	1.000 00	0.959 37
$y_{a-\mathrm{index}(2t)}$	1.000 00	0.961 21	0.822 93	0.995 08	0.991 31	1.022 10	0.979 22	0.921 68	0.960 34	0.922 00
$y_{a-\mathrm{index}(3t)}$	0.574 94	1.000 00	0.789 63	1.000 00	1.000 00	0.901 05	0.948 48	0.897 39	0.902 57	1.000 00

将表 2 中的数据代入式(13)中，运用 MATLAB 软件中的最优化工具箱求出不同参数 λ 下的最优权系数，结果见表 3. 由表 3 可以看出，对于 3 种不同的参数均有 $w_1>0$，$w_2>0$，$w_3=0$，说明对于排序之后得到的 3 个序列只使用了前两个序列，没有用到第 3 个序列进行组合预测.

表 3　不同参数下的组合预测最优权系数

参数值	w_1	w_2	w_3
$\lambda=1$	0.753 59	0.246 41	0
$\lambda=2$	0.553 08	0.446 92	0
$\lambda=3$	0.365 99	0.634 01	0

将表 3 中的权系数代入如下 IGOWLA 组合预测模型：

$$\hat{x}_t=\mathrm{IGOWLA}(\langle a_{1t},x_{1t}\rangle,\langle a_{2t},x_{2t}\rangle,\cdots,\langle a_{mt},x_{mt}\rangle)=\exp\left\{\left(\sum_{i=1}^{m}w_i(\ln x_{v-\mathrm{index}(it)})^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right\},$$

可以得到不同参数下的组合预测值(见表 4).

表 4　3 种不同参数下的组合预测值及其预测精度

实际值	$\lambda=1$		$\lambda=2$		$\lambda=3$	
	预测值	预测精度	预测值	预测精度	预测值	预测精度
14 550	13 246.13	0.910 39	14 360.35	0.986 97	15 481.98	0.935 95
13 463	13 614.51	0.988 75	14 452.07	0.926 53	15 278.77	0.865 13
18 626	18 918.65	0.984 29	18 202.36	0.977 26	17 558.11	0.942 67
19 947	20 136.92	0.990 48	20 770.56	0.958 71	21 379.37	0.928 19
21 567	21 630.47	0.997 06	22 240.16	0.968 79	22 824.20	0.941 71
28 708	29 197.53	0.982 95	29 325.93	0.978 48	29 446.24	0.974 28
36 460	36 533.84	0.997 97	36 380.55	0.997 82	36 238.09	0.993 91
49 295	46 608.75	0.945 51	46 293.97	0.939 12	46 002.15	0.933 20
62 169	61 661.71	0.991 84	61 164.50	0.983 84	60 704.12	0.976 44
71 853	71 659.77	0.997 31	71 092.36	0.989 41	70 566.92	0.982 10

为了验证本文提出的组合预测模型的有效性，按照预测效果评价原则，选择下列 5 种误差指标作为衡量精度的评价体系：① 平方和误差($SSE=\sum_{t=1}^{N}(x_t-\hat{x}_t)^2$)；② 均方误差($MSE=\frac{1}{N}\sqrt{\sum_{t=1}^{N}(x_t-\hat{x}_t)^2}$)；③ 平均绝对误差($MAE=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}|x_t-\hat{x}_t|$)；④ 平均绝对百分比误差($MAPE=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|\frac{x_t-\hat{x}_t}{x_t}\right|$)；⑤ 均方百分比误差($MSPE=\frac{1}{N}\sqrt{\sum_{t=1}^{N}\left(\frac{x_t-\hat{x}_t}{x_t}\right)^2}$). 表 5 为单项预测与组合各种预测方法的效果评价结果. 由表 5 可以看出，组合预测方法的 5 种误差的数值均明显低于单一的预测方法，这说明本文提出的 IGOWLA 算子组合预测方法优于 3 种单一的预测方法，且预测精度明显提高.

利用式(11)测算 3 种单项的预测方法以及在不同权系数下的组合预测方法的预测值与实际值之间的贴近度，结果见表 6. 由表 6 可以看出，不同参数值($\lambda=1,\lambda=2,\lambda=3$)下的组合预测方法的贴近度均大于单项预测方法的贴近度，即二者满足定义 5 中的 $\Gamma>\max(\Gamma_1,\Gamma_2,\Gamma_3)$ 条件，由此说明本文提出的

组合预测模型是优性组合预测.

表 5 单种预测与组合预测方法预测效果评价

误差种类	预测方法 1	预测方法 2	预测方法 3	组合预测 ($\lambda=1$)	组合预测 ($\lambda=2$)	组合预测 ($\lambda=3$)
SSE	34 142 000	100 460 000	90 846 000	10 478 000	20 070 000	24 411 000
MSE	584.31	1 002.3	953.13	323.7	448	586.61
MAE	1 442.6	3 019.2	2 440	688.98	1 187.3	1 675.6
MAPE	0.074 947	0.123 7	0.090 143	0.023 576	0.044 572	0.068 507
MSPE	0.035 346	0.046 807	0.038 384	0.009 665 1	0.017 038	0.026 315

表 6 单项预测与组合预测在不同参数下的贴近度

参数值	贴近度			
	预测方法 1	预测方法 2	预测方法 3	组合预测
$\lambda=1$	0.657 64	0.159 39	0.742 35	0.926 91
$\lambda=2$	0.421 65	0.0365 14	0.362 16	0.777 66
$\lambda=3$	0.243 9	0.007 443 3	0.139 2	0.627 39

4 结论

本文在广义诱导有序加权对数平均算子(IGOWLA 算子)的基础上,引入贴近度和 λ 次幂误差,构建了基于一种贴近度的 IGOWLA 算子最优组合预测模型.实例分析结果表明,该组合预测模型能够充分利用各个单项预测方法的信息,且其预测精度明显优于各单项预测方法,验证了本文模型的合理性和有效性.本文在研究中未对该组合预测的优性、非劣性的存在性以及冗余预测方法的判定等问题进行研究,因此,有待今后进一步研究,以丰富组合预测理论.

参考文献:

[1] Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts[J]. Operation Research Quarterly, 1969,20(4):451-468.

[2] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1988,18(1):183-190.

[3] Filev D, Yager R R. On the issue of obtaining OWA operator weights[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998,94(2):157-169.

[4] 姜晨,徐宗昌,肖国军.用神经网络组合预测法估算反舰导弹研制费用[J].系统工程与电子技术,2004,26(3):348-372.

[5] 滕云龙,师奕兵,康容雷.软件可靠性组合预测模型研究[J].计算机应用,2008,28(12):3092-3094.

[6] 唐小我,马永开,曾勇,等.现代组合预测和组合投资决策方法及应用研究[M].北京:科学出版社,2003.

[7] 陈华友.组合预测方法有效性理论及其应用[M].北京:科学出版社,2008.

[8] 马永开,杨桂元,唐小我.非负权重组合预测的冗余定理[J].系统工程理论方法应用,1995,4(4):33-39.

[9] 陈华友,刘春林.基于 IOWA 算子组合预测方法[J].预测,2003,22(6):61-65.

[10] Yager R R. Generalized OWA aggregation operators[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2004,3(1):93-107.

[11] Merigó J M, Gil-Lafuente A M. The induced generalized OWA operator[J]. Information Sciences, 2009,179(6):729-741.

[12] 江立辉,陈华友,丁芳清,等.基于 IGOWLA 算子的最优组合预测模型及其应用[J].统计与决策,2015(4): 82-85.

[13] 袁宏俊,杨桂元.基于一种贴近度的 IOWA 算子的优性组合预测模型[J].统计与信息论坛,2010,25(2):32-37.

[14] 袁宏俊,杨桂元.基于最大-最小贴近度的优性组合预测模型[J].运筹与管理,2010,19(2):116-121.

[15] 陈华友,盛昭瀚,刘春林.基于向量夹角余弦的组合预测模型的性质研究[J].管理科学学报,2006,9(2):1-8.

[16] 杨蕾,陈华友,王宇.基于贴近度的诱导广义 OWA 算子最优组合预测模型[J].统计与决策,2013(5):24-26.

[17] 刘法贵,赵娟.模糊贴近度及应用[J].华北水利水电学院学报,2006,27(3):104-106.

[18] 储震,杨桂元.基于灰关联度的 IGOWLA 算子中国楼市库存的预测分析[J].佳木斯大学学报,2016,34(4):599-605.