

文章编号: 1004-4353(2016)04-0310-05

动态优化 GM 模型中分辨率系数的数据预测算法

冯 玮

(宁德师范学院 计算机系, 福建 宁德 352100)

摘要: 为提高传统 GM(1,1)算法的预测精度,运用遗传算法动态调整 GM(1,1)中的均质生成数列分辨率系数,改变传统灰色模型的分辨率系数设置为 1/2 的计算模式,使得改进后的 GM(1,1)算法针对小样本的预测具有更高的精度和鲁棒性.算法的数值实验结果表明,优化算法的预测精度高于传统的 GM(1,1)算法和文献[3]中的算法.

关键词: 遗传算法; 灰色模型; 数据预测

中图分类号: TP309.3

文献标识码: A

Data prediction algorithm of dynamic adjustment for resolution coefficient in GM model

FENG Wei

(*Computer Departmet of Ningde Normal University, Ningde 352100, China*)

Abstract: In order to improve the prediction accuracy of traditional GM(1,1), the calculation model of the resolution coefficient of the homogeneous generated sequence which is set value of one-two in GM(1,1) is altered through using dynamically the resolution coefficient of the homogeneous generated sequence. The improved GM(1,1) algorithm have higher accuracy and robustness for small sample prediction. The result of the numerical experiment for the algorithm shows that the prediction accuracy of the optimized algorithm is higher than that of GM(1,1) algorithm and the algorithms in literature [3].

Keywords: genetic algorithm; grey model; data prediction

近几十年来,基于时间序列的数据预测算法或模型一直以来受到国内外专家、学者的关注,并取得诸多研究成果,被广泛用于网络安全、交通、军事、医学等多个领域.目前,常用的基于时间序列的预测算法主要有回归分析法^[1]、神经网络预测方法^[2]、粒子群算法^[3]、灰色预测理论^[4]等,其中灰色预测理论在小样本、贫数据的预测等方面表现十分出色.近年来随着对灰色预测理论的不断研究,其功能得到不断扩展,如灰色关联分析、灰色聚类评估、灰色预测、灰色组合、灰色决策等.传统的 GM(1,1)分辨率系数(常数)一般被设置为 1/2 的固定值,这种固定的分辨率系数难以表现出离散数值间所隐藏的特性,从而容易造成 GM(1,1)模型在预测上产生较大误差.为了消除 GM(1,1)模型在预测时的波动性,文献[2]引入马尔可夫链预测理论,建立了改进的灰色 GM(1,1)预测模型,改进后的算法不仅降低了随机序列的预测扰动性,而且还提高了算法的预测精度;文献[5]针对传统 GM(1,1)模型中的求解优化和多项式拟合过程存在的缺点,给出了求解优化和多项式拟合优化相结合的改进动态预测方法,该改进方法在可行性和可靠性方面均有提高;文献[6]通过粒子群优化算法,对 GM(1,1)模型的阶数进行优化,改进后的模型相比传统的灰色模型具有更高的拟合精度.另外,其他学者在灰色理论基础上,对灰关联、灰控

制、灰规则与控制等也进行了大量研究,并取得诸多成果^[7-10].此外,灰空间拓扑理论、基于 GM(1,1)的压缩理论近年来也取得了研究进展^[11-13].

为提高 GM(1,1)模型的精度,本文使用遗传算法动态调整 GM(1,1)模型的分辨率系数,将训练样本的预测值的误差计算转化为最优化问题的求解,从而使得灰模型预测结果的相对误差值更小.

1 标准的灰色预测模型

定义 1^[1] $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 为 n 个元素的原始数据序列, $x^{(0)}$ 的一阶累加生成数列为 $x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 其定义如下:

$$x^{(1)} = AGO\{x^{(0)}\} = \left\{ \sum_{k=1}^1 x^{(0)}(k), \sum_{k=1}^2 x^{(0)}(k), \dots, \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \right\}. \quad (1)$$

定义 2 定义 $x^{(1)}(k)$ 的灰导数为

$$d(k) = \frac{x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)}{k - (k-1)} = x^{(0)}(k). \quad (2)$$

定义 3 令 $z^{(1)}$ 为数列 $x^{(1)}$ 的均值数列, 即:

$$z^{(1)}(k) = \lambda x^{(1)}(k) + (1-\lambda)x^{(1)}(k-1), \quad k=2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

注 1 这里分辨率系数 λ 通常被设置为固定值 $1/2$.

定义 4 定义 GM(1,1) 灰差分方程式 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, \forall k \geq 2$, 即:

$$x^{(0)}(k) = -az^{(1)}(k) + b, \quad \forall k \geq 2. \quad (4)$$

根据差分方程的求解原理, 并运用最小二乘法, 式(4)可转化为

$$Y_N = B\hat{a}, \quad (5)$$

其中

$$Y_N = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}. \quad (6)$$

将式(6)展开, 求得参数 a 与 b 的如下估计值:

$$a = \frac{\sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \sum_{k=2}^n x^{(0)}(k) - (n-1) \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) x^{(0)}(k)}{(n-1) \sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 - \left[\sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \right]^2}, \quad (7)$$

$$b = \frac{\sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 \sum_{k=2}^n x^{(0)}(k) - \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) x^{(0)}(k)}{(n-1) \sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 - \left[\sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \right]^2}. \quad (8)$$

将求出的 a 与 b 的值代入式(9)中即可求出预测值 $\hat{x}^{(0)}(n+1)$.

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)}, \quad \forall k \geq 2. \quad (9)$$

2 改进的 GAGM(1,1) 算法

2.1 算法改进分析

根据式(9)可以得到在训练样本基础上的预测值, 再由式(3)—(8)可知, 如果对 λ 进行动态调整, 即不设定为某个固定值, 则计算出的预测值 $\hat{x}^{(0)}(n+1)$ 是含有 λ 变量的动态方程式. 检验模型的预测精度通常采用相对误差、均方差比值、关联度和小误差概率 4 种误差检验方法, 本文仅对相对误差进行讨

论与分析. 相对预测误差的计算公式为

$$e(k)=\frac{x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)}\times 100\%,$$

(10)

其中 λ 的取值满足 $0\leq\lambda\leq 1$. 由式(10)可知, $e(k)$ 是包含 λ 的一元非线性函数, 因此相对预测误差的最小值求解可转化为求一元非线性函数的最小值. 为了进一步提高 λ 的适用性和普遍性, 本文选用预测的 3 个节点作为训练数据, 并根据 3 个节点数据的误差累加和计算, 对式(10) 进行调整, 以使误差累加和达到最小. 调整后的公式为

$$\text{Minimize } J(\lambda)=\sum_{k=2}^4e(k),$$

(11)

其中 $0\leq\lambda\leq 1$. 由式(11) 可知, 以 λ 为变量的 $J(\lambda)$ 函数是限定条件下的一元非线性函数. 约束条件下的非线性函数的最值求解方法通常为遗传算法、非线性规划、罚函数法等, 其中遗传算法非常适用于线性或非线性函数的最值求解, 可以较好地避免函数解误入局部最优. 因式(11) 具有显著的非线性特征, 因此本文采用遗传算法搜索 λ 的最优值. 在数值预测过程中, 根据前面若干个样本动态调整 λ 值, 并依次把最优的 λ 代入式(9) 中预测下一个数据, 以使预测结果逼近实际值.

2.2 优化算法 GM(1,1)的设计

本文优化算法的核心是将遗传算法和灰色预测模型融合, 在有约束条件下, 不断优化灰预测模型的分辨率系数 λ 值. 采用遗传算法优化分辨率系数 λ 的实现过程如下:

步骤 1 对拟处理的函数解进行编码. 根据式(11) 的函数解 λ 的特征, 在 $0\leq\lambda\leq 1$ 限定范围内, 通过实验确定码长, 并对 λ 解特征进行编号, 这里的特征是一个基因, 一串基因形成一个解. 为了提高算法效率和减少组合数量, 对特征进行分块处理, 把分块看作成一个基因, 然后对基因进行组合优化.

步骤 2 群体初始化. 根据码长的 x 倍数和自定义的种群规模, 随机产生 n 始串结构数据, 每个串中结构数据被称为一个个体, 即一个群体由 n 个个体所组成, 并由这 n 个串结构数据作为初始点开始迭代. 这里 n 的大小由问题的规模决定.

步骤 3 选择最优个体. 执行该步骤操作的目的是为了从交换后的群体中选出优良的个体, 提高优良个体繁殖子孙的概率. 具有最大适应度且排在前 n 个的个体繁殖下一代, 具体做法是: 记录每一代中最大个体的函数值, 选择适应度函数, 按照适应度大小排序, 排序中最后一个即为最大适应度, 同时记录下每一代中最优个体的编码和适应度.

步骤 4 两两交换部分个体相异基因. 个体操作是本文运用遗传算法改进灰色预测分辨率系数的最主要的遗传操作. 在满足交换条件下, 对两个个体按照交叉概率交换相异部分的基因, 从而产生两个新的个体, 这里的两个个体分别保留了自身优等基因, 而劣等基因通过交换, 可能会变为优等基因, 通过迭代交换操作, 逐步靠近函数最优解.

步骤 5 个体变异. 为了给新个体创造机会, 遗传算法允许所有个体以 0.001 至 0.01 的概率发生变异, 变异的目的是为了创造最优个体. 结合灰色预测模型的特点, 在群体中随机选择一定数量个体, 对于选中的个体以一定的概率(变异概率 P_m) 随机地改变串结构数据中某些基因的值, 致使个体发生变异, 该步骤的具体做法为: 首先定义自适应变异概率, 如果自适应变异概率等于 0.0, 则该个体没有变异, 如果等于或大于 0.1, 则属于较大的变异概率; 最后设定变异的条件, 如果自适应变异概率大于变异条件, 则执行变异操作, 上述变异操作有限循环进行.

步骤 6 算法中止, 输出灰色分辨率系数. 设定算法问题一个下界的计算方法: 在个体进化时, 为预测值与实际值的相对误差设定一个合理阈值, 当小于或等于该阈值时, 算法运行终止, 即偏差值 ϵ 达到要求.

完成上述步骤后, 把最优 λ 值代入式(9), 以此对未来数据进行预测. 改进算法的核心伪代码为:

Begin// 算法开始

```
1. 输入原始数据序列  $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 
2. For 1 to  $n$ 
    一阶累加生成数列:  $x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$ 
Next
3. For 2 to  $n$ 
    计算  $x^{(1)}$  的均值:  $z^{(1)}(k) = \lambda x^{(1)}(k) + \lambda x^{(1)}(k-1), k = 2, 3, \dots, n$ 
Next
4. 求取参数  $a$  与  $b$  的估计值, 其是含有  $z^{(1)}(k) = \lambda x^{(1)}(k) + \lambda x^{(1)}(k-1) (k = 2, 3, \dots, n)$  的代数式
5. 计算  $J(\lambda) = \sum_{k=2}^4 e(k)$ 
6. 调用动态调整分辨率系数  $\lambda$  的遗传算法:
    初始化  $Pm, Pc, M, G, Tf$  等参数
    随机产生第一代种群 Pop
    do{ 计算种群 Pop 中每一个体的适应度  $F(i)$ 
        初始化空种群 newPop
        do{ 依据适应度选择算法从种群 Pop 中选出 2 个个体
            if (random(0,1) <  $Pc$ )
                { 对 2 个个体按交叉概率  $Pc$  执行交叉操作 }
            if (random(0,1) <  $Pm$ )
                { 对 2 个个体按变异概率  $Pm$  执行变异操作 }
            将 2 个新个体加入种群 newPop 中
        } until ( $M$  个子代被创建)
        使用 newPop 取代 Pop
    } until (任何染色体得分超过  $Tf$ , 或繁殖代数超过  $G$ )
    Output( $\lambda$ )// 输出调整后的  $\lambda$  值
7. For  $kzn+1$  to  $n+L$ 
    进行  $L$  步的预测预测值  $\hat{x}^{(0)}(n+1)$ // 分辨率系数调整后的数据预测
Next
End// 算法结束
```

3 实验验证与分析

利用 MATLAB 2015b 工具对改进后的算法进行仿真实验, 并与其他几种同类算法进行对比. 本文选取 2016 年 6 月 1 日—10 日期间某校网络中心的主站被攻击的次数作为实验样本, 选取的训练样本数据量虽然较少, 但可以满足灰色预测算法对于样本数量的要求, 具体数据如表 1 所示. 本文实验是预测未来 10 天网络中心主站将被攻击的次数.

表 1 某校网络中心主站被攻击的次数

日期	1 日	2 日	3 日	4 日	5 日	6 日	7 日	8 日	9 日	10 日
被攻击的次数	174	179	183	189	207	234	220	256	270	285

因本文讨论的算法均是在小样本、穷数据的情况下的数据预测, 算法执行的时间或存储空间均非常小, 故本文可以只追求算法的预测精度, 而忽略算法的时间和空间复杂度. 不同算法的实验结果及各算法的预测精度如表 2 和图 1 所示.

表 2 3 种不同算法的实验结果

算法名称	被攻击次数									
	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天	第 8 天	第 9 天	第 10 天
传统灰色预测算法	303	322.5	343	365	388.9	413.9	440.5	468.9	499.1	531.2
文献[3]改进算法	302	323	345	372	390	415	442	469	504	532
本文改进算法	302	325	346	369	393	419	446	475	507	546
实际攻击次数	298	326	348	369	395	420	453	482	522	566

上述 3 种算法的实验精度检验结果如表 3 所示。表 3 表明,3 种算法的预测精度均达到一级(精度参标准:好(一级) <0.01 ,良好(二级) <0.05 ,合格(三级) <0.10 ,勉强(四级) <0.20),但是通过计算相对误差发现,本文算法预测结果的相对误差好于传统灰色预测算法和文献[3]的改进算法,表明本文算法通过动态调整灰色预测模型中的分辨率系数后,具有更强的数据预测能力。由于本文算法中加入了遗传算法处理环节,因此本文算法的时间与空间复杂度略高于传统灰色预测算法,但并不影响本文算法在小样本条件下的数据预测的适用性。

4 结论

本文建立的改进的 GAGM(1,1)预测算法,对小样本、穷样本的数据预测较传统灰色预测算法具有更强的适用性和更高的预测精度,但对于多领域数据预测的广普性还有待进一步的实验检验与分析。在今后的工作中,将开展多分辨率系数均值调整、算法性能优化等研究,以进一步改进本文算法的预测精度适用范围。

参考文献:

[1] 全哲,张炳江,李慧.关于春运铁路客运量预测模型的研究[J].北京信息科技大学学报,2016,38(3):72-73.

[2] 王国胤,姚一豫,于洪.粗糙集理论与应用研究综述[J].计算机学报,2014,52(4):201-203.

[3] 高蔚.基于 Markov 理论的改进灰色 GM(1,1)预测模型研究[J].计算机工程与科学,2011,33(2):159-160.

[4] DENG Julong. Control problems of grey system[J]. Systems and Control Letters, 1982,1(5):105-110.

[5] 周伟萍,王丰效.灰色 DNGM(1,1)预测模型及其优化[J].计算机工程与应用,2013,22(6):52-54.

[6] 李梦婉,沙秀艳.基于 GM(1,1)灰色预测模型的改进与应用[J].计算机工程与应用,2016,37(4):57-61.

[7] 孟伟,刘思峰,方志耕,等.基于互逆分数阶算子的 GM(1,1)阶数优化模型[J].控制与决策,2016,31(8):126-128.

[8] WU Lifeng. Using fractional GM(1,1) model to predict the life of complex equipment[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2016,6(1):32-40.

[9] LIU Chunxia, SHU Tong, CHEN Shou, et al. An improved grey neural network model for predicting transportation disruptions[J]. Expert Systems with Application, 2016,45:115-122.

[10] HAN LianFu, TANG WenYan. Evaluation of measurement uncertainty based on grey system theory for small samples from an unknown distribution[J]. Science China (Technological Sciences), 2014,32(6):56-57.

[11] WU Lifeng, LIU Sifeng, YAO Ligen. The effect of sample size on the grey system model[J]. Applied Mathematical Modeling, 2014,37(9):6577-6583.

[12] Camelia Delcea, Emil Scarlat, Virginia Maracine. Grey relational analysis between firm's current situation and its possible causes: a bankruptcy syndrome approach[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012,2(2):229-239.

[13] 游庆山,徐海文,雷开洪.基于压缩感知的灰色理论模型及其在航空货运量预测中的应用[J].成都理工大学学报(自然科学版),2015,41(5):81-86.

[14] 郑政,韩东庆,吴开超.一种基于 Hadoop 的高效空间拓扑关系判定方法[J].计算机应用研究,2016,28(4):125-128.

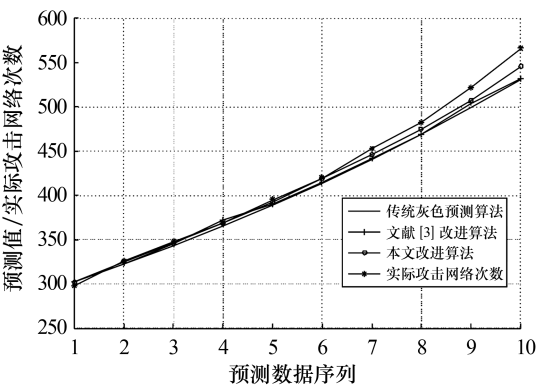


图 1 3 种算法的实验效果对比图

表 3 3 种算法的实验精度

算法名称	相对误差	残差平方和	精度等级
传统灰色预测算法	0.007 83	0.001 221	好
文献[3]改进算法	0.007 35	0.001 026	好
本文改进算法	0.004 88	0.000 413	好