

文章编号: 1004-4353(2016)01-0065-04

# LDPC 码偏移最小和译码算法中 量化问题的研究

王丽, 吴琰, 陈帅

( 淮南师范学院 电子工程学院, 安徽 淮南 232038 )

**摘要:** 为改善低密度奇偶校验(LDPC)码的量化译码算法的译码性能,提出了一种改进的 4 比特量化偏移最小和(OMS)译码算法.改进的 OMS 译码算法中对接收信号和后验信息进行了量化处理.仿真实验表明,在高信噪比情况下,与接收信号 4 比特量化相比,改进的量化 OMS 译码算法可以降低误码率.

**关键词:** LDPC 码; OMS 算法; 量化; 误码率

**中图分类号:** TN911.22

**文献标识码:** A

## Some quantization issues for decoding of LDPC with OMS algorithm

WANG Li, WU Yan, CHEN Shuai

( School of Electronic Engineering of Huainan Normal University, Huainan 232038, China )

**Abstract:** In order to improve decoding performance for quantization decoding algorithm of low density parity check (LDPC) codes, an improved 4 bit quantized offset min sum (OMS) algorithm was designed. The improved OMS algorithm is obtained by quantizing the received signal and the posterior information. The simulation results show that the bit error rate for the improved OMS algorithm were down more than from 4 bit quantization of the received signal at high SNR.

**Keywords:** low density parity check codes; offset min sum algorithm; quantization; bit error rate

1962 年, Gallager 提出了 LDPC 码, 他用简单的稀疏校验矩阵来模拟随机码, 并给出了一种简单的迭代译码算法<sup>[1]</sup>. 1996 年, Mackay 研究表明 1/2 码率的 LDPC 码在 BPSK 调制下的性能离信息论中的 Shannon 限仅差 0.004 5 dB, 是目前为止距 Shannon 限最近的纠错码<sup>[2]</sup>. 目前, LDPC 码的译码算法主要有软判决概率译码(BP)算法、最小和译码(MS)算法和偏移最小和译码(OMS)算法等, 其中: MS 算法的迭代结构和 BP 算法相同, 其优点是降低了计算 LLR 的复杂度, 但 MS 算法的译码性能相对 BP 算法有所下降; OMS 译码算法的运算复杂度低于 BP 算法, 而其译码性能又优于 MS 算法, 所以被称为是对 MS 算法和 BP 算法的一种性能折中的算法<sup>[3]</sup>.

LDPC 码在实际工程应用中必须考虑硬件实现的量化问题. 文献[4]研究表明, 对 BP 算法的中间变量进行量化可以提高量化比特数较低时的算法译码性能. 文献[5]提出了不同比特量化的分层译码改进算法, 其对变量节点处理运用的是 MS 算法的变量信息处理方法. 目前, 对 OMS 算

法及其改进算法中运用量化方案的研究成果较少,鉴于此,本文对 LDPC 码 OMS 译码算法的量化问题进行研究,以此探讨解决 OMS 译码算法优化问题的相关瓶颈.

## 1 OMS 译码算法的原理

OMS 译码算法通过引入加性修正因子  $\beta$  对 MS 算法的校验节点更新,减小了校验节点外信息的幅值<sup>[6]</sup>. 令  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_N\}$  是一个参数为  $(N, M, d_v, d_c)$  的规则 LDPC 码字,校验矩阵是一个  $M \times N$  的矩阵,其中  $d_v$  和  $d_c$  分别表示变量节点和节点的度. 使用 BPSK 调制,通过 AWGN 信道,接收信号为  $y_n = x_n + z_n$ ,  $n \in [1, N]$ , 其中  $z_n$  为独立同分布的零均值高斯随机变量,方差为  $\sigma^2 = N_0/2$ ,  $N_0$  是噪声功率.

LDPC 码的校验矩阵  $H$  由双向图构成,包含校验节点集合和变量节点集合. 令  $c_m$  表示第  $m$  个校验节点,  $v_n$  表示第  $n$  个变量节点. 校验节点  $c_m$  与所连接的变量节点集合为  $B(m) = \{n \mid h_{n,m} = 1\}$ ,  $B(m) \setminus n$  表示集合  $B(m)$  中排除  $v_n$ . 同理,  $A(n)$  是和  $v_n$  连接的校验节点的集合. 将  $v_n$  的 LLR 函数定义为:

$$L_n = \ln \frac{P(x_n = 1 \mid y_n)}{P(x_n = -1 \mid y_n)}.$$

当  $L_n > 0$  时,说明  $P(x_n = 1 \mid y_n) > P(x_n = 0 \mid y_n)$ ,  $x_n$  的判决输出为 1; 当  $L_n < 0$  时,  $x_n$  的判决输出为 0.

$L_{nm}$  表示从变量节点  $v_n$  传递给校验节点  $c_m$  的 LLR 信息,  $L_{mn}$  表示从校验节点  $c_m$  传递给变量节点  $v_n$  的 LLR 信息. OMS 译码算法的具体步骤如下:

1) 对于所有变量节点  $v_n$ ,  $n \in [1, N]$ , 初始化 LLR 消息:  $L_n^0 = L_{nm}^0 = \frac{2y_n}{\sigma^2}$ ,  $m \in A(n)$ .

2) 更新校验节点  $c_m$ ,  $m \in [1, M]$  输出的 LLR 信息  $L_{mn}^k$ . 首先计算 MS 的 LLR 信息:

$$L_{mn}^{k,MS} = \left( \prod_{n' \in B(m) \setminus n} \text{sign}(L_{n'm}^{k-1}) \right) \min_{n' \in B(m) \setminus n} |L_{n'm}^{k-1}|.$$

然后再计算 OMS 的 LLR 信息:

$$L_{mn}^{k,OMS} = \max\{|L_{mn}^{k,MS}| - \beta, 0\}.$$

将计算得到的  $L_{mn}^{k,OMS}$  作为下一次计算 MS 迭代信息中的  $L_{nm}^k$ .

3) 计算变量节点  $v_n$  的输出 LLR 信息:

$$L_n^k = L_n^0 + \sum_{m \in A(n)} L_{mn}^k.$$

判决输出码字为

$$w_n^k = (1 - \text{sign}(L_n^k))/2,$$

校验矩阵为

$$S^k = W^k H^T.$$

若校验矩阵  $S^k$  计算得到的是  $\mathbf{0}$  矩阵,结束译码,并且输出  $\tilde{W} = W^k$ ; 若迭代次数  $k$  已经达到最大迭代次数,结束译码,并且输出码字  $W^k$ .

根据文献[7],在译码性能仿真当中暂不考虑噪声估计,直接在仿真中设置噪声功率  $N_0$  和白噪声方差  $\sigma^2$ , 其关系为  $\sigma^2 = N_0/2$ . 仿真中信噪比的对数值为  $\text{SNR} = 10 \log(P_0/N_0)$ . 由 BPSK 信号  $s(t)$  的分布率  $P[s(t) = 1] = P[s(t) = -1] = 1/2$ , 得 BPSK 信号的平均功率

$$P_0 = E[s^2(t)] = 1^2 \times \frac{1}{2} + (-1)^2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

由此得信噪比  $\text{SNR} = 10 \log \frac{1}{N_0}$ . 取反函数后得噪声功率为  $N_0 = 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}$ , 白噪声方差为  $\sigma^2 = N_0/2 = \frac{1}{2} 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}$ .

## 2 OMS 译码算法的量化性能分析

为了将 LDPC 码的 OMS 译码算法应用于硬件实现<sup>[8]</sup>,对接收信号  $y_n$  和后验信息  $L_n^k$  进行量化,并分析讨论在不同量化比特数下的译码性能. 信号编码后通过 BPSK 调制,AWGN 信道传输至译码器,仿真中设置校验矩阵  $H$  为  $256 \times 512$  矩阵,码率为  $R=1/2$ . 构造规则码时为了提高 LDPC 码的性能删除了 4 环的影响<sup>[9]</sup>,译码的最大迭代次数设置为 50 次.

### 2.1 接收信号的量化

如图 1 所示,OMS 译码算法引入加性修正因子  $\beta=0.3$  时,其误码率介于 BP 算法和 MS 算法之间. 本文的量化方案仿真均是基于  $\beta=0.3$  的 OMS 译码算法上进行的.

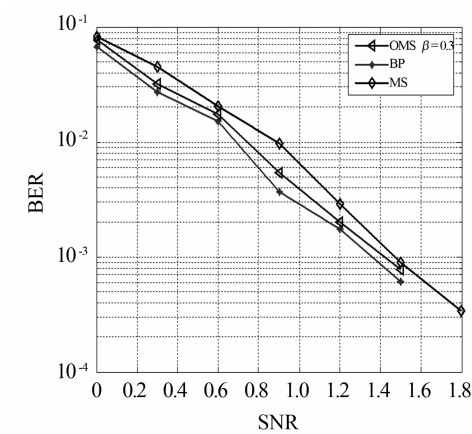


图 1 BP、MS 和 OMS( $\beta=0.3$ ) 译码算法的误码性能

对接收信号  $y_n$  分别进行 4 比特、6 比特、10 比特的均匀量化和非均匀  $\mu$  律量化,在进行非均匀  $\mu$  律量化时对  $\mu=255$  和  $\mu=100$  分别进行了量化分析,如图 2 和图 3 所,均匀量化和非均匀量化的误码性能接近,其中量化比特数越低,误码率越高,即译码性能越差.在 SNR=1.8 dB 时,4 比特、6 比特、10 比特非均匀  $\mu=100$  律量化的误码率分别为  $8.9149 \times 10^{-4}$ 、 $1.8791 \times 10^{-4}$ 、 $9.6141 \times 10^{-5}$ ,10 比特比 4 比特非均匀量化误码率降低了  $7.95349 \times 10^{-4}$ .比较图 3 和图 2 发现, $\mu=100$  的非均匀  $\mu$  律量化比  $\mu=255$  的译码性能更优,因此本文对接收信号和后验信息量化均采用  $\mu=100$  的非均匀  $\mu$  律量化.

2.2 接收信号和后验信息的量化

首先对接收信号  $y_n$  分别进行 4 比特、6 比特、10 比特的  $\mu=100$  非均匀  $\mu$  律量化,然后再对后验信息  $L_n^k$  进行 8 比特、9 比特、10 比特的  $\mu=100$  非均匀  $\mu$  律量化.例如,仿真图 4 中的(10,8)量化表示首先对接收信号  $y_n$  进行 10 比特的  $\mu=100$  非均匀  $\mu$  律量化,然后再对后验信息  $L_n^k$  进行 8 比特的  $\mu=100$  非均匀  $\mu$  律量化的量化方案.比较图 4、图 5 和图 6 可知,对后验信息  $L_n^k$  进行 9 比特的  $\mu=100$  非均匀  $\mu$  律量化时提高了低比特数(如 4 比特量化)的译码性能,但对于高比特数(如 10 比特量化)的译码性能几乎没有改变.从表 1 中各种量化方案的译码后错误比特总数统计数据来看,(10,9)和(6,9)量化方案对 10 比特和 6 比特量化的结果相差不多,而(4,9)量化方案在高信噪比情况下比 4 比特量化译码后错误比特总数降

低了 51 个,明显提高了 4 比特量化的译码性能.将本文的(4,9)量化方案与文献[5]的整数量化方案相比较(图 7),不难发现本文提出的改进量化方案不仅改善了误码性能,而且不容易使译码信息溢出.

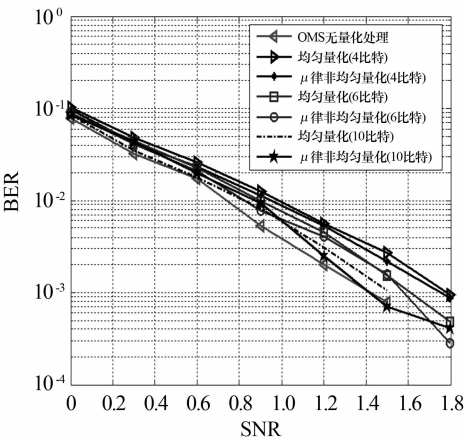


图 2  $\mu=255$  时接收信号量化的误码性能

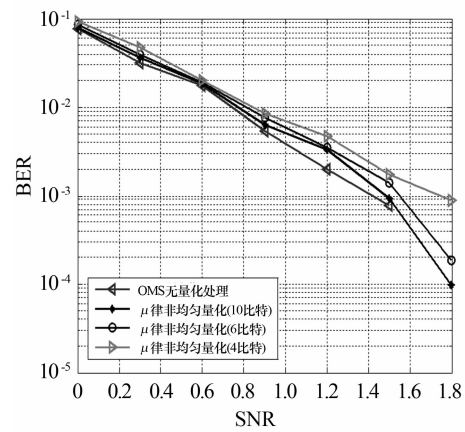


图 3  $\mu=100$  时接收信号量化的误码性能

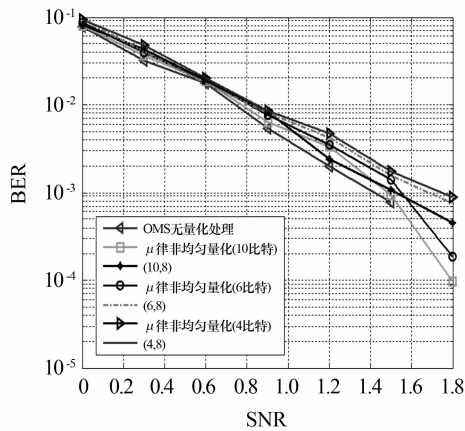


图 4 接收信号量化和后验信息 8 比特量化的误码性能

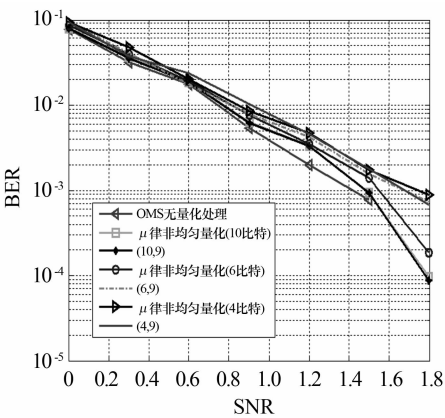


图 5 接收信号量化和后验信息 9 比特量化的误码性能

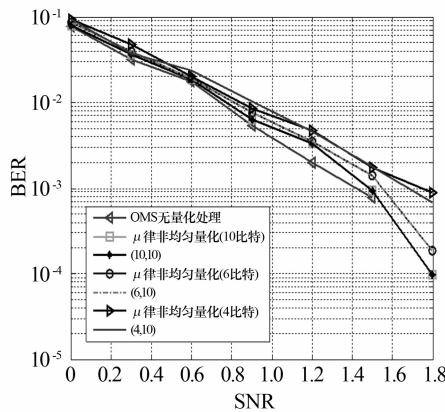


图 6 接收信号量化和后验信息 10 比特量化的误码性能

表 1 译码后错误比特总数统计

方案	不同信噪比下错误比特总数						
	0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
无量化	379	295	308	179	127	94	0
10 比特( $\mu=100$ )	391	334	326	209	210	113	22
6 比特( $\mu=100$ )	423	361	333	255	221	167	43
4 比特( $\mu=100$ )	450	348	421	341	290	217	204
(10,9)量化方案	389	331	327	208	210	114	20
(6,9)量化方案	424	360	337	253	223	170	41
(4,9)量化方案	455	348	420	339	292	214	153

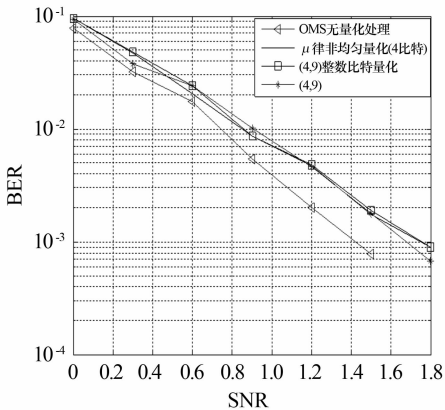


图 7 (4,9)整数比特量化和本文(4,9)量化方案的误码性能

3 结论

本文对 LDPC 码的 OMS 译码算法中接收信息和后验信息分别进行了量化仿真,并给出了量化方案对 OMS 算法译码性能的影响.本文中提出的先对接收信息量化,然后再对后验信息量化的量化方案能够改善低比特数(4 比特)量化的译码性能,降低译码算法的误码率.虽然本文方案的总体性能比连续译码性能稍差一些,但由于 OMS 译码算法的量化方案的计算复杂度较低,因此更易于硬件实现 OMS 译码的应用.

参考文献:

[1] Gallager R G. Low density parity check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1962,8 (3):208-220.

[2] Mackay D J C, Neal R M. Near shannon limit performance of low density parity check codes[J]. Electronics Letters, 1996,32:1645-1646.

[3] Roberts M K, Jayabalan R. A modified optimally quantized offset min-sum decoding algorithm for low-complexity LDPC decoder[J]. Wireless Personal Communications, 2015,80(2):561-570.

[4] 孙韶辉,孙蓉,王新梅.低密度校验码 BP 译码算法中量化问题的研究[J].电子学报,2003,31(2):1-4.

[5] 劳玲玲,李立欣,朱梦.基于改进的整数量化 LDPC 码分层译码算法[J].西北工业大学学报,2014,32 (6):974-978.

[6] Schlegel C, Zhang S. On the dynamics of the error floor behavior in (regular) LDPC codes[C]//IEEE Transactions on Information Theory. IEEE, 2010, 56(7):3248-3264.

[7] 陈为刚,殷柳国,陆建华.非规则 LDPC 码译码改进算法及其 DSP 实现[J].清华大学学报(自然科学版),2007,47(4):555-558.

[8] Wu Xiaofu, Song Yue, Jiang Ming, et al. Adaptive-normalized / offset min-sum algorithm [J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14 (7): 667-669.

[9] Chen W, Dong T. Low complexity product codes with LDPC codes achieving ultra low BER [C]// Proc IEEE 14th International Conference on Communication Technology. Chengdu: IEEE Press, 2012:1423-1427.