

文章编号: 1004-4353(2015)04-0300-07

# 在无消相干子空间中确定性地实现 多目标量子比特相位翻转门

张凤芹, 朱爱东\*

( 延边大学理学院 物理系, 吉林 延吉 133002 )

**摘要:** 基于腔的输入输出过程, 在无消相干子空间中利用腔中束缚的 2 个原子编码成逻辑量子比特来确定性的实现多目标逻辑量子比特受控相位门. 该方案不仅对抵御整体退相位错误是鲁棒的, 而且容易实现. 通过对相位门保真度的分析得知, 该方案对腔衰减更加鲁棒, 在中度耦合条件下, 它的保真度可以达到 1. 最后, 本文讨论了在当前实验条件下该方案的可行性.

**关键词:** 无消相干子空间; 原子与光子的相互作用; 多量子比特相位门

**中图分类号:** O431

**文献标识码:** A

## Deterministic implementation of a controlled phase gate with multi-target qubits in decoherence-free subspace

ZHANG Fengqin, ZHU Aidong\*

( Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China )

**Abstract:** A scheme is proposed for deterministically implementing a controlled-phase flip gate with multi-target logic qubits via the input-output process of the cavity, in which two atoms are trapped and encoded as one logic qubit in the decoherence-free subspace. The scheme is not only robust against the collective dephasing errors, but also easy to implement. The analysis of fidelity for this gate shows the robustness to cavity decay. Under a medium coupling strength it reaches a high fidelity near unity. The discussion on experiment shows its feasibility with current technology.

**Keywords:** decoherence-free subspace; interactions of atoms with photons; multi-qubit phase gate

由于量子计算能够处理与经典相对应的各种棘手的问题, 因此受到很多学者的关注<sup>[1]</sup>. 目前已有许多用来实现量子计算的物理系统, 例如腔量子电动力学系统<sup>[2-3]</sup>、线性光学系统<sup>[4]</sup>、离子阱系统<sup>[5]</sup>等. 众所周知, 通用量子计算是由单量子比特操作和量子比特受控相位翻转门<sup>[6]</sup>相结合而实现的. 通过利用各种系统<sup>[7-9]</sup>, 这些基本的操作在理论和实验上已经实现. 但是, 随着所涉及的单量子比特或两量子比特操作数量的增加, 量子回路也变得更加复杂, 因此为了降低量子回路和量子计算在实验上的复杂性, 对于可扩展的量子计算而言, 直接实现多量子比特门是一项重要的工作. 2005 年, 杨等<sup>[10]</sup>利用超导量子干涉仪实现了一个  $n$  量子比特受控相位门. 2014 年, Yang 等<sup>[11]</sup>利用三能级量子系统实现了一个多目标的受控相位门. 除此之外, 在非局域网络中多原子的量子门的方案也被实现<sup>[12-14]</sup>. 但上述方案主要是为实现可扩展的量子计算提供良好的方法. 在大尺度的量子计算中, 其主要的障碍是由环境所引发的退相干.

为了保护量子系统不受退相干的影响,Lidar等<sup>[15]</sup>在希尔伯特空间中提出了无消相干子空间的概念.2000年,Beige等<sup>[16]</sup>利用无消相干子空间的编码方式实现了量子门.2001年,Kempe等<sup>[17]</sup>基于无消相干子系统提出了容错通用量子计算.同年,Lidar等<sup>[18]</sup>解决了与无消相干子空间有关的通用量子计算和容错量子计算的问题,Feng等<sup>[19]</sup>利用束缚离子对所编码的量子比特提出了一个方案,并将它应用到Grover算法中.2003年,Mohseni等<sup>[20]</sup>利用光子演示了免受整体退相位错误的无消相干态.基于腔的输入输出过程在无消相干子空间中的量子门操作已经被提出<sup>[21-23]</sup>.2007年,Wei等<sup>[24]</sup>在无消相干子空间中实现了量子态的转移和量子逻辑门的隐形传送.2013年,Liu等<sup>[25]</sup>基于输入输出过程实现了混合受控相位翻转门.受到上述文献的启发,本文提出利用2个原子的不同编码作为逻辑量子比特实现一个多量子比特条件相位翻转门的方案.在无消相干子空间中,2个原子的编码分别为 $|\tilde{0}\rangle$ 和 $|\tilde{1}\rangle$ ,这样编码的目的主要是为抑制环境噪声所引起的整体退相位<sup>[19,26-27]</sup>.例如:束缚在同一个腔中的2个相同的原子,编码成满足对称性的逻辑量子比特,分别为 $|\tilde{0}\rangle = |0\rangle_1 |1\rangle_2$ 和 $|\tilde{1}\rangle = |1\rangle_1 |0\rangle_2$ ,经过噪声环境影响之后 $|0\rangle_1 |1\rangle_2 \rightarrow e^{-i\int_0^t [\epsilon_0(\tau) + \epsilon_1(\tau)] d\tau} |0\rangle_1 |1\rangle_2$ , $|1\rangle_1 |0\rangle_2 \rightarrow e^{-i\int_0^t [\epsilon_0(\tau) + \epsilon_1(\tau)] d\tau} |1\rangle_1 |0\rangle_2$ ,其中 $\epsilon_i(t)$  ( $i=0,1$ )是作用在物理量子比特 $|i\rangle$ 上的相位噪声项;因此,逻辑量子比特态 $|\varphi\rangle = \alpha|\tilde{0}\rangle + \beta|\tilde{1}\rangle$  ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ )在实际的环境中将演化为 $|\phi'\rangle = e^{-i\int_0^t [\epsilon_0(\tau) + \epsilon_1(\tau)] d\tau} (\alpha|\tilde{0}\rangle + \beta|\tilde{1}\rangle)$ ,避免了由环境磁场噪声所引起的整体退相位,并且编码的方式对整体退相位错误是鲁棒的<sup>[24]</sup>.在无消相干子空间中,这些多量子比特操作主要被应用在大尺度的量子计算和量子算法中,由此可以大幅度地减少量子信息处理工作中的复杂性.

## 1 单边腔的输入输出过程

考虑2个相同的二能级原子与单模腔相互作用的系统,耦合系统的哈密顿可以写成<sup>[28]</sup> ( $\hbar=1$ ):

$$\hat{H} = \sum_{m=1}^2 \left[ \frac{\omega_0^m \sigma_z^m}{2} + i g_m (a \sigma_+^m - a^\dagger \sigma_-^m) \right] + \omega_c a^\dagger a, \quad (1)$$

其中: $\omega_c$ 和 $\omega_0$ 分别是腔模的频率和原子能级的跃迁频率; $g_m$ 是腔模和第 $m$ 个原子的耦合强度; $\sigma_z^m, \sigma_+^m$  ( $\sigma_-^m$ )分别是第 $m$ 个原子的反转算符和上升(下降)算符; $a$  ( $a^\dagger$ )表示腔场产生(湮灭)算符.在相互作用绘景中,将算符 $\sigma^m$ 和 $a$ 的海森伯运动方程以及单边腔的输入输出过程相结合(图1),可以获得如下反射系数<sup>[28-31]</sup>:

$$r(\omega) = 1 - \frac{\kappa}{[i(\omega_c - \omega) + \kappa/2] + \sum_{m=1}^2 \frac{g_m^2}{[i(\omega_0^m - \omega)] + \gamma_m/2}}, \quad (2)$$

其中 $\omega$ 是单光子脉冲的频率, $\kappa/2$ 和 $\gamma_m/2$ 分别为腔衰减率和第 $m$ 个原子衰减率.假设在方程(2)中 $\kappa$ 是足够大的,那么它可以确保原子与光子相互作用后原子布局仍保留在基态上.原子的衰减率,以及原子与腔模相互作用的耦合强度分别满足关系: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $g_1 = g_2 = g$ .在共振条件下 $\omega_c = \omega_0 = \omega$ ,反射系数 $r(\omega)$ 可以写成:

$$r_2(\omega) = \frac{4g^2/\gamma - \kappa/2}{4g^2/\gamma + \kappa/2}, \quad (3)$$

其中下角标“2”代表2个原子与腔模相互作用.在强耦合( $g \gg \kappa, \gamma$ )区域中,发射系数 $r_2 \approx 1$ ,此时反射出来的光子将会携带一个 $\phi_2 = 0$ 的相位;在去耦合( $g = 0$ )条件下,反射系数 $r_0 \approx -1$ ,此时反射出来的

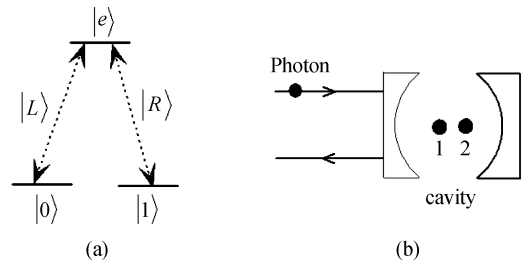


图1 腔中原子的能级结构(a)和单边光学腔的输入输出过程(b)

光子将会携带一个  $\phi_0 = \pi$  的相位;当单光子与腔中的一个原子相耦合时,反射系数  $r_1 \approx 1$ ,此时反射出来的光子将携带  $\phi_1 = 0$  的相位<sup>[28-29,32-33]</sup>.

接下来考虑束缚在腔中的 2 个相同的三能级原子.原子的能级结构在图 1 中给出,图中  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  是原子的 2 个简并的基态,  $|e\rangle$  是原子的激发态.  $|0\rangle$  和  $|e\rangle$  之间的跃迁与左圆极化光  $|L\rangle$  共振耦合,  $|1\rangle$  和  $|e\rangle$  之间的跃迁与右圆极化光  $|R\rangle$  相耦合.假设腔中的 2 个原子最初的状态是  $|0\rangle_1 |0\rangle_2$ , 此时若进入腔中的极化单光子脉冲  $|L\rangle$  与原子相互作用,则在输出的光子上就会产生一个  $\phi_2$  的相位,即  $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_2(\omega) |L\rangle \approx e^{i\phi_2} |L\rangle$ ;若进入腔中的光子是极化单光子脉冲  $|R\rangle$ ,它与原子作用之后将携带一个  $\phi_0$  的相位被腔反射出来,即  $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_0(\omega) |R\rangle \approx e^{i\phi_0} |R\rangle$ .如果 2 个原子的初态是  $|1\rangle_1 |0\rangle_2$  ( $|0\rangle_1 |1\rangle_2$ ),输入的极化单光子脉冲  $|L\rangle$  ( $|R\rangle$ ) 被腔反射之后将会携带一个  $\phi_1$  的相位,即  $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_1(\omega) |L\rangle \approx e^{i\phi_1} |L\rangle$  ( $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_1(\omega) |R\rangle \approx e^{i\phi_1} |R\rangle$ ).如果 2 个原子的初态是  $|1\rangle_1 |1\rangle_2$ ,输入的  $|L\rangle$  极化单光子脉冲被反射时将会产生一个  $\phi_0$  的相位,即  $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_0(\omega) |L\rangle \approx e^{i\phi_0} |L\rangle$ ;相反,若输入的  $|R\rangle$  极化单光子脉冲被反射时将会产生一个  $\phi_2$  的相位,即  $|\varphi\rangle_{\text{out}} = r_2(\omega) |R\rangle \approx e^{i\phi_2} |R\rangle$ .因此,在逻辑量子比特上光子的输出相位可以表示成下面的形式:

$$\begin{aligned} |0\rangle_1 |0\rangle_2: & |L\rangle \rightarrow e^{i\phi_2} |L\rangle, |R\rangle \rightarrow e^{i\phi_0} |R\rangle, \\ |0\rangle_1 |1\rangle_2: & |L\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |L\rangle, |R\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |R\rangle, \\ |1\rangle_1 |0\rangle_2: & |L\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |L\rangle, |R\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |R\rangle, \\ |1\rangle_1 |1\rangle_2: & |L\rangle \rightarrow e^{i\phi_0} |L\rangle, |R\rangle \rightarrow e^{i\phi_2} |R\rangle. \end{aligned} \tag{4}$$

将方程(4)定义成  $U_R$ ,它表示的是极化光子和原子跃迁之间的选择性定则,其目的是实现一些无消相干子空间中的量子逻辑操作.

2 无消相干子空间中多目标的受控相位翻转门的实现

为了实现一个  $N$  逻辑量子比特的受控相位翻转门,首先提出基本的模块——纠缠门.实现纠缠门的示意图如图 2 所示,由图 2 可知单光子与双原子逻辑量子比特之间发生纠缠.图 2 中 PBS 的作用是透射水平极化光  $|H\rangle$  和反射垂直极化光  $|V\rangle$ ;QWP 的作用是将水平极化光  $|H\rangle$  变为左圆极化光  $|L\rangle$ ,将垂直极化光  $|V\rangle$  变成右圆极化光  $|R\rangle$ ;HWP<sub>22.5°</sub> 的作用是将  $|H\rangle$  变成  $(|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ ,将  $|V\rangle$  变成  $(|H\rangle - |V\rangle)/\sqrt{2}$ .若光子脉冲的初态是  $(|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ ,原子初态是  $(|\tilde{0}\rangle \pm |\tilde{1}\rangle)/\sqrt{2}$ ,当光子脉冲依次经过 PBS 和 QWP 之后再进入腔中,与 2 个原子相互作用.与此同时,还需要对原子 1 或是原子 2 执行  $\sigma_x^n U_R \sigma_x^n$  操作,其中  $\sigma_x^n$  表示在第  $n$  ( $n=1,2$ ) 个原子上执行比特反转操作.当反转操作  $\sigma_x$  分别作用到原子 1 和原子 2 上时,将会产生不同的纠缠门,分别用  $P_t$  和  $P_c$  表示.当光子从腔反射出来之后,依次通过 QWP、PBS 和 HWP<sub>22.5°</sub> 后就会得到预期的纠缠门.整个演化的过程可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} & \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\tilde{0}\rangle \pm |\tilde{1}\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{PBS, QWP}} \begin{cases} P_c: \frac{\sigma_x^2 U_R \sigma_x^2}{\sqrt{2}} \frac{|L\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} |\tilde{0}\rangle \pm \frac{|L\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} |\tilde{1}\rangle \\ P_t: \frac{\sigma_x^1 U_R \sigma_x^1}{\sqrt{2}} \frac{|L\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} |\tilde{0}\rangle \pm \frac{|L\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} |\tilde{1}\rangle \end{cases} \\ & \xrightarrow{\text{QWP, PBS, HWP}_{22.5^\circ}} \begin{cases} P_c: \frac{1}{\sqrt{2}} (-|V\rangle |\tilde{0}\rangle \pm |H\rangle |\tilde{1}\rangle) \\ P_t: \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle |\tilde{0}\rangle \mp |V\rangle |\tilde{1}\rangle) \end{cases}. \end{aligned} \tag{5}$$

经过这个模块以后,腔中的 2 个原子就和单光子脉冲纠缠在一起.

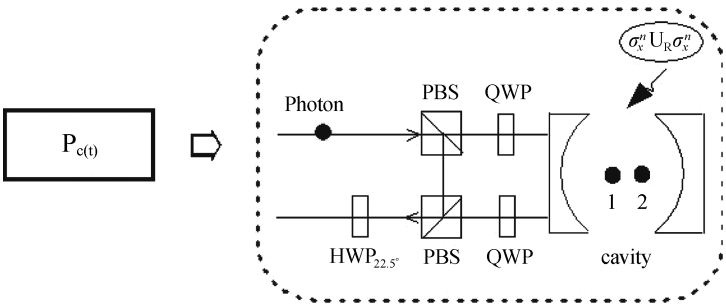


图 2 纠缠门的示意图 (PBS 代表极化分束器,QWP 代表四分之一波片,HWP<sub>22.5°</sub> 表示半波片)

完成上述工作后,利用  $P_t$  和  $P_c$  的组合就可以实现多目标量子比特受控相位翻转门. 下面以图 3 中的装置所实现的三逻辑量子比特相位翻转门的情况为例:图 3 中  $P_{45^\circ}$  表示一个  $45^\circ$  起偏器,作用是将  $|H\rangle$  和  $|V\rangle$  均变成  $(|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ <sup>[23-24]</sup>;  $a, b$  和  $c$  分别表示不同的路径;  $\pi$  是在路径  $a$  上的相移器;  $M$  表示镜子. 当光子脉冲的初态是  $(|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$  时,系统中原子的初态是任意的逻辑态,如:

$$|\varphi\rangle = \sum_{i=0}^7 a_i |\tilde{i}\rangle_{123}, \tag{6}$$

式(6)中:系数满足归一化条件,即  $\sum_{i=0}^7 a_i^2 = 1$ ;  $\tilde{i}$  是  $i$  的二进制表示. 因此整个系统的初态可以写成:

$$\frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \sum_{i=0}^7 a_i |\tilde{i}\rangle_{123}, \tag{7}$$

当光子脉冲通过模块  $P_c$  后,系统的态将演化成

$$-|V\rangle \otimes \sum_{i=0}^3 a_i |\tilde{i}\rangle_{123} + |H\rangle \otimes \sum_{i=4}^7 a_i |\tilde{i}\rangle_{123}. \tag{8}$$

当光子从腔中反射出来之后经过  $PBS_1$ ,垂直极化光  $|V\rangle$  进入  $a$  路径并通过相移器  $\pi$ ,而水平极化光  $|H\rangle$  则依次通过模块  $P_t^1, P_{45^\circ}$  和  $P_t^2$ . 令

$$|a\rangle = \sum_{i=0}^3 a_i |\tilde{i}\rangle_{123}, |b\rangle = a_7 |\tilde{7}\rangle_{123} - a_5 |\tilde{5}\rangle_{123}, |c\rangle = a_4 |\tilde{4}\rangle_{123} - a_6 |\tilde{6}\rangle_{123}, \tag{9}$$

则方程(8) 可以写成

$$|V\rangle(|a\rangle + |b\rangle + |c\rangle). \tag{10}$$

最后,光子到达探测器. 当探测器  $D_v$  响应时,原子态将塌缩到

$$\sum_{i=0}^3 a_i |\tilde{i}\rangle_{123} + a_4 |\tilde{4}\rangle_{123} - a_5 |\tilde{5}\rangle_{123} - a_6 |\tilde{6}\rangle_{123} + a_7 |\tilde{7}\rangle_{123}, \tag{11}$$

即

$$\begin{aligned} & a_0 |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 + a_1 |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{1}\rangle_3 + a_2 |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{1}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 + a_3 |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{1}\rangle_2 |\tilde{1}\rangle_3 + \\ & a_4 |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 - a_5 |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{1}\rangle_3 - a_6 |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{1}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 + a_7 |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{1}\rangle_2 |\tilde{1}\rangle_3. \end{aligned} \tag{12}$$

由上述过程,可以以确定性的概率实现一个两目标逻辑量子比特的受控相位翻转门,它的控制比特是模块  $P_c$  中的 2 个原子,目标比特是  $P_t^1$  和  $P_t^2$  中的原子. 当控制比特是  $|\tilde{1}\rangle$  时,将会在每个目标量子比特  $|\tilde{1}\rangle$  上执行相位翻转操作.

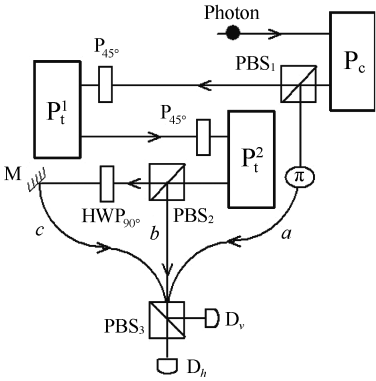


图 3 实现三量子比特受控相位门的装置图

此外,利用图 4 的装置可以将上述的方案拓展到实现多目标逻辑量子比特的受控相位翻转门的情况. 多目标逻辑量子比特受控相位翻转门可以写成<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{k}\rangle_2 |\tilde{k}\rangle_3 \cdots |\tilde{k}\rangle_n &\rightarrow |\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{k}\rangle_2 |\tilde{k}\rangle_3 \cdots |\tilde{k}\rangle_n, \\ |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{k}\rangle_2 |\tilde{k}\rangle_3 \cdots |\tilde{k}\rangle_n &\rightarrow (-1)^{\oplus_{i=2}^n \langle 1 | k \rangle_i} |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{k}\rangle_2 |\tilde{k}\rangle_3 \cdots |\tilde{k}\rangle_n, \end{aligned} \tag{13}$$

式中符号“ $\oplus$ ”表示模 2 加法运算,  $|\tilde{k}\rangle_i \in \{|\tilde{0}\rangle, |\tilde{1}\rangle\}$ . 单光子依次通过模块  $P_c$  和  $P_i$  之后,最终由探测器  $D_o$  探测,由此方程 (13) 中的相位翻转门就成功实现.

多目标逻辑量子比特受控相位翻转门为完成量子信息处理提供了一种有效的方法,例如纠缠制备和量子算法. 此外,在量子信息回路中模块  $P_c$  和每个  $P_i$  充当了一个节点,因此在分布式的量子网络中起着重要的作用. 例如在无消相干子空间中,将 Hadamard 门与多目标逻辑量子比特受控相位翻转门相结合,就可实现一个非局域的多目标逻辑量子比特受控非门,即  $U_{\text{CNOT}} = \tilde{H}^{\otimes(N-1)} U_{\text{CPF}} \tilde{H}^{\otimes(N-1)}$ , 其中  $U_{\text{CPF}}$  定义为方程 (13) 中的相位门,  $\tilde{H}$  定义为一个局域的 Hadamard 门,它在文献

[24] 中已经被实现. 如果第 1 个逻辑量子比特是  $(|\tilde{0}\rangle_1 + |\tilde{1}\rangle_1)/\sqrt{2}$ , 其他的  $N-1$  逻辑量子比特处于  $|\tilde{0}\rangle$ , 那么利用  $U_{\text{CNOT}}$  作用于  $N$  个节点之间就会得到一个 GHZ 态,即

$$\frac{|\tilde{0}\rangle_1 + |\tilde{1}\rangle_1}{\sqrt{2}} |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 \cdots |\tilde{0}\rangle_N \xrightarrow{U_{\text{CNOT}}} (|\tilde{0}\rangle_1 |\tilde{0}\rangle_2 |\tilde{0}\rangle_3 \cdots |\tilde{0}\rangle_N + |\tilde{1}\rangle_1 |\tilde{1}\rangle_2 |\tilde{1}\rangle_3 \cdots |\tilde{1}\rangle_N) / \sqrt{2}. \tag{14}$$

利用编码在无消相干子空间的原子所实现的上述纠缠态和量子逻辑门都不受整体退相位的影响,并且也不需要复杂的操作.

### 3 讨论与总结

以下将通过数值分析讨论该方案在实际环境下的保真度. 该方案最重要的就是输出光子的反射系数. 在理想条件下,强耦合 ( $g \gg \kappa$ ) 系统和退耦合系统的反射系数都可以写成  $|r_0(\omega)| = |r(\omega)| = 1$ , 因此本文方案的保真度接近于 1. 由于受实验条件的限制,受控相位翻转门的性质将会降低. 利用保真度的公式,可获得  $N$  粒子受控相位翻转门的保真度的表达式:

$$F_N = |\langle \phi_{\text{ideal}} | \phi_{\text{real}} \rangle|^2 = \left| \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C_{N-1}^j (r^{N-j} + r^{N-j-1} - (-1)^j (r-1))}{2^{N+1}} + \frac{1}{2} \right|^2, \tag{15}$$

式中  $|\phi_{\text{ideal}}\rangle$  和  $|\phi_{\text{real}}\rangle$  分别表示理想条件和实际条件下的输出态,  $C_{N-1}^j = \frac{(N-1)!}{j! (N-j-1)!}$ . 在满足  $\kappa T \gg 1$  的前提<sup>[21]</sup> 下,可以得到束缚在 Fabry-Perot 腔中的中性原子的实验参数:  $g/2\pi \sim 30$  MHz,  $\kappa/2\pi \sim 4$  MHz<sup>[34-36]</sup>. 在文献[13] 中给出了单光子脉冲的弛豫时间  $T \simeq 3 \mu\text{s}$ . 当满足  $\omega_0 = \omega_c = \omega$  和  $\gamma = 0.01\kappa$  时,本文根据方程 (15) 画出了在无消相干子空间中  $N$  粒子的受控相位翻转门的保真度图像,如图 5 所示. 从图 5 中可以看出,保真度随着  $g/\kappa$  的增加而增大,随着逻辑量子比特数目  $N$  的增加而减小. 在中度耦合机制中,本文方案有较高的保真度,如: 粒子数  $N = 5, 20, 100$ , 在  $g = 2\kappa$  时,保真度分别为 0.998、0.994、0.969; 在  $g = 0.8\kappa$  时,保真度分别为 0.990、0.962、0.831. 因此,可以将上述所涉及的试验

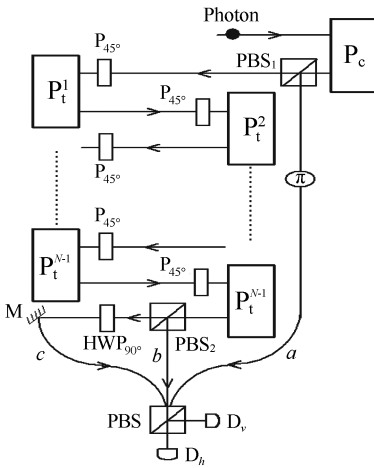


图 4 实现多目标逻辑量子比特受控相位翻转门的装置

参数直接应用到当前的固态微腔系统中. 此外,虽然探测器的效率和由腔镜吸收、散射所引起的光子的损失率以及光纤吸收,对受控相位翻转门的成功概率有微小的修正,但是它们对保真度的影响可以忽略不计<sup>[13]</sup>.

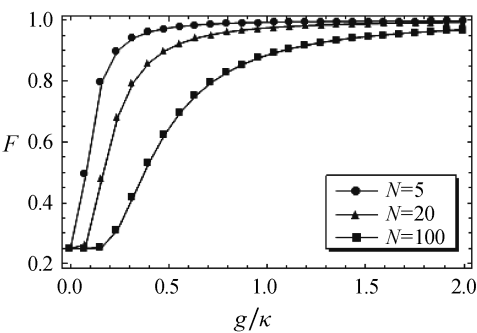


图 5 多目标逻辑量子比特受控相位翻转门的保真度  $F$  与  $g/\kappa$  的关系图

束缚在不同腔中的原子会受到不同的噪声影响. 假设:第 1 个腔中的物理量子比特受到环境噪声影响后,其产生的噪声相位分别为  $|0\rangle \rightarrow e^{-i\int_0^t \epsilon_0(\tau) d\tau} |0\rangle$ ,  $|1\rangle \rightarrow e^{-i\int_0^t \epsilon_1(\tau) d\tau} |1\rangle$ ;第 2 个腔中的物理量子比特受环境噪声影响后,其产生的噪声相位分别为  $|0\rangle \rightarrow e^{-i\int_0^t \epsilon'_0(\tau) d\tau} |0\rangle$ ,  $|1\rangle \rightarrow e^{-i\int_0^t \epsilon'_1(\tau) d\tau} |1\rangle$ . 且假设两逻辑量子比特最初处于任意的纠缠态,形式为

$$\alpha|\tilde{0}\rangle_1|\tilde{0}\rangle_2+\beta|\tilde{0}\rangle_1|\tilde{1}\rangle_2+\gamma|\tilde{1}\rangle_1|\tilde{0}\rangle_2+\kappa|\tilde{1}\rangle_1|\tilde{1}\rangle_2, \tag{16}$$

其中  $|\alpha|^2+|\beta|^2+|\gamma|^2+|\kappa|^2=1$ . 则在环境噪声的影响下,方程(16) 可演化为

$$e^{-i\int_0^t[\epsilon_0(\tau)+\epsilon_1(\tau)+\epsilon'_0(\tau)+\epsilon'_1(\tau)]d\tau}(\alpha|\tilde{0}\rangle_1|\tilde{0}\rangle_2+\beta|\tilde{0}\rangle_1|\tilde{1}\rangle_2+\gamma|\tilde{1}\rangle_1|\tilde{0}\rangle_2+\kappa|\tilde{1}\rangle_1|\tilde{1}\rangle_2). \tag{17}$$

从式(17)可以看出,在不同腔中的不同噪声,不会使量子态发生变化.

本文通过在无消相量子空间中的输入输出过程,提出了确定性的实现光子和原子的纠缠门,以及多目标逻辑量子比特的受控相位翻转门的方案. 该方案对环境噪声所引起的整体退相位有很好的鲁棒性,并且在中度耦合强度下有较高的保真度,所以该方案有望被应用于分布式量子计算网络中.

参考文献:

[1] Grover L K. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack[J]. Phys Rev Lett, 1997,79:325.

[2] Turchette Q A, Hood C J, Lange W, et al. Measurement of conditional phase shifts for quantum logic[J]. Phys Rev Lett, 1995,75:4710.

[3] Zou X B, Xiao Y F, Li S B, et al. Quantum phase gate through a dispersive atom-field interaction[J]. Phys Rev A, 2007,75:064301.

[4] Zou X B, Zhang S L, Li K, et al. Linear optical implementation of the two-qubit controlled phase gate with conventional photon detectors[J]. Phys Rev A, 2007,75:034302.

[5] Cirac J I, Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions[J]. Phys Rev Lett, 1995,74:4091.

[6] Barenco A, Bennett C H, Cleve R, et al. Elementary gates for quantum computation[J]. Phys Rev A, 1995,52:3457.

[7] Chow J M, Gambetta J M, Cross A W, et al. Microwave-activated conditional-phase gate for superconducting qubits[J]. New J Phys, 2013,15:115012.

[8] Doherty A C, Wardrop M P. Two-qubit gates for resonant exchange qubits[J]. Phys Rev Lett, 2013,111:050503.

[9] Milburn G J. Quantum optical fredkin gate[J]. Phys Rev Lett, 1989,62:2124.

[10] Yang C P, Han S. N-qubit-controlled phase gate with superconducting quantum-interference devices coupled to a resonator[J]. Phys Rev A, 2005,72:032311.

[11] Yang C P, Su Q P, Zhang F Y, et al. Single-step implementation of a multiple-target-qubit controlled phase gate



- without need of classical pulses[J]. *Opt Lett*, 2014,39:003312.
- [12] Chen C Y, Feng M, Gao K L. Toffoli gate originating from a single resonant interaction with cavity QED[J]. *Phys Rev A*, 2006,73:064304.
- [13] Deng Z J, Zhang X L, Wei H, et al. Implementation of a nonlocal  $n$ -qubit conditional phase gate by single-photon interference[J]. *Phys Rev A*, 2007,76:044305.
- [14] Deng Z J, Feng M, Gao K L. Preparation of entangled states of four remote atomic qubits in decoherence-free subspace[J]. *Phys Rev A*, 2007,75:024302.
- [15] Lidar D A, Chuang I L, Whaley K B. Decoherence-free subspaces for quantum computation[J]. *Phys Rev Lett*, 1998,81:2594.
- [16] Beige A, Braun D, Tregenna B, et al. Quantum computing using dissipation to remain in a decoherence-free subspace[J]. *Phys Rev Lett*, 2000,85:1762.
- [17] Kempe J, Bacon D, Lidar D A, et al. Theory of decoherence-free fault-tolerant universal quantum computation [J]. *Phys Rev A*, 2001,63:042307.
- [18] Lidar D A, Bacon D, Kempe J, et al. Decoherence-free subspaces for multiple-qubit errors. II. Universal, fault-tolerant quantum computation[J]. *Phys Rev A*, 2001,63:022307.
- [19] Feng M. Grover search with pairs of trapped ions[J]. *Phys Rev A*, 2001,63:052308.
- [20] Mohseni M, Lundeen J S, Resch K J, et al. Experimental application of decoherence-free subspaces in an optical quantum-computing algorithm[J]. *Phys Rev Lett*, 2003,91:187903.
- [21] Duan L M, Kimble H J. Scalable photonic quantum computation through cavity-assisted interactions[J]. *Phys Rev Lett*, 2004,92:127902.
- [22] Wei H, Yang W L, Deng Z J, et al. Many-qubit network employing cavity QED in adecoherence-free subspace [J]. *Phys Rev A*, 2008,78:014304.
- [23] Hu Y M, Chen Q, Feng M. Grover search in decoherence-free subspace with low-Q cavities[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2011,44:175504.
- [24] Wei H, Deng Z J, Zhang X L, et al. Ransfer and teleportation of quantum states encoded in decoherence-free subspace[J]. *Phys Rev A*, 2007,76:054304.
- [25] Liu A P, Cheng L Y, Chen L, et al. Quantum information processing in decoherence-free subspace with nitrogen-vacancy centers coupled to a whispering-gallery mode microresonator[J]. *Opt Commun*, 2013,313:180.
- [26] Duan L M, Guo G C. Preserving coherence in quantum computation by pairing quantum bits[J]. *Phys Rev Lett*, 1997,79:1953.
- [27] Kielpinski D, Monroe C, Wineland D J. Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer[J]. *Nature*, 2002,417:709.
- [28] Chen Q, Feng M. Quantum-information processing in decoherence-free subspace with low-Q cavities[J]. *Phys Rev A*, 2010,82:052329.
- [29] Wang C, Wang T J, Zhang Y, et al. Concentration of entangled nitrogen-vacancy centers in decoherence free subspace[J]. *Opt Express*, 2014,22:1551.
- [30] An J H, Feng M, Oh C H. Quantum-information processing with a single photon by an input-output process with respect to low-Q cavities[J]. *Phys Rev A*, 2009,79:032303.
- [31] Garnier A A, Simon C, Gérard J M, et al. Giant optical nonlinearity induced by a single two-level system interacting with a cavity in the Purcell regime[J]. *Phys Rev A*, 2007,75:053823.
- [32] Duan L M, Kimble H J. Scalable photonic quantum computation through cavity-assisted interactions[J]. *Phys Rev Lett*, 2004,92:127902.
- [33] Lin X M, Xue P, Chen M Y, et al. Scalable preparation of multiple-particle entangled states via the cavity input-output process[J]. *Phys Rev A*, 2006,74:052339.
- [34] McKeever J, Buck J R, Boozer A D, et al. State-insensitive cooling and trapping of single atoms in an optical cavity[J]. *Phys Rev Lett*, 2003,90:133602.
- [35] McKeever J, Boca A, Boozer A D, et al. Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling[J]. *Nature*, 2003,425:268.
- [36] Boca A, Miller R, Birnbaum K M, et al. Observation of the vacuum rabi spectrum for one trapped atom[J]. *Phys Rev Lett*, 2004,93:233603.