文章编号: 1004-4353(2014)04-0340-06

基于 pair copula-SV 模型的资产组合风险度量

刘昆仑
(齐鲁师范学院 数学学院, 山东 济南 250200)

摘要: 将 SV 模型与 pair copula 模型相结合,构造了一个 pair copula-SV 模型,并借助 Monte Carlo 方法度量了资产组合的风险价值. 选取 4 支股票构成资产组合进行实证分析,结果表明该模型的拟合效果较好,具有一定的实际应用价值,同时能够反映风险度量领域的发展趋势.

关键词: pair copula; SV 模型; 马尔可夫蒙特卡洛法; Monte Carlo 模拟; 风险价值

中图分类号: F830　　　　**文献标识码:** A

Analysis of portfolio VaR by pair copula-SV models

LIU Kunlun
(*Department of Mathematics*, *Qilu Normal University*, *Jinan* 250200, *China*)

Abstract: By means of a combination of the SV model and pair copula model, we constructed the pair copula-SV model, and further measured the VaR value of the asset portfolio by using the Monte Carlo simulation method. Through empirical analysis of the asset portfolio composed by 4 stocks, the results showed that the model fitting effect is good, and it not only has certain practical value, but also reflects the development trend in the field of risk measurement.

Key words: pair copula; SV model; MCMC; Monte Carlo simulation; VaR

波动是金融市场最重要的特征之一,常用的波动模型有广义自回归条件异方差模型(generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, GARCH)和随机波动模型(stochastic volatility, SV),其中 SV 模型在长期波动性的预测能力和波动率序列的稳定性上都优于 GARCH 模型,能更好地捕捉到金融序列的尖峰厚尾性[1]. 由于一般金融资产间的相关关系并非是线性的,因此不能简单地用相关系数进行度量. 1959 年 Sklar[2] 提出了 copula 函数,此函数可以用来描述变量间的非线性相关关系,与传统的 n 维 copula 函数相比,它能更加灵活和准确地描述出资产间的尾部相关结构. 随着经济全球化与金融一体化的发展,金融风险日趋复杂多样,在金融风险管理中 copula-SV 模型被广泛使用[3-4]. 本文构造了一个 pair copula-SV 模型,并用此模型计算了资产组合的风险价值(Value at Risk, VaR). 在实证分析中,选取 4 支股票构成资产组合,计算其 VaR,并进行了 Kupiec 检验,其检验结果表明,此模型能很好地度量金融资产组合的风险价值.

1　pair copula 分解模型

根据 Sklar 定理,联合分布函数可以通过边缘分布函数 $F_i(x_i)$, $i=1,2,\cdots,n$ 和 copula 函数表示成 $F(x_1,x_2,\cdots,x_n)=C_{1,2,\cdots,n}(F_1(x_1),F_2(x_2),\cdots,F_n(x_n))$, 则联合概率密度函数为

收稿日期: 2014-07-23　　**作者简介:** 刘昆仑(1981—),女,讲师,研究方向为应用概率统计与 VaR 理论.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71301166);齐鲁师范学院青年基金资助项目(2014L1003,2014L1001)

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=c_{1,2,\cdots,n}(F_1(x_1),F_2(x_2),\cdots,F_n(x_n))\cdot f_1(x_1)\cdots f_n(x_n),\tag{1}$$

其中 $c_{1,2,\cdots,n}(\cdot)$ 为 n 维 copula 函数，$f_i(x_i)$ 为边缘概率密度函数.

随机向量 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n)$ 的联合概率密度函数可以分解为

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=f_n(x_n)f_{n-1|n}(x_{n-1}|x_n)f_{n-2|n-1,n}(x_{n-2}|x_{n-1},x_n)\cdots f_{1|2,\cdots,n}(x_1|x_2,\cdots,x_n).\tag{2}$$

当 $n=2$ 时，由(1) 式得 $f(x_1,x_2)=c_{12}(F_1(x_1),F_2(x_2))\cdot f_1(x_1)\cdot f_2(x_2)$. 又因为 $f(x_1,x_2)=f_2(x_2)f(x_1|x_2)$，故

$$f(x_1|x_2)=c_{12}(F_1(x_1),F_2(x_2))\cdot f_1(x_1).\tag{3}$$

当 $n=3$ 时，同理有

$$f(x_1|x_2,x_3)=c_{13|2}(F(x_1|x_2),F(x_3|x_2))\cdot f(x_1|x_2),\tag{4}$$

其中 $c_{13|2}(\cdot,\cdot)$ 是转换变量 $F(x_1|x_2)$ 和 $F(x_3|x_2)$ 的 pair copula 函数. 当 $n=3$ 时，条件概率密度 $f(x_1|x_2,x_3)$ 还可以分解为 $f(x_1|x_2,x_3)=c_{12|3}(F(x_1|x_3),F(x_2|x_3))\cdot f(x_1|x_3)$. 将(3)式代入(4)式，得 $f(x_1|x_2,x_3)=c_{13|2}(F(x_1|x_2),F(x_3|x_2))\cdot c_{12}(F_1(x_1),F_2(x_2))\cdot f_1(x_1)$. 以此类推，条件密度函数[5] 可以分解为 $f(x|\boldsymbol{v})=c_{x\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j}}(F(x|\boldsymbol{v}_{-j}),F(\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j}))\cdot f(x|\boldsymbol{v}_{-j})$，其中 $\boldsymbol{v}_j$ 是 n 维向量 $\boldsymbol{v}$ 的一个分量，$\boldsymbol{v}_{-j}$ 是向量 $\boldsymbol{v}$ 中除去 $\boldsymbol{v}_j$ 后的 $n-1$ 维分量. $c_{x\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j}}(\cdot,\cdot)$ 称为 pair copula 密度函数，它包含了两个条件分布函数 $F(x|\boldsymbol{v})$，其求解公式[6] 为

$$F(x|\boldsymbol{v})=\frac{\partial C_{x\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j}}(F(x|\boldsymbol{v}_{-j}),F(\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j}))}{\partial F(\boldsymbol{v}_j|\boldsymbol{v}_{-j})}.\tag{5}$$

由以上推导可知，(2) 式中的每一个条件密度函数都可以分解为一系列 pair copula 密度函数与边缘密度函数的乘积.

近年来，pair copula 方法经研究者们的不断完善[5-7]，已作为构建多变量联合分布的新方法而得到广泛应用，与多维 copula 函数相比，pair copula 方法能更好地描述高维变量间的相关结构. 一个 n 维分布函数可以有多种 pair copula 分解方法，Bedford 等[7] 介绍了一种利用正则藤(the regular vine) 图形来描绘联合密度函数分解形式的方法，常用的正则藤有 Canonical 藤和 D 藤，每个藤结构图由树、边和节点组成，两种不同藤的图形结构适用于资产间不同相关关系的序列集合. Canonical 藤联合密度函数的分解公式为

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\prod_{k=1}^{n}f(x_k)\prod_{j=1}^{n-1}\prod_{i=1}^{n-j}c_{j,j+i|1,\cdots,j-1}(F(x_j|x_1,\cdots,x_{j-1}),F(x_{j+i}|x_1,\cdots,x_{j-1})),\tag{6}$$

D 藤联合密度函数的分解公式为

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\prod_{k=1}^{n}f(x_k)\prod_{j=1}^{n-1}\prod_{i=1}^{n-j}c_{i,j+i|i+1,\cdots,i+j-1}(F(x_i|x_{i+1},\cdots,x_{i+j-1}),F(x_{i+j}|x_{i+1},\cdots,x_{i+j-1})).\tag{7}$$

pair copula 模型参数一般采用极大似然估计法进行估计，Canonical 藤的对数似然函数为

$$\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{n-j}\sum_{t=1}^{T}\ln(c_{j,j+i|1,\cdots,j-1}(F(x_{j,t}|x_{1,t},\cdots,x_{j-1,t}),F(x_{j+i,t}|x_{1,t},\cdots,x_{j-1,t}),\Theta)),\tag{8}$$

D 藤的对数似然函数为

$$\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{n-j}\sum_{t=1}^{T}\ln(c_{i,i+j|i+1,\cdots,i+j-1}(F(x_{i,t}|x_{i+1,t},\cdots,x_{i+j-1,t}),F(x_{i+j,t}|x_{i+1,t},\cdots,x_{i+j-1,t}),\Theta)),\tag{9}$$

其中 i 表示每棵树中节点的个数，j 表示树的个数，Θ 表示 pair copula 密度函数的参数集.

2　pair copula-SV 模型下资产组合 VaR 的计算

2.1　SV 模型、参数估计及检验

SV 模型是假设波动率服从某种潜在的不可观测的随机过程,此模型能极大程度地拟合金融波动.目前 SV 模型可分为:标准的 SV 模型(SV-N)、厚尾的 SV 模型(SV-T 或 SV-GED)、考虑预期收益的 SV 模型(SV-M)、长期记忆的 SV 模型(LM-SV)、考虑杠杆效应的 SV 模型(Leverage SV) 和 Box-Vox-SV 模型(一类非线性模型) 等. 因金融序列波动的异方差性和尖峰厚尾性,本文选用 SV-T 模型,其具体形式如下:

$$y_t = \varepsilon_t e^{\frac{h_t}{2}}, \tag{10}$$

$$h_t = \mu + \varphi(h_{t-1} - \mu) + \eta_t. \tag{11}$$

其中:y_t 为第 t 日的收益率;ε_t 为独立同分布的白噪声过程,ε_t 服从自由度为 ω、均值为 0 的 t 分布,当 $\omega < 4$ 时,t 分布的峰值不存在,当 $4 < \omega < \infty$ 时,峰值大于 3,当 $\omega \to \infty$ 时,ε_t 具有渐进正态分布;φ 为持续性参数,当 $|\varphi| < 1$ 时,SV 模型是协方差平稳的;h_t 为潜在波动,服从参数为 φ 的高斯 AR(1) 过程;η_t 为独立同分布的波动的扰动水平,服从均值为 0、方差为 τ^2 的正态分布[8].

由于 SV 模型中包含不可观测的潜在变量,涉及的无条件矩和似然函数要通过高维积分进行计算,因此很难用极大似然估计法进行参数估计. 目前常用的参数估计方法有:矩类估计法(GMM)、伪极大似然法(QML)、模拟极大似然法(SML)、马尔可夫蒙特卡洛法(MCMC) 和蒙特卡洛极大似然法(MCML) 等. 本文选用 MCMC 法,此方法的基本思想是通过建立一个平稳分布为 $\pi(\theta)$ 的马尔可夫链来得到 $\pi(\theta)$ 的样本,然后基于这些样本做出各种统计推断,并且 MCMC 模拟可以通过 WinBUGS 软件实现.

SV 模型的拟合优度检验使用 DIC 准则[9],此准则可以检验较为复杂的统计模型. 假设 $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ 是收益率序列,其分布包含一个 p 维的参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ ($\boldsymbol{\theta}$ 包含了 SV 模型所有的参数及潜在波动),$f(y|\boldsymbol{\theta})$ 为对数似然函数,$g(\boldsymbol{\theta}|y)$ 为后验分布,则 DIC 准则的形式为 $DIC = \overline{D} + P_D$,其中 $\overline{D} = E_{\boldsymbol{\theta}|y}[-2\ln f(y|\boldsymbol{\theta})]$,$P_D = E_{\boldsymbol{\theta}|y}[-\ln f(y|\bar{\boldsymbol{\theta}})]$,$\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的后验均值,$E_{\boldsymbol{\theta}|y}[\boldsymbol{X}]$ 是 $\boldsymbol{X}$ 在后验分布 $g(\boldsymbol{\theta}|y)$ 下的均值.

2.2 pair copula-SV 模型及参数估计

为了估计资产组合的风险价值,本文选用 SV 模型拟合金融资产的边缘分布,用 pair copula 函数来描绘组合中资产间的相关结构,这样就构造了 pair copula-SV 模型,然后再使用 Monte Carlo 模拟法估计组合的 VaR 值. 藤结构中每个 pair copula 函数都是一个二元 copula 函数,可以根据两两资产间不同的相关关系,选择不同的二元 copula 函数,常用的 copula 函数有正态 copula 函数、t-copula 函数、阿基米德 copula 函数族等. 在 n 维 copula 模型中,资产组合的相关关系可以用一个固定的 copula 函数描述,而 pair copula 模型中的任意两个资产之间可以自由选择适合的 copula 函数,所以 pair copula 模型比传统的 n 维 copula 模型具有很大的优越性.

SV 模型中的参数估计可通过基于 Gibbs 的 MCMC 方法实现,而 pair copula 模型的参数估计可以分为两步:首先,根据已估计出的边缘分布的结果,用极大似然估计的方法对藤结构图中每棵树上的二元 copula 函数进行参数估计,得到参数初值[10];其次,根据(8) 或(9) 式进行极大似然估计,得到 pair copula 模型中参数的终值.

2.3 VaR 的计算及检验

VaR 是指在一定时期内,一定的置信水平 $1-\alpha$ 下,金融市场交易损失值的临界点,其中 α 表示超过临界点的可能性. 因 VaR 具有概念简单、便于计算的优点,因此被应用于股票、债券、期货、期权等多种资产形式. VaR 计算的关键是准确描述资产组合的概率分布,即只要有了资产的分布情况,就可以估计出资产的风险价值.

假设组合的收益率为 $r_t = \omega_1 r_{1,t} + \omega_2 r_{2,t} + \cdots + \omega_n r_{n,t}$,其中 $r_{i,t}$ 为第 i 个资产在 t 时刻的收益率,ω_i 为第 i 个资产在组合中占得的权重,则在显著性水平 α 下的 VaR 应满足如下关系式:

$$P(r_t \leqslant VaR_t(\alpha) | \Omega_{t-1}) = \alpha. \tag{12}$$

本文通过 Monte Carlo 方法计算组合的 VaR，再对其准确性进行检验，检验法中最具代表性的方法是 Kupiec 的失败率检验法. 这里所构造的统计量为

$$LR = -2\ln[(P_0)^N(1-P_0)^{T-N}] + 2\ln[(N/T)^N(1-N/T)^{T-N}],$$

其中：$P_0=\alpha$，$1-P_0$ 为置信水平；T 为实际考察天数；N 为失败天数，即实际损失超过 VaR 的天数.

3　实证分析

3.1　数据的选取和描述性统计

选取“市北高新(600604)”、“迪康药业(600466)”、“华域汽车(600741)”、“亚盛集团(600108)”4 支股票构建投资组合，时间为 2008 年 7 月 1 日 —2013 年 12 月 31 日. 首先，将日期不相同的数据剔除，共得到 1 091 组数据；其次，求出 4 支股票收盘价的收益率 $r_{i,t}$，$r_{i,t}=100\times\ln(p_{i,t}/p_{i,t-1})$，其中 $p_{i,t}$ 是第 i 支股票在 t 时刻的收盘价，$i=1,2,3,4$.

首先对股票收益率数据进行统计分析，结果见表 1. 从表 1 中可以看出，4 支股票的峰度值均大于 3，偏度值不等于 0，即数据具有“尖峰厚尾” 性. J-B 统计量的值均大于临界值，且 P 值为 0，说明收益率数据在 5% 的显著性水平下拒绝正态分布的假设. 运用 SV 模型的前提是序列必须平稳，本文选用单位根检验法(ADF) 对收益率序列的平稳性进行了检验. 从表 1 的结果可以看出，ADF 值都小于 1% 显著性水平下的临界值(−3.44)，且 P 值接近于 0，故收益率序列是平稳的，可以使用随机波动模型. 通常 ADF 检验可以通过 Eviews 5.0 软件来实现.

表 1　股指收益率的描述性统计分析

股票名称	均值	标准差	峰度	偏度	J-B 统计量	ADF
市北高新	0.095 905	2.938 912	12.439 249	0.945 219	1 472.674 3 (0.000 0)	−7.435 7 (0.000 0)
迪康药业	−0.016 2	3.493 326	20.489 83	−1.512 77	2 607.363 3 (0.000 0)	−6.473 9 (0.000 0)
华域汽车	0.055 563	3.343 763	53.997 44	3.442 058	4 325.560 1 (0.000 0)	−9.310 2 (0.000 0)
亚盛集团	0.048 301	3.031 191	19.775 22	1.202 123	2 005.463 8 (0.000 0)	−8.764 2 (0.000 0)

注：数据来源为搜狐网. 表中数据均是在 5% 的显著性水平下求出的，括号内为相应统计量的 P 值.

3.2　SV 模型的参数估计

使用厚尾的 SV-T 模型分别对各支股票的收益率数据进行拟合，然后再使用 MCMC 方法，通过 WinBUGS 软件进行参数估计和检验，结果见表 2. 以表 2 中“市北高新” 的数据为例，对参数估计结果进行分析. 分析结果显示：波动水平 μ 的贝叶斯估计值为 −6.453 7，置信水平为 95% 的后验置信区间为 [−7.363 1，−5.436 8]；波动持续性参数 φ 的估计值为 0.968 6，置信水平为 95% 的后验置信区间为 [0.957 5，0.985 2]，其值接近于 1 表明股指数据的波动性冲击是连续的；参数 τ 的值为 0.231 6，代表波动性的扰动水平；自由度 ω 的值为 17.364 3，$4<\omega<\infty$ 时，说明 ε_t 的峰值大于 3，故拒绝收益率序列服从正态分布的假设.

其余 3 支股票参数的分析结果类似于“市北高新” 的结果(其分析过程省略). 4 支股票的 DIC 值接近，说明拟合效果相当，这表明可以使用 SV-T 模型进行数据处理. K-S 检验的 P 值都大于 0.05，说明在 5% 的显著性水平下，各股票数据经积分变换后的收益率序列都服从[0,1] 上的均匀分布，符合 copula 函数的要求. K-S 检验可借助 SPSS 软件来完成.

表 2 SV 模型的参数估计及检验

股票名称	参数	均值	标准差	MC 估计	显著性水平(2.5%)	置信水平(97.5%)	DIC	K-S 的 P 值
市北高新	μ	−6.453 7	0.293 8	0.016 4	−7.363 1	−5.436 8	−1 983.3	0.442 5
	φ	0.968 6	0.007 4	0.001 3	0.957 5	0.985 2		
	τ	0.231 6	0.038 1	0.002 3	0.097 5	0.256 3		
	ω	17.364 3	3.853 9	0.136 3	10.546 3	20.482 4		
迪康药业	μ	−7.353 3	0.349 3	0.025 3	−8.094 2	−6.146 4	−1 934.2	0.274 9
	φ	0.987 5	0.023 4	0.003 5	0.976 4	0.991 2		
	τ	0.375 3	0.048 7	0.003 9	0.148 3	0.406 7		
	ω	15.062 5	2.365 2	0.234 3	12.435 6	18.852 1		
华域汽车	μ	−5.358 8	0.334 3	0.019 6	−6.003 5	−5.005 2	−1 894.9	0.513 4
	φ	0.979 4	0.018 6	0.007 4	0.965 6	0.988 6		
	τ	0.206 9	0.045 3	0.003 6	0.100 5	0.289 6		
	ω	18.674 1	4.367 4	0.143 2	12.349 3	25.928 3		
亚盛集团	μ	−6.142 3	0.324 2	0.016 3	−7.674 3	−5.425 6	−1 965.4	0.384 5
	φ	0.986 3	0.038 4	0.005 2	0.975 9	0.990 3		
	τ	0.113 2	0.023 2	0.002 7	0.087 6	0.253 1		
	ω	17.367 6	5.642 4	0.213 5	13.350 8	22.358 2		

3.3 pair copula 函数的参数估计

沿用 2.2 中的思路，利用 Matlab 软件对 pair copula 函数的参数进行了估计. 为表述上的方便，分别用数字 1、2、3、4 代表 4 支股票. 因股票数据的“尖峰厚尾”性，本文选择 t-copula 函数作为每棵树上 pair copula 函数的类型；为了选择合适的藤分解结构，首先分别算出 Canonical 藤和 D 藤下的参数，然后使用 AIC 准则[11] 进行检验，其计算公式为：$AIC = -2\times$ 极大似然值 $+2\times$ 模型参数个数，AIC 的值越小，模型的拟合效果越好，此过程可通过 SPSS 软件来实现. 对于 4 维藤分解结构，由(6) 和(7) 式可知有 6 个 pair copula 函数，每个 pair copula 函数是一个 2 维 t-copula，包含 2 个参数(线性相关系数 ρ 和自由度 ν)，共 12 个参数. 参数估计和检验结果见表 3.

表 3 Pair copula 的参数估计及检验

参数	Canonical 藤		参数	D 藤	
	初值	终值		初值	终值
ρ_{12}	0.215 7	0.253 2	ρ_{12}	0.246 3	0.274 2
ν_{12}	4.013 3	4.258 2	ν_{12}	5.654 8	5.426 7
ρ_{13}	0.063 4	0.066 4	ρ_{23}	0.825 1	0.896 3
ν_{13}	4.353 6	6.300 7	ν_{23}	4.543 2	6.665 2
ρ_{14}	0.701 3	0.764 3	ρ_{34}	0.045 9	0.064 2
ν_{14}	5.235 1	5.273 6	ν_{34}	4.362 8	5.264 9
$\rho_{23\mid 1}$	0.625 5	0.763 2	$\rho_{13\mid 2}$	0.056 3	0.058 4
$\nu_{23\mid 1}$	12.364 6	13.190 5	$\nu_{13\mid 2}$	8.436 3	10.322 4
$\rho_{24\mid 1}$	0.426 3	0.664 3	$\rho_{24\mid 3}$	0.386 3	0.464 3
$\nu_{24\mid 1}$	11.350 2	12.541 6	$\nu_{24\mid 3}$	9.681 9	10.724 5
$\rho_{34\mid 12}$	0.055 3	0.057 4	$\rho_{34\mid 12}$	0.046 3	0.055 6
$\nu_{34\mid 12}$	16.632 9	19.520 6	$\nu_{34\mid 12}$	11.352 7	13.462 8
Loglikelihood	326.242 7	367.973 0	Loglikelihood	331.124 6	386.442 5
AIC	−711.946		AIC	−748.885	

注：AIC 由参数终值的似然值求得.

由表 3 可知，D 藤的 AIC 值小于 Canonical 藤的 AIC 值，说明 D 藤的拟合优度高于 Canonical 藤，

故本文选择 D 藤. 在 D 藤分解结构中，对应的每棵树上的变量之间是相互独立的，这也与一般情况下股票数据相互独立的惯例相吻合.

3.4　投资组合 VaR 的计算

估计出 SV 模型和 pair copula 模型的参数后，就可以使用 Monte Carlo 方法计算 VaR. 对于构造的 4 维联合分布，VaR 的计算步骤[12] 为：

步骤 1　生成 4 个服从[0,1] 上均匀分布的相互独立的随机变量序列 $\{\lambda_i, i=1,2,3,4\}$，假设 $x_1=\lambda_1$，$x_2=F_{2|1}^{-1}(\lambda_2|x_1)$，$x_3=F_{3|1,2}^{-1}(\lambda_3|x_1,x_2)$，$x_4=F_{4|1,2,3}^{-1}(\lambda_4|x_1,x_2,x_3)$，得到的某时刻的仿真序列 $\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$ 即为服从 pair copula 相关结构的[0,1] 上的随机数；

步骤 2　根据求解出来的 SV 模型得到边缘分布 $F_i(\cdot)$，$i=1,2,3,4$，并求得仿真的收益率 $r_{i,t}=F_i^{-1}(x_{i,t})$，$i=1,2,3,4$，即第 i 个资产的收益率序列 $\{r_{i,1},r_{i,2},\cdots,r_{i,n}\}$；

步骤 3　令 $\omega_i=\dfrac{1}{4}$，算出资产组合的收益率序列 $r_t=\omega_1 r_{1,t}+\omega_2 r_{2,t}+\omega_3 r_{3,t}+\omega_4 r_{4,t}$，$t=1,2,\cdots,n$，并估计出 t 时刻的经验 VaR 值；

步骤 4　重复以上步骤 1 000 次，求出 VaR 的平均值即为 t 时刻（即第 t 日）的估计值.

利用以上算法计算出的 VaR 结果及 Kupiec 检验结果见表 4. 由表 4 数据可知，95% 和 99% 的置信水平下的 VaR 分别为 0.585 3 和 0.746 9，对应的 LR 值都小于临界值，这说明本文模型估计出的 VaR 能较好地度量资产组合的金融风险.

表 4　资产组合的 VaR 及 Kupiec 检验

置信水平	VaR 值	失败天数	失败率	LR 值
95%	0.585 3	45	0.041 2	1.866 7
99%	0.746 9	20	0.018 3	6.138 8

4　结论

本文将 pair copula 方法和 SV 模型相结合，构造了 pair copula-SV 模型，以此来度量金融资产的 VaR 值. 本文结果表明，此模型能更好地捕捉金融资产的尖峰厚尾性及资产间的尾部相关性. 本文模型的参数较多，计算量也比较大，但随着一些新的参数估计方法的研究，以及更有效的专用软件包的使用，本文模型将会得到更好的应用.

参考文献：

[1]　余素红，张世英. SV 与 GARCH 模型对金融时间序列刻画能力的比较研究[J]. 系统工程，2002，20(5)：28-33.

[2]　Sklar A. Fonctions de repartition an dimensions etleurs marges[J]. Publication de 1'Institut de Statistique de 1'Universite de Paris, 1959，8：229-231.

[3]　战雪丽，张世英. 基于 Copula-SV 模型的金融投资组合风险分析[J]. 系统管理学报，2007，16(3)：302-306.

[4]　包卫军，徐成贤. 基于 SV-Copula 模型的相关性分析[J]. 统计研究，2008，25(10)：100-104.

[5]　Aas K, Czado C, Frigessi A. Pair-copula constructions of multiple dependence[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009，44：182-198.

[6]　Joe H. Multivariate models and dependence concepts[M]. London: Chapman & Hall, 1997.

[7]　Bedford T, Cooke R M. Vine-a new graphical model for dependent random variables[J]. Annals of Statistics, 2002，30(4)：1031-1068.

[8]　郭卫超. 基于 SV 模型的中国股市波动性实证研究[D]. 青岛：青岛大学经济学院，2010：17.

[9]　刘凤芹. 基于 DIC 准则的 SV 族模型的比较[J]. 统计与决策，2004，9(177)：24-25.

[10]　黄恩喜，程希骏. 基于 pair copula-GARCH 模型的多资产组合 VaR 分析[J]. 中国科学院研究生院学报，2010，27(4)：440-447.

[11]　Akaike H. Fitting autoregressive models for prediction[J]. Ann Inst Statics Math, 1969，21：不详.

[12]　高江. 藤 Copula 模型与多资产投资组合 VaR 预测[J]. 数理统计管理，2013，32(2)：247-258.