

文章编号: 1004-4353(2013)03-0195-04

基于法拉第旋转的四原子团簇态的制备

何爽, 詹高旗, 王广盛, 计新*

(延边大学理学院 物理系, 吉林 延吉 133002)

摘要: 在光纤连接的低品质腔中利用法拉第旋转机制提出了一个制备四原子团簇态的方案. 在方案中, 4 个原子分别被囚禁在用光纤连接的 4 个低品质耦合腔中, 并且信息编码在 4 个三能级原子的基态上, 因此方案对腔衰减和原子自发辐射都不敏感, 所制备的纠缠态稳定.

关键词: 纠缠态; 团簇态; 法拉第旋转

中图分类号: O431

文献标识码: A

Preparing a four-atom cluster state via photonic faraday rotations

HE Shuang, ZHAN Gaoqi, WANG Guangsheng, JI Xin*

(*Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China*)

Abstract: We propose a scheme for preparing a four-atom cluster state via photonic Faraday rotations in loss optical cavities connected by optical fibers. In this scheme, four three-level atoms are trapped inside coupled cavities, and the information is encoded in the low energy level, therefore our scheme is insensitive to both cavity decay and atomic spontaneous emission, so that the entanglement is more stable.

Key words: entangled state; cluster state; Faraday rotation

量子纠缠态在量子态隐形传送^[1-5]、量子密集编码^[6-8]、量子密钥分布^[9-10]等方面有着广泛的应用. 纠缠态包括两粒子最大纠缠态(Einstein-Podolsky-Rosen, EPR 态)^[11]及其他多粒子纠缠态, 如 GHZ (Greenberger-Horne-Zeilinger) 态^[12-13]、W 态^[14]及团簇态(clusterstate)^[15]等, 其中团簇态比 GHZ 态和 W 态更为稳定. 当对团簇态进行单比特测量时, 其他的量子比特仍然可以处于纠缠状态, 并且不受破坏, 因此它不容易受到退相干的影响, 纠缠持续性强.

目前, 制备团簇态的方案已经在多种物理系统中被提出, 并且很多利用团簇态进行量子计算的方案也已经被提出^[16-19]. 本文利用法拉第旋转机制和腔的输入输出关系理论提出制备四原子团簇态的方案.

1 理论基础

1.1 基于低品质腔的输入输出关系

首先介绍低品质腔的输入输出关系^[20]. 一个两能级的原子被囚禁在腔中, 参照 J-C 模型(Jaynes-Comings modle)可得到系统的哈密顿为

$$H = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \hbar\omega_c a^\dagger a + i\hbar g(a\sigma_+ - a^\dagger\sigma_-), \quad (1)$$

其中: ω_c 是腔场的频率; a^\dagger 和 a 分别是腔模的产生和湮灭算符; σ_z, σ_+ 和 σ_- 分别是两能级原子的反转、上升和下降算符; g 是腔模和原子相关能级跃迁之间的耦合常数. 系统的动力学方程可以由如下输入输出方程来描述:

$$\frac{da(t)}{dt} = -[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}]a(t) - g\sigma_-(t) - \sqrt{\kappa}a_{in}(t), \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma_-(t)}{dt} = -[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2}]\sigma_-(t) - g\sigma_z(t)a(t) + \sqrt{\gamma}\sigma_z(t)b_{in}(t), \quad (3)$$

$$a_{out}(t) = a_{in}(t) + \sqrt{\kappa}a(t). \quad (4)$$

其中: $\omega_c - \omega_p$ 是腔模频率和输入光脉冲频率之间的失谐量; $\omega_0 - \omega_p$ 是原子跃迁频率和输入光脉冲频率之间的失谐量; κ 是腔场的衰减率; γ 为激发态的自发衰减率; a_{in} 和 a_{out} 分别为输入输出场的算符; b_{in} 为真空时的输入场算符. 在弱激发(κ 足够大)的情况下, 通过计算可得到 $\sigma_z \approx -1$. 光子和原子相互作用后, 整个原子-腔系统的反射系数变为

$$r(\omega_p) = \frac{[i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2}][i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2}] + g^2}{[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}][i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2}] + g^2}, \quad (5)$$

(5) 式是符合一般情况的表达式. 当 $g = 0$ 时, 即原子和腔之间没有耦合(冷腔)时, 反射系数为

$$r(\omega_p) = \frac{i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2}}{i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}}. \quad (6)$$

在冷腔中令 $\omega_c = \omega_p$ 时, 上述的结果会有一个 $\pm\pi$ 的相位变化; 而当耦合强度满足 $g \gg \kappa, \gamma$ (即强耦合区域) 时, 令 $\omega_c = \omega_p$, 这时相位的变化为零.

1.2 光子极化的法拉第旋转机制

本文介绍的法拉第旋转是基于光子极化的法拉第旋转, 它可以利用光子与腔之间的相互作用而实现. 为了说明腔 QED 的法拉第旋转机制, 将一个三能级原子囚禁在一个双模单边腔中. 如图 1 所示, $|g\rangle_L, |g\rangle_R$ 是原子的基态, $|e\rangle$ 是原子的激发态, 量子比特信息被编码在基态 $|g\rangle_L, |g\rangle_R$ 上. $|g\rangle_L \leftrightarrow |e\rangle$ ($|g\rangle_R \leftrightarrow |e\rangle$) 的原子跃迁与腔模 a_L (a_R) 共振耦合, 可由左旋(L) 和右旋(R) 脉冲光共振驱动. 如果原子开始是制备在 $|g\rangle_L$ 态上的, 那么跃迁只能是 $|g\rangle_L \leftrightarrow |e\rangle$, 并且是由左旋(L) 光来对它进行共振驱动, 作用完成后会有一个相位的改变, 由方程(5) 可得 $|\varphi_{out}\rangle_L = r(\omega) |L\rangle = e^{i\phi} |L\rangle$. 此时的右旋(R) 光将会直接作用在空腔上, 作用完后相位会有 ϕ_0 的改变. 由方程(6) 可得 $|\varphi_{out}\rangle_R = r_0(\omega) |R\rangle = e^{i\phi_0} |R\rangle$. 一般情况下, 输入的脉冲光属于线性极化光子 $(|L\rangle + |R\rangle)/\sqrt{2}$, 由以上分析可知, 该线性极化光经过原子-腔系统输入输出后的结果为

$$|\varphi_{out}\rangle_L = (e^{i\phi} |L\rangle + e^{i\phi_0} |R\rangle)/\sqrt{2}. \quad (7)$$

定义 $\phi_F^{(L)} = \phi - \phi_0$ 为法拉第旋转角. 相反的, 如果原子刚开始是制备在 $|g\rangle_R$ 态上的, 那么此时只有右旋(R) 光会起作用, 反射出来的光将会有一个相位的改变, 左旋(L) 光将会直接作用在空腔上, 从而有一个相位 ϕ_0 的改变, 由此最后得到的结果为

$$|\varphi_{out}\rangle_R = (e^{i\phi} |R\rangle + e^{i\phi_0} |L\rangle)/\sqrt{2}. \quad (8)$$

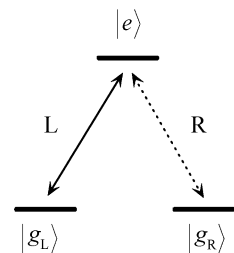


图 1 囚禁在腔中的原子的能级结构图

此时的法拉第旋转角是 $\phi_F^{(R)} = \varphi - \varphi_0 = \phi_F^{(L)}$. 当取 $\phi = \pi$, $\phi_0 = \pi/2$ 时, 光子通过低品质腔的输入输出后将有如下转化过程:

$$\begin{aligned} |L\rangle |g_L\rangle &\rightarrow -|L\rangle |g_L\rangle, & |R\rangle |g_L\rangle &\rightarrow i|R\rangle |g_L\rangle, \\ |L\rangle |g_R\rangle &\rightarrow i|L\rangle |g_R\rangle, & |R\rangle |g_R\rangle &\rightarrow -|R\rangle |g_R\rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

如果让光子先后通过两个低品质腔, 则可得到如下转化过程:

$$\begin{aligned} |L\rangle |g_L\rangle |g_L\rangle &\rightarrow |L\rangle |g_L\rangle |g_L\rangle, & |R\rangle |g_L\rangle |g_L\rangle &\rightarrow -|R\rangle |g_L\rangle |g_L\rangle, \\ |L\rangle |g_R\rangle |g_R\rangle &\rightarrow -|L\rangle |g_R\rangle |g_R\rangle, & |R\rangle |g_R\rangle |g_R\rangle &\rightarrow |R\rangle |g_R\rangle |g_R\rangle, \\ |L\rangle |g_L\rangle |g_R\rangle &\rightarrow -i|L\rangle |g_L\rangle |g_R\rangle, & |R\rangle |g_L\rangle |g_R\rangle &\rightarrow -i|R\rangle |g_L\rangle |g_L\rangle, \\ |L\rangle |g_R\rangle |g_L\rangle &\rightarrow -i|L\rangle |g_R\rangle |g_R\rangle, & |R\rangle |g_R\rangle |g_L\rangle &\rightarrow -i|R\rangle |g_R\rangle |g_L\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

从(10)式可以看出, 如果输入光子的初态为 $(|L\rangle + |R\rangle)/\sqrt{2}$, 原子的初态为 $|g_L\rangle |g_L\rangle$ 或 $|g_R\rangle |g_R\rangle$, 那么光子的态将变为 $(|L\rangle - |R\rangle)/\sqrt{2}$; 若原子的初态为 $|g_L\rangle |g_R\rangle$ 或 $|g_R\rangle |g_L\rangle$, 则光子将不会改变它的状态. 因此, 原子的极化是否发生旋转取决于光子态和原子态.

2 四原子团簇态的制备

本文利用在空间上彼此分开的 4 个低 Q 腔, 采用法拉第旋转机制和腔的输入输出关系的理论来制备四原子团簇态. 如图 2 所示, 腔通过光纤来连接, 里面各囚禁了一个原子. 首先把比特编码在 $|g_L\rangle$ 和 $|g_R\rangle$ 上, 先让 A, B 两原子处于纠缠态 $|\phi\rangle_1 = |g_L\rangle_A(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B + |g_R\rangle_A(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B$, C 原子的初态为 $(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_C$, D 原子为 $|g_L\rangle_D$. 然后把处于 $|\Psi_{in}\rangle = (|L\rangle + |R\rangle)/\sqrt{2}$ 的光子 P_1 输入到 A 腔中, 依据法拉第旋转理论, 光子经过 A 腔后与腔中的原子比特纠缠在一起, 过程如下:

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= |\phi\rangle_1 |\Psi_{in}\rangle |g_L\rangle_D = \\ &[|g_L\rangle_A(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B + |g_R\rangle_A(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B] \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle) |g_L\rangle_D \rightarrow \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(-|L\rangle + i|R\rangle) |g_L\rangle_A(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D + \\ &(i|L\rangle - |R\rangle) |g_R\rangle_A(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D, \end{aligned} \quad (11)$$

光子通过 A 腔后进入 C 腔, 态演变为

$$\begin{aligned} |\Psi_2\rangle &= |\Psi_1\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_C = \frac{1}{\sqrt{2}}[(-|L\rangle + i|R\rangle) |g_L\rangle_A(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D + \\ &(i|L\rangle - |R\rangle) |g_R\rangle_A(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_C \rightarrow \frac{1}{2}\{(|L\rangle - \\ &|R\rangle)[|g_L\rangle_A |g_L\rangle_C(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D + |g_R\rangle_A |g_R\rangle_C(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D] - \\ &i(|L\rangle + |R\rangle)[|g_R\rangle_A |g_L\rangle_C(|g_L\rangle - |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D - |g_L\rangle_A |g_R\rangle_C(|g_L\rangle + |g_R\rangle)_B |g_L\rangle_D]\} \rightarrow \\ &\frac{1}{2}\{(|L\rangle - |R\rangle)[|g_L g_L g_L g_L\rangle_{ABCD} + |g_L g_R g_L g_L\rangle_{ABCD} + |g_R g_L g_R g_L\rangle_{ABCD} - \\ &|g_R g_R g_R g_L\rangle_{ABCD}] - i(|L\rangle + |R\rangle)[|g_R g_L g_L g_L\rangle_{ABCD} - |g_R g_R g_L g_L\rangle_{ABCD} - \\ &|g_L g_L g_R g_L\rangle_{ABCD} - |g_L g_R g_R g_L\rangle_{ABCD}]\}, \end{aligned} \quad (12)$$

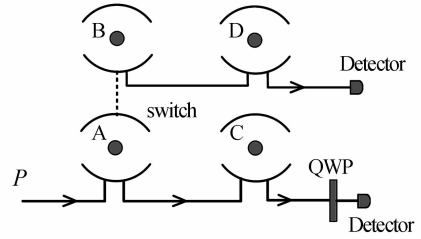


图 2 制备四原子团簇态的装置图(A, B, C, D 4 个原子分别在 4 个低 Q 腔中, P 为输入光子, switch 为连接 B, D 腔的开关, QWP 为 1/4 波片, Detector 为探测器)

从 C 腔出来后再经过一个 $\frac{1}{4}$ 波片 QWP,它的作用是:

$$(|L\rangle + |R\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |L\rangle, \quad (|L\rangle - |R\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |R\rangle. \tag{13}$$

由此原子光子态变为

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[|R\rangle(|g_Lg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}) - i|L\rangle(|g_Rg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Lg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Lg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD})]. \tag{14}$$

最后由探测器探测光子,若测得光子处于 $|R\rangle$ 态,则相应的原子态坍塌到

$$|g_Lg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}. \tag{15}$$

若测得光子处于 $|L\rangle$ 态,则相应的原子态坍塌到

$$|g_Rg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Lg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Lg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}. \tag{16}$$

为了使这两种原子态变为本文需要的四原子团簇态,首先对(15)式进行操作. 根据文献[20],考虑到 $|g_L\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 间的跃迁频率与腔频率是大失谐的,所以 $|e\rangle$ 对原子-腔相互作用是不起作用的. 对 B 腔与 D 腔同时施加一个经典场,并且选择适当的振幅与相位,可以得到一个由原子 B 和 D 组成的 CNOT 门,其中 B 原子为控制比特,D 原子为目标比特. 按照文献[20],施加经典场后,B 和 D 原子的状态经历如下演变:

$$\begin{aligned} |g_L\rangle_B |g_L\rangle_D &\rightarrow |g_L\rangle_B |g_L\rangle_D, & |g_L\rangle_B |g_R\rangle_D &\rightarrow |g_L\rangle_B |g_R\rangle_D, \\ |g_R\rangle_B |g_L\rangle_D &\rightarrow |g_R\rangle_B |g_R\rangle_D, & |g_R\rangle_B |g_R\rangle_D &\rightarrow |g_R\rangle_B |g_L\rangle_D. \end{aligned} \tag{17}$$

所以对 B 和 D 腔同时施加适当的经典场后,4 个原子的状态演变为

$$|g_Lg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Lg_R\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Rg_R\rangle_{ABCD}, \tag{18}$$

于是得到了本文需要的四原子团簇态.

接下来对(16)式实施一定的变换,使之成为本文所需要的四原子团簇态. 首先对 B 腔施加适当经典场,对原子 B 进行 σ_z 操作得到

$$|g_Rg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Lg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}. \tag{19}$$

然后对 A 腔施加适当经典场,对原子 A 进行 σ_x 操作得到:

$$|g_Lg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}. \tag{20}$$

最后对 C 腔施加适当经典场,对原子 C 进行 σ_z 操作后得到

$$|g_Lg_Lg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Lg_Rg_Lg_L\rangle_{ABCD} + |g_Rg_Lg_Rg_L\rangle_{ABCD} - |g_Rg_Rg_Rg_L\rangle_{ABCD}. \tag{21}$$

式(21)与式(15)完全一致,因此只要重复对(15)式的操作步骤便可以得到四原子团簇态.

3 结论

本文制备四原子团簇态的方案具有以下优点:①4 个原子分别囚禁在 4 个低品质腔中,因此,腔衰减对本方案影响不大;②原子与腔之间不需要强耦合,使得实验操作更简便;③量子信息是编码在原子基态上,与激发态无关,所以对原子的自发辐射不敏感;④只是使光子输入到腔内,不需要限制原子同时通过腔场,每一个步骤都只是单光子与原子-腔系统相互作用,最后也只是探测一个光子而不需要进行多光子探测,充分节约了资源. 本方案在理论上成功的概率为“1”.

参考文献:

[1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and EPR channels[J]. Phys Rev Lett, 1993,21:1895-1898.

加,仪器转轴的转动惯量减小,且减小的比例为 $\sin^2 \theta$; 同样倾角下,盘的半径越大或密度越大,则产生的损失就越多.

3) 当 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ 时, $\Delta J = 0$, 若圆柱体的高度和半径满足该尺寸比例,则会减少由于载物盘面的倾斜或圆柱体放置不平稳所产生的误差.

根据以上讨论结果可知:在用扭摆法测量刚体转动惯量时,应尽量使刚体的转轴和仪器转轴在一条直线上. 其次,在实验仪器的设计上,圆柱体刚体可以设置成半径和高度比为 $2 : \sqrt{3}$, 从而减小由于圆柱体放置不平衡带来的实验偏差; 均匀细长杆在杆的长度和材料密度上可以相应减

小,均匀薄圆盘的半径和材料密度也可以适当减小,从而减小实验测量误差.

参考文献:

- [1] 迟占铎,徐鑫莉,张心明. 扭摆法测转动惯量的误差分析[J]. 长春理工大学学报:自然科学版,2012,35(1):36-42.
- [2] 薄悦,卢志辉,张磊乐. 扭摆法测量转动惯量的误差分析与校准[J]. 计量技术,2011(8):21-23.
- [3] 池红岩,丁红伟. 关于扭摆法测转动惯量实验的改进[J]. 物理通报,2011(1):51-52.
- [4] 班丽瑛. 刚体转动惯量实验中影响阻力矩因素研究[J]. 煤矿机械,2006,27(4):603-604.
- [5] 马文蔚,周雨青,解希顺. 物理学教程[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2006:92-99.

—————
(上接第 198 页)

- [2] Ye L, Guo G C. Probabilistic teleportation of an unknown atomic state[J]. Chin Phys, 2002,11(10):996-998.
- [3] Zhou L, Kuang L M. Linear optical implementation for quantum teleportation of unknown two qubit entangled states[J]. Chin Phys Lett, 2004,21(11):2101-2104.
- [4] 计新. 利用腔 QED 技术实现特殊三粒子 W 态的隐形传送[J]. 延边大学学报:自然科学版,2011,37(3):234-237.
- [5] Yan F L, Wang D. Probabilistic and controlled teleportation of unknown quantum states[J]. Phys Lett A, 2003,316(5):297-303.
- [6] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one and two particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. Phys Rev Lett, 1992,69:2881-2884.
- [7] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication[J]. Phys Rev Lett, 1996,76(25):4656-4659.
- [8] Hiroshima T. Optimal dense coding with mixed state entanglement[J]. J Phys A: Math Gen, 2001,34:6907-6912.
- [9] Ekert A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem[J]. Phys Rev Lett, 1991,67:661-663.
- [10] 李哲奎. 基于纠缠交换的三方量子安全直接通信[J]. 延边大学学报:自然科学版,2007,33(4):249-252.
- [11] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete[J]. Phys Rev, 1935,47(10):777-780.
- [12] Cereceda J L. Quantum dense coding using three qubits[J]. Quant-Ph/0105096.
- [13] 冷春玲,计新. 基于法拉第旋转的 GHZ 态制备[J]. 延边大学学报:自然科学版,2013,39(2):112-115.
- [14] Zhang X L, Gao K L, Feng M. Preparation of cluster states and W states with superconducting quantum-interference-device qubits in cavity QED[J]. Phys Rev A, 2006,74(2):024303.
- [15] Briegel H J, Raussendorf R. Persistent entanglement in arrays of interacting particles[J]. Phys Rev Lett, 2001,86:910-913.
- [16] Zhang X L, Gao K L, Feng M. Efficient and high fidelity generation of atomic cluster states with cavity QED and linear optics[J]. Phys Rev A, 2007,75(3):034308.
- [17] Yang W X, Zhan Z M, Li J H. Efficient scheme for multipartite entanglement and quantum information processing with trapped ions[J]. Phys Rev A, 2005,72:062108.
- [18] Dong P, Xue Z Y, Yang M, et al. Generation of cluster states[J]. Phys Rev A, 2006,73:033818.
- [19] 明莹. 利用单模腔和原子的共振相互作用制备团簇态与 GHZ 态[D]. 延吉:延边大学,2007.
- [20] Julsgaard B, Kozhekin A, Polzik E S. Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects[J]. London: Nature, 2001,413:400-403.